



2. PARENTESER

I matematiske udtryk møder man ofte parenteser, der angiver, at det, der står i dem, skal behandles som en helhed. Ofte kan man udnytte reglerne om at gange ind i parenteser eller at sætte uden for parentes.

- Man hæver en minuspårentes ved at skifte fortegn på hvert led i pårentesen
- Man ganger en pårentes med et tal ved at gange hvert led i pårentesen med tallet
- Man ganger to pårenteser ved at gange hvert led i den ene pårentes med hvert led i den anden

PLUSPARENTES
 $+(a+b) = a+b$

MINUSPARENTES
 $-(a-b) = -a+b$

GANGEPARENTES
 $a(b-c) = ab-ac$

Eksempler

MINUSPARENTES

1. $-(-3x + 4y - 5) = 3x - 4y + 5$

GANGE IND I PARENTES

- 2. $2(3 - x) = 2 \cdot 3 - 2 \cdot x = 6 - 2x$
- 3. $2a(3a + 4) = 2a \cdot 3a + 2a \cdot 4 = 6a^2 + 8a$
- 4. $-1(2x + 3y - 4) = -2x - 3y + 4$

SÆTTE UDEN FOR PARENTES


- 5. $4a + 8 = 4a + 4 \cdot 2 = 4(a + 2)$
- 6. $x^2 + 2x = x \cdot x + 2 \cdot x = x(x + 2)$
- 7. $-3x + 5 = -(3x - 5)$

GANGE TO PARENTESER

- 8. $(2x + 1)(x - 5) = 2x \cdot x + 2x(-5) + 1 \cdot x + 1 \cdot (-5)$
 $= 2x^2 - 10x + x - 5 = 2x^2 - 9x - 5$
- 9. $-(2 + x)(x - 1) = -((2 + x)(x - 1))$
 $= -(2x - 2 + x^2 - x)$
 $= -2x + 2 - x^2 + x = -x^2 - x + 2$

$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

$(a + b) \cdot (c + d) =$
 $a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$

 I opgaverne på næste side skal man være opmærksom på, at et - foran et tal eller en pårentes betyder det samme som at gange med -1

HUSK:
 $-(a+b) = -1 \cdot (a+b)$

**OPGAVER**

Gang parentesene ud, og reducer hvis muligt:

1. $2(x - 4)$
2. $4(3 - x)$
3. $-2(a + 2)$
4. $-8(-b + 1)$
5. $-a(b - 2)$
6. $-3(-5 - 11)$
7. $(4x - 2y)4$
8. $-(-a - b)$
9. $(a - 5)a$
10. $(2s + 5)(-3)$
11. $(\frac{1}{3}x - y)(-3)$
12. $6(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b)$
13. $12(x - 2)(-2)$
14. $-(a - 2b)$
15. $(-1)(a - 2b)$
16. $(-3)(-2 + x)$

Opløs i faktorer ved at sætte mest muligt uden for parentes:

17. $2x + 2y$
18. $2x - 8$
19. $-3x + 9$
20. $3x - 6y$
21. $-3x + 9y$
22. $-8x - 16y$
23. $2ax - 2$
24. $2ax - 2a$
25. $-32x - 3x$
26. $3x^2 + 3x$
27. $7x^2y + 14xy$
28. $x(x + 3) - (x + 3)$

29. $a - 2a$
30. $4abx - 2ab^2$
31. $(x - 1)(x - 1) - (x - 1)$
32. $-(2x + 3) + x(2x + 3)$
33. $2ab^2x + 4ab - 4a^2bx$

Gang parenteserne ud, og reducer hvis muligt:

34. $(x + 2)(x + 3)$
35. $(3x + 2)(x + 3)$
36. $(3x - 2)(x + 3)$
37. $-3(3x - 2)(x + 4)$
38. $2(3x - 2)(x - 3)$
39. $(a - 2b)(a + b)$
40. $(2a - 3b)(4a - 2b)$
41. $(2p - 3q)(4p - 2q)$
42. $(x - 2)(2 + x)$
43. $(x + \frac{1}{2}y)(2x - 4y)$
44. $(\frac{1}{3}x - y)(6 - 3y)$
45. $(t + 1)(4t - 1)$
46. $(x + 3x)(6 - 4)$
47. $(x + 1)^3$
48. $(1 - a)(a^2 + 1) \cdot 2a$
49. $(x + 2)(2x - 3)(x - 1)$
50. $(x + y)(x - y) + y(y + 1)$

Reducer følgende udtryk:

51. $(12 + 36)/6 + 2$
52. $12 + 36/6 + 2$
53. $(2 + 3)(2 - 3)/5$
54. $(2x - 0) \cdot (x - 1) - 2x^2$
55. $(3 - 2x)(1 - 2x) - 4x^2$



5. KVADRATSÆTNINGER

KVADRATSÆTNING 1

Et udtryk som $(a + b)^2$ kan udregnes ved at gange to parenteser:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Tilsvarende får man:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 + b^2 - 2ab$$

Resultatet formuleres ofte således:

Kvadratet på en toleddet størrelse er *kvadratet på første led plus kvadratet på andet led plus eller minus det dobbelte produkt af begge led*

Man kan naturligvis gange parenteserne ud, hver gang man møder kvadratet på en toleddet størrelse, men erfaringen viser, at det er en stor fordel at kunne formlen udenad. Især i de mange tilfælde, hvor sætningen bruges baglæns. Her kan man ikke "regne sig frem".

Eksempler

- $(a + 3)^2 = a^2 + 3^2 + 2 \cdot a \cdot 3 = a^2 + 9 + 6a$
- $(2x - 5)^2 = (2x)^2 + (-5)^2 + 2 \cdot 2x \cdot (-5) = 4x^2 + 25 - 20x$
- $(2y - 4x)^2 = 4y^2 + 16x^2 - 16xy$

Sætningen anvendt baglæns

- Udtrykket $x^2 + 8x + 16$ kan omskrives til kvadratet på en toleddet størrelse. x^2 må være kvadratet på første led, som derfor er x . 16 må være kvadratet på andet led, som derfor er 4 . Det dobbelte produkt af x og 4 er $8x$, og derfor får vi $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$.
- $4a^2 + 9b^2 + 12ab = (2a)^2 + (3b)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3b = (2a + 3b)^2$

1. Kvadratsætning

Forlæns

$$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$$

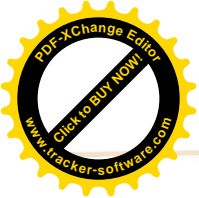
1. Kvadratsætning

Baglæns

$$a^2 + b^2 \pm 2ab = (a \pm b)^2$$



Bemærk, at der *altid* er plus på de to kvadrater. Det dobbelte produkt får plus, hvis leddene har samme fortegn, og minus, hvis leddene har forskellige fortegn

**KVADRATSÆTNING 2**

Ganger man summen af to tal med de samme to tals differens, får man:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

Resultatet formuleres ofte således:

To tals sum ganget med de samme to tals differens er kvadratet på første led minus kvadratet på andet led

Eksempler

$$5. (x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$$

$$5. (2a+5)(2a-5) = (2a)^2 - 5^2 = 4a^2 - 25$$

$$6. (2x+3y)(2x-3y) = 4x^2 - 9y^2$$

2. Kvadratsætning**Forlæns**

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Det kan synes overflødigt at lære en regel som denne, når man blot kan gange parenteserne ud, men reglen bruges ofte baglæns, og her kan man ikke gange ud:

Differensen mellem to tals kvadrater er lig med tallenes sum gange deres differens

2. Kvadratsætning**Baglæns**

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Sætningen anvendt baglæns

7. $4x^2 - 9$ kan omskrives til to tals sum gange de samme to tals differens.

$4x^2$ er lig med $(2x)^2$, og derfor må det første tal være $2x$.

9 er lig med 3^2 , og derfor er det andet tal lig med 3 . Vi får:

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x+3)(2x-3)$$

$$8. 9a^2 - 4b^2 = (3a+2b)(3a-2b)$$

Man siger her, at de to givne udtryk på venstre side bliver *faktoriseret* eller *opløst i faktorer*, fordi resultatet er et *produkt* af to parenteser. Faktorisering af udtryk er ofte nyttig, når man skal løse ligninger eller forkorte brøker.



OPGAVER

Omskriv følgende ved hjælp af kvadratsætning 1:

- $(x + 4)^2$
- $(2a + 1)^2$
- $(2p - 2)^2$
- $(-x - 1)^2$
- $(-2x - 3)^2$
- $(-3a + b)^2$
- $(-3x + 2y)^2$
- $(-4x + 1)^2$
- $2(x - 1)^2$
- $-3(2x + y)^2$
- $(x - 2)^2 \cdot (-4)$
- $4x(x + 1)^2$
- $(\frac{1}{2}x - \frac{3}{2})^2$
- $((x + y) + 3)^2$
- $(2x + y - 4)^2$

Omskriv til kvadratet på en toleddet størrelse:

- $a^2 + b^2 + 2ab$
- $x^2 + 10x + 25$
- $x^2 + y^2 - 2xy$
- $4a^2 + b^2 + 4ab$
- $9t^2 + 16s^2 - 24ts$
- $t^2 + 4s^2 - 4st$
- $x^2 - 4x + 4$
- $x^2 + 6x + 9$
- $y^2 - 8y + 16$
- $x^2 - 2x + 1$
- $16x^2 - 16x + 4$
- $x^2 + 10x + 25$
- $x^2 - 4xy + 4y^2$

- $4x^2 + 4xy + y^2$
- $4x^2 + 16xy + 16y^2$
- $4a^2 - 8ab + 4b^2$

Omskriv ved hjælp af kvadratsætning 2:

- $(x + y)(x - y)$
- $(x + 1)(x - 1)$
- $(-x + 1)(-x - 1)$
- $(2a + 1)(2a - 1)$
- $(2a - 1)(2a + 1)$
- $(2 + x)(2 - x)$
- $(x^2 + 2)(x^2 - 2)$
- $(2p - 5)(2p + 5)$
- $(2p + 3q)(2p - 3q)$
- $(3x - 5)(3x + 5)$
- $3(a - b)(a + b)$
- $-2(a + 2)(a - 2)$
- $(\frac{1}{2}x - 2)(\frac{1}{2}x + 2)$
- $(-2x + 5 + y)(-2x + 5 - y)$
- $(3R + t)(3R - t)$
- $(\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y)(\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y)$

Opløs følgende i faktorer ved hjælp af kvadratsætning 2:

- $x^2 - y^2$
- $x^2 - 1^2$
- $1 - x^2$
- $y^2 - 4$
- $4x^2 - 1$
- $16R^2 - 9$
- $-y^2 + 4$
- $-9y^2 + 4$
- $\frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{16}$



57. $\frac{1}{9}y^2 - \frac{1}{4}$

58. $1 - 4x^2$

59. $4x^2 - 9y^2$

60. $9a^2 - 4b^2$

61. $(x-2)^2 - x^2$

62. $(x+1)^2 - 3^2$

63. $(x+1)^2 - (y+3)^2$

64. $-4p^2 + 64q^2$

Reducér følgende udtryk:

65. $(a+b)^2 - 2ab$

66. $(a+2b)^2 - a(a+4b)$

67. $(x+2)^2 - (x+1)(x-1)$

68. $(2x+2)^2 - 4(x+1)(x-1)$

69. $(3x-1)^2 - 9(x+1)(x-1)$

70. $(x+1)(x-1) + (x+4)^2 - 15$

71. $(2a-1)(2a+1) - 4a^2$

72. $(x+2)(x-2) - (x+4)^2 + 20$

73. $(x+2)(x-2) - 3(2x+4)^2 + 11x^2$

74. $4x^2 - 9y^2 - (2x+3y)(2x-3y)$

75. $4x^2 - 9y^2 + (2x+3y)(2x-3y)$

76. $(a+3b)^2 - a(a+6b)$

77. $2(a+3b) - 2a(2a+6b)$

78. $(x+2y)^2 - (x+2y)(x-2y)$

79. $(2a+3b)^2 - 3b(4a+2b) - (2a+b)(2a-b)$

80. $(a+b)^2 - b(4a+2b) - (a+b)(a-b)$

81. $(2a+b)^2 - 2b(2a+b) - (2a+b)(2a-b)$

82. $-2y(2x+4y) - (3x+4y)^2 + (3x-2y)(3x+2y)$

83. $(x+1)^2 + (x-1)^2$

84. $(2x+3)^2 - (2x-3)^2$

85. $(a+b)^2 - (a+b)(a+b) - 1$

86. $4(a-2)^2 - 4a^2 + 16a$

Faktoriser følgende udtryk:

87. $x^2 + y^2 + 2xy$

88. $2x^2 - 2y^2$

89. $x^2 - 2x + 1$

90. $4p^2 - 16q^2$

Omskriv følgende til formen $(ax+b)^2$:

91. $4x^2 - 4x + 1$

92. $9x^2 + 12x + 4$

93. $x^2 - 6x + 9$

94. $16x^2 - 8x + 1$

95. $16x^2$

96. $16x^2 - 24x + 9$

97. $16x^2 + 24x + 9$

Omskriv følgende til formen $(x-a)^2 + (y-b)^2$:

98. $x^2 - 4x + 4 + y^2 + 4y + 4$

99. $x^2 - 8x + 16 + y^2 - 6y + 9$

100. $x^2 - 16x + 64 + y^2 + 4y + 4$

101. I sætningen om kvadratet på en toleddet størrelse benyttes vendingen "plus eller minus det dobbelte produkt". Forklar, hvad den dækker over.

102. a. Hvad menes der med "kvadratet på 1. led"?
b. Hvad er kvadratet på $2x$?

103. Konstruér fem eksempler på forlæns anvendelse af kvadratsætning 1.

104. Konstruér fem eksempler på forlæns anvendelse af kvadratsætning 2.

105. Konstruér fem eksempler på baglæns anvendelse af kvadratsætning 1.

106. Konstruér fem eksempler på baglæns anvendelse af kvadratsætning 2.



VIII. Facitliste

I. De fire regningsarter

1. HIERARKI SIDE 7

1. 20
2. 33
3. 8
4. 8
5. 4, to led
6. -4, to led
7. 8, tre led
8. 0, to led
9. 41, tre led
10. -36, tre led
11. -35, to led
12. 8, tre led
13. -23, tre led
14. 13, tre led
15. 9, fire led
16. 30, to led
17. 0, to led
18. -20, to led
19. 58, to led
20. 0, to led
21. 64, et led
22. -50, to led
23. 5x, to led
24. -3x, tre led
25. 5x + 4y, 4 led
26. 5xy, to led
27. 7pq - 6pr, 4 l.
28. -1, tre led
29. 8yx, tre led
30. -4a, to led
31. 2y, fire led
32. 7, tre led
33. 2xy - x, 4 led
34. 5x², tre led
35. 0, tre led
36. 4ab, tre led
37. 9x, tre led
38. 2x² + 12x + 6, tre
39. a - 2ab, 4 led
40. 0, fire led
41. b² - 11, 2 led
42. 2, et led
43. 2, et led
44. 6, to led
45. 14, to led
46. 23, to led
47. 29, tre led
48. 0, tre led
49. p + 6q, fire led
50. -8xa + 2xb, tre
51. bx - ax, 3 led
52. 8xb, tre led
53. 3xb, tre led
54. -4x, to led
55. 0, to led
56. 4x - 1, 4 led
57. x², to led
58. 0, tre led

2. PARENTE- SER, SIDE 9

1. 2x - 8
2. 12 - 4x
3. -2a - 4
4. 8b - 8
5. -ab + 2a
6. 48
7. 16x - 8y
8. a + b
9. a² - 5a
10. -6x - 15
11. -x + 3y
12. 3a - 2b
13. -24x + 48
14. -a + 2b
15. -a + 2b
16. 6 + 3x
17. 2(x + y)
18. 2(x - 4)
19. -3(x - 3)
20. 3(x - 2y)
21. -3(x - 3y)
22. -8(x + 2y)
23. 2(ax - 1)
24. 2a(x - 1)
25. -35x
26. 3x(x + 1)
27. 7xy(x + 2)
28. (x + 3)(x - 1)
29. -a
30. 2ab(2x - b)
31. (x - 1)(x - 2)
32. (2x + 3)(x - 1)
33. 2ab(bx + 2 - 2ax)
34. x² + 5x + 6
35. 3x² + 11x + 6
36. 3x² + 7x - 6
37. -9x² - 30x + 24
38. 6x² - 22x + 12
39. a² - ab - 2b²
40. 8a² - 16ab + 6b²
41. 8p² - 16pq + 6q²
42. x² - 4
43. 2x² - 3xy - 2y²
44. 2x - xy - 6y + 3y²
45. 4t² + 3t - 1
46. 8x
47. x³ + 3x² + 3x + 1
48. -2a⁴ + 2a³ - 2a² + 2a
49. 2x³ - x² - 7x + 6
50. x² + y
51. 10
52. 20
53. -1
54. -2x
55. 3 - 8x

3. KVADRAT- SÆTN., S. 12

1. x² + 16 + 8x
2. 4a² + 1 + 4a
3. 4p² + 4 - 8p
4. x² + 1 + 2x
5. 4x² + 9 + 12x
6. 9a² + b² - 6ab
7. 9x² + 4y² - 12xy
8. 16x² + 1 - 8x
9. 2x² + 2 - 4x
10. -12x² - 3y² - 12xy
11. -4x² - 16 + 16x
12. 4x³ + 4x + 8x²
13. 1/4x² + 9/4 - 3x/2
14. x² + y² + 2xy + 9 + 6x + 6y
15. 4x² + y² + 4xy + 16 - 16x - 8y
16. (a + b)²
17. (x + 5)²
18. (x - y)²
19. (2a + b)²
20. (3t - 4s)²
21. (t - 2s)²
22. (x - 2)²
23. (x + 3)²
24. (y - 4)²
25. (x + 1)²
26. (4x - 2)²
27. (x + 5)²
28. (x - 2y)²
29. (2x + y)²
30. (2x + 4y)²
31. (2a - 2b)²
32. x² - y²
33. x² - 1
34. x² - 1
35. 4a² - 1
36. 4a² - 1
37. 4 - x²
38. x⁴ - 4
39. 4p² - 25
40. 4p² - 9q²
41. 9x² - 25
42. 3a² - 3b²
43. -2a² + 8
44. 1/4x² - 4
45. 4x² - 20x + 25 - y²
46. 9R² - r²
47. 4/9x² - 1/9y²
48. (x + y)(x - y)
49. (x + 1)(x - 1)
50. (1 + x)(1 - x)

51. (y + 2)(y - 2)
52. (2x + 1)(2x - 1)
53. (4R + 3)(4R - 3)
54. (2 + y)(2 - y)
55. (2 + 3y)(2 - 3y)
56. (1/2x + 3/4)(1/2x - 3/4)
57. (1/3y + 1/2)(1/3y - 1/2)
58. (1 + 2x)(1 - 2x)
59. (2x + 3y)(2x - 3y)
60. (3a + 2b)(3a - 2b)
61. -2(2x - 2)
62. (x + 4)(x - 2)
63. (x + y + 4)(x - y - 2)
64. (8q + 2p)(8q - 2p)
65. a² + b²
66. 4b²
67. 4x + 5
68. 8x + 8
69. -6x + 10
70. 2x² + 8x
71. -1
72. -8x
73. -48x - 52
74. 0
75. 8x² - 18y²
76. 9b²
77. 2a + 6b - 4a² - 12ab
78. 8y² + 4xy
79. 4b²
80. -2ab
81. 0
82. -28y² - 28xy
83. 2x² + 2
84. 24x
85. -1
86. 16
87. (x + y)²
88. 2(x + y)(x - y)
89. (x - 1)²
90. 4(p + 2q)(p - 2q)
91. (2x - 1)²
92. (3x + 2)²
93. (x - 3)²
94. (4x - 1)²
95. (4x + 0)²
96. (4x - 3)²
97. (4x + 3)²
98. (x - 2)² + (y + 2)²
99. (x - 4)² + (y - 3)²
100. (x - 8)² + (y + 2)²

Brøker

FORKORTE/ FORL., SI. 15

1. 1/2, 3/4, 1/2, -9
2. 8, 1/2, 1/2, -9/2
3. 3/b
4. a/4
5. y/3x
6. 2r
7. 3ab
8. 1/3a
9. ae/2
10. 2
11. 2
12. 3/2
13. -1/7
14. 2
15. 1/2
16. 9/4(x + y)
17. 3(a - b)
18. 1/2
19. 1/3
20. 2x + 4
21. 4
22. x + 3
23. 1/2x + 4
24. a - b/a + b
25. a + b/2x + y
26. 2x - y/2x - 3y
27. 2(2x + 3y)/2x - 3y
28. a - b
29. a + 3/3
30. a - 4/a + 4
31. x - 3/x + 2
32. a - b
33. 2(a - b)
34. 32/64, 24/64, 28/64, 22/64

GANGE/DIV. M. TAL SI. 17

1. 5/6, 5/3
2. 1, 1
3. 6/7, 5/6
4. 6, 12
5. 18, 7
6. 1/2, 4/49
7. 1, 1, 3
8. x, x/2
9. 1/2, -2
10. -3x/2, 3x/2
11. 3x/2, -3x/2
12. 7p/6
13. 1/2y
14. 3/2
15. xy/3
16. xy/3
17. 1/2
18. 3/2
19. x + 2/x + 3
20. 1/2x + 3
21. x - 4/2x - 1
22. x - 4/2x - 1
23. x + 5
24. 1
25. 5/21
26. a. 3/3 b. 2/3
27. a. 7, b. 5/7
28. a. 1/6, b. 3/22