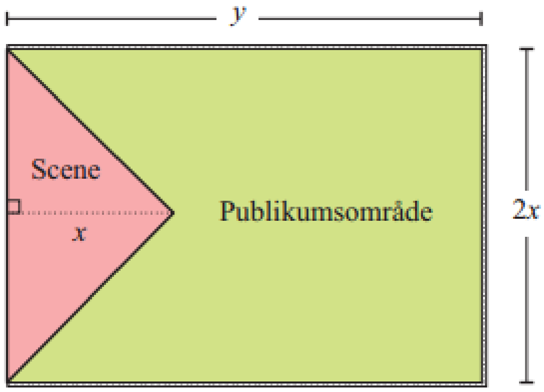
Optimeringsopgaver

Opgave 1

restart :
with(*Gym*) :

I en park skal der anlægges en trekantet scene samt et publikumsområde. Sammen med scenen danner publikumsområdet et rektangel med sidelængderne $2\,x$ og y. Publikumsområdet er på tre sider afgrænset af et hegn (se skravering på figur). Den samlede længde af hegnet skal være 300 m.



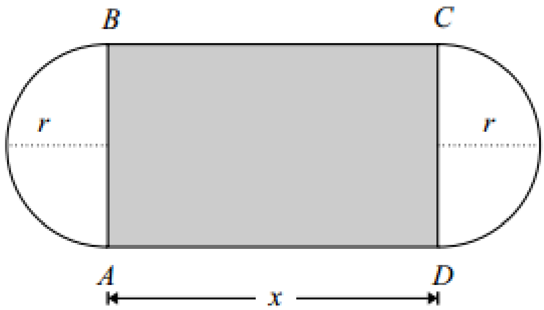
a) Bestem y udtrykt ved x, og bestem arealet af publikumsområdet udtrykt ved x.

b) Maksimér arealet af publikumsområdet

Opgave 2

restart :
with(*Gym*) :

En løbebanes form er dannet af to lige lange parallelle linjestykker (på figuren AD og BC), der i begge ender er forbundet med halvcirkler.

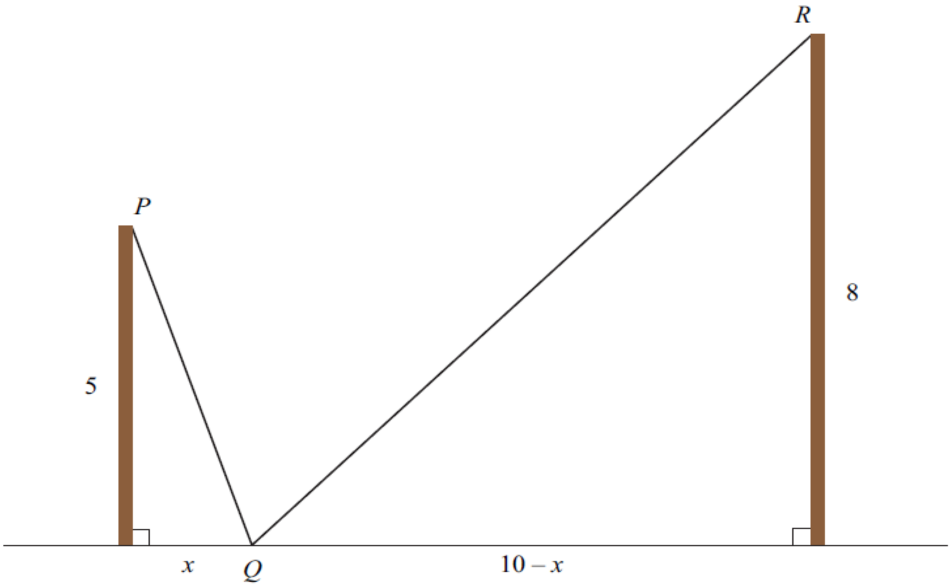


a) Bestem omkredsen af løbebanen udtrykt ved x og r (se figuren)

b) Bestem arealet af rektanglet ABCD udtrykt ved x, når omkredsen af løbebanen skal være 800 m.

Opgave 3

restart :
with(*Gym*) :



Figuren viser to stolper, der er anbragt i 10 meters afstand. Stolperne er 5 meter og 8 meter høje. De skal forbindes med en wire fra toppen *P* af den ene stolpe til jorden i punktet *Q* og videre til toppen *R* af den anden stolpe.

Punktet *Q* befinder sig *x* meter til højre for den laveste stolpe.

a) Gør rede for, at den samlede længde af wiren fra *P* til *R* via *Q* er givet ved

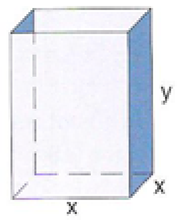
$f(x) = \sqrt{5^2 + x^2} + \sqrt{8^2 + (10 - x)^2}$ hvor $0 < x < 10$.

b) Bestem *x*, så den samlede længde af wiren er mindst mulig.

Opgave 4

restart :
with(*Gym*) :

En lukket kasse har de mål, der ses på figuren, og der er brugt 1 m^2 plade.



a) Udtryk kassens overflade og rumfang ved x og y.

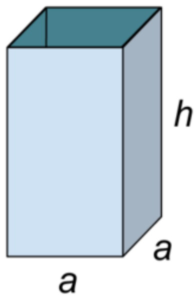
b) Benyt de fundne udtryk til at vise, at rumfanget V er bestemt ved: $V(x) := \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}x^3$:

c) Vis, at det største rumfang fås, når alle sider er lige lange og har længden $\frac{\sqrt{6}}{6}$:

Opgave 5

restart :
with(*Gym*) :

Vi skal designe en beholder med et rumfang på 0,5 liter, svarende til 500 cm3. Beholderen skal have kvadratisk bund og ellers have formen som vist på skitsen. Der skal ikke være låg på beholderen.



a) Bestem hvilke mål beholderen skal have, for at materialeforbruget bliver mindst mulig.

Opgave 6

restart :
with(*Gym*) :

I en model betegner $K(x)$ (målt i kr.) en virksomheds samlede omkostninger ved en produktion på x enheder af et bestemt produkt. Den pris pr. enhed, som virksomheden kan sælge samtlige x enheder for, betegnes $a(x)$ (målt i kr.). I modellen antages det, at $K(x) = 0.0024 \cdot x^2 + 10^6$ og $a(x) = -0.008\,x + 1300$.

I modellen kan virksomhedens fortjeneste ved salg af samtlige x enheder bestemmes ved:

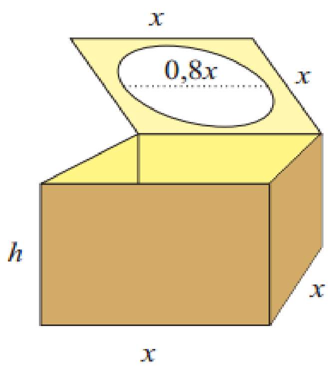
$F(x) = x \cdot a(x) - K(x)$

a) Bestem en forskrift for $F(x)$, og benyt forskriften til at bestemme det antal enheder, som virksomheden skal fremstille for at gøre fortjenesten størst mulig.

Opgave 7

restart :
with(*Gym*) :

En kasse har kvadratisk bund med sidelængden x, og højden af kassen er h. Kassen har et cirkulært hul i låget med en diameter på 0,8 x. Det oplyses, at kassens rumfang er 10, og at $1 \leq x \leq 10$.



a) Bestem kassens overfladeareal udtrykt ved x og h.

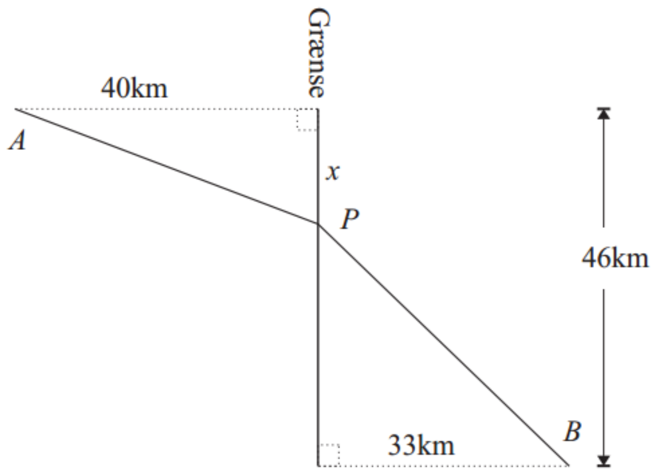
Det oplyses at kassens rumfang er 10, og at $1 \leq x \leq 10$.

b) Bestem h udtrykt ved x. Bestem den værdi af x, der giver det mindste overfladeareal.

Opgave 8

restart :
with(*Gym*) :

Mellem to punkter A og B i to forskellige lande skal der etableres en vej APB som vist på figuren. Prisen for stykket AP er 50 mio. kr. pr. km, og prisen for stykket PB er 60 mio. kr. pr. km.



a) Bestem AP og PB udtrykt ved x, idet $0 \leq x \leq 46$ (se figuren).

b) Bestem prisen for vejen udtrykt ved x, og bestem den værdi af x, der gør vejen APB billigst mulig.