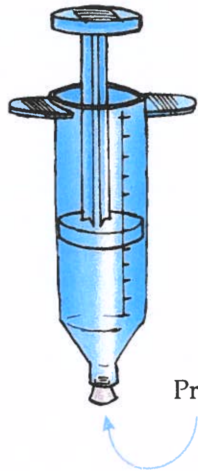
Sammenhæng mellem p, V og T

Vi har ved beskrivelsen af høj- og lavtryk set, at luftens udvidelse hænger sammen med ændringer i tryk og temperatur. Det viser sig, at der er en nøje sammenhæng mellem luftens tryk p, temperatur T og rumfang V. Denne sammenhæng kan vi undersøge, hvis vi har en luftmængde indesluttet i en beholder med bevægeligt stempel, så dens rumfang kan ændres.

Målinger viser da, at der gælder følgende ligning:

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R.$$



Hvor n er gassens *stofmængde*, dvs. antallet af mol, og R er en konstant, som kaldes *gaskonstanten*. Værdien af gaskonstanten er

$$R = 8{,}31 \cdot \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Som vi senere skal se, gælder ligningen kun, når luften ikke indeholder for store mængder vanddamp. Den gælder for idealgasser og kaldes derfor idealgasligningen. I de fleste tilfælde kan atmosfærisk luft betragtes som en idealgas.

CD802

Eksperiment

Idealgasligningen

Da idealgasligningen indeholder tre variable størrelser, kan det være praktisk at holde en af størrelserne konstant, mens vi undersøger en sammenhæng mellem de to andre. Holder vi luftmængdens temperatur T konstant, kan vi omskrive idealgasligningen:

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R \;\Rightarrow\; p \cdot V = n \cdot R \cdot T \;\Rightarrow\; p \cdot V = \text{konstant}$$

Denne udgave af idealgasligningen kaldes Boyle-Mariottes lov. T = konst

Holder vi i stedet rumfanget konstant, kan ligningen omskrives således:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \;\Rightarrow\; \frac{p}{T} = \frac{n \cdot R}{V} \;\Rightarrow\; \frac{p}{T} = \text{konstant}$$ V konst

Når rumfanget er konstant, er tryk og temperatur altså proportionale, $p = k \cdot T$. Denne lov kaldes Charles' lov.

Det kan være fornuftigt at foretage en eksperimentel undersøgelse af idealgasligningen i følgende tre dele:

1) *Boyle-Mariottes lov, som giver sammenhæng mellem rumfang og tryk.*
2) *Charles' lov, som giver sammenhæng mellem tryk og temperatur.*
3) *Bestemmelse af gaskonstanten.*

Luftens densitet

Vi skal nu se, hvordan vi kan bestemme luftens densitet. Densiteten er masse pr. rumfang:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Da $m = n \cdot M$ hvor n er stofmængden og M molarmassen, har vi

$$\rho = \frac{n \cdot M}{V}$$

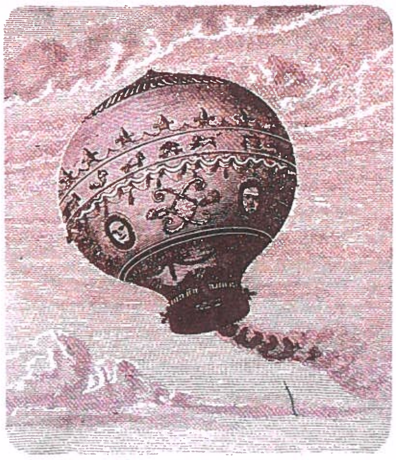
Benytter vi dernæst følgende omskrivning af idealgasligningen

$$\frac{n}{V} = \frac{p}{R \cdot T}$$

får vi

$$\rho = \frac{M}{R} \cdot \frac{p}{T}$$

I tabeller over gassers densitet angiver man som regel densiteten ved temperaturen 0 °C og trykket 1013 hPa.



En Montgolfiere er en varmluftsballon.

Luften i ballonen opvarmes med ild. Trykket i ballonen er det samme som uden for ballonen, altså 1 atmosfære. Ifølge

$$\rho = \frac{M}{R} \cdot \frac{p}{T}$$

falder densiteten af luften i ballonen, når temperaturen stiger. Luften i ballonen vejer derfor mindre end den luftmængde, som fortrænges af ballonen. Opdriften kan blive stor nok til også at kunne bære ballonens hylster og en eventuel gondol med passagerer.

7e Densiteten af atmosfærisk luft ved temperaturen 0 °C og trykket 1 atm kan beregnes således:

$$\rho = \frac{0{,}029\ \text{kg/mol}}{8{,}31\ \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \cdot \frac{1013\ \text{hPa}}{273\ \text{K}}$$

$$\rho = 1{,}29\ \text{kg/m}^3$$

gas	densitet i kg/m³
helium	0,179
methan	0,717
hydrogen	0,090
nitrogen	1,25
luft	1,29

Ø20 På toppen af Mount Everest er trykket ca. 340 hPa. Beregn luftens densitet en dag, hvor temperaturen er –20 °C.

Den lille densitet indvirker på vejrtrækningen for personer, som vil opholde sig i den højde.

Forklar hvordan.

Ø21 Beregn densiteten af helium ved stuetemperatur og et tryk på 1 atm.

Ø22 Beregn densiteten af vanddamp ved trykket 1 atm og temperaturen 100 °C.

(Formlen kan ikke altid benyttes til beregning af vanddamps densitet, da vanddamp kun i nogle tilfælde er en idealgas. Herom i næste afsnit.)

Trykvariation i højden

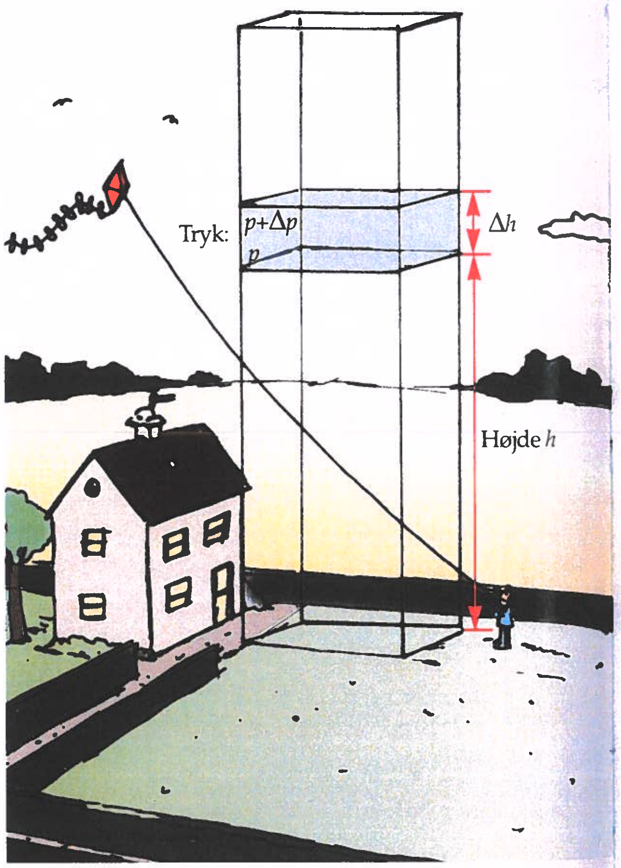
Trykket i atmosfæren aftager med højden, så det er størst ved jordoverfladen. Hvorledes trykket varierer med højden, vil vi belyse i det følgende.

Hvis luften havde samme densitet i alle højder, kunne trykket beregnes på samme måde som trykket af en væskesøjle:

$$p = \rho \cdot h \cdot g$$

Men sådan forholder det sig ikke. Atmosfæren sammentrykkes, så densiteten er større ved jordoverfladen end i højden. Beregninger af trykket i forskellige højder er derfor ikke så enkle.

Kalder vi trykket i en vis højde for p, vil trykket i en lidt større højde være $p + \Delta p$. Da trykket aftager med højden, er Δp negativ, og størrelsen af Δp er lig med trykket af den lille luftsøjle med højden Δh.



Hvis Δh er så lille en højdetilvækst, at luftens densitet ρ er praktisk talt konstant, har vi derfor

$$\Delta p = -\rho \cdot \Delta h \cdot g$$

Udnytter vi nu det tidligere fundne udtryk for densiteten:

$$\rho = \frac{M}{R} \cdot \frac{p}{T}$$

$$\Delta p = -\frac{M}{R} \cdot \frac{p}{T} \cdot \Delta h \cdot g$$

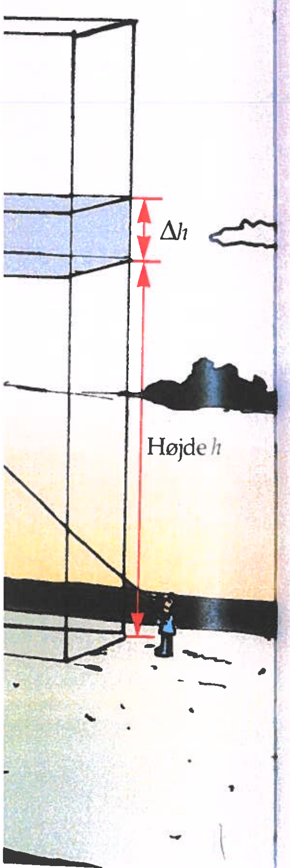
eller

$$\frac{\Delta p}{p} = -\frac{M}{R} \cdot \frac{g}{T} \cdot \Delta h$$

Denne formel angiver den relative trykændring $\Delta p / p$ i atmosfæren, når højden over jordoverfladen forøges med Δh. Vi ser af formlen, at trykændringen afhænger af temperaturen T i den pågældende højde. For at kunne anvende formlen, skal højdeændringerne derfor være så små, at vi kan regne temperaturen for konstant. I praksis kan vi her regne temperaturen for konstant, når højdeændringerne ikke er mere end nogle få hundrede meter.

verfladen.

regnes på



år højden
gen afhænger
mlen, skal
for konstant.
ngerne ikke

Indsætter vi luftens molarmasse $M = 0{,}029$ kg/mol, gaskonstanten $R = 8{,}31$ J/mol·K og tyngdeaccelerationen $g = 9{,}82$ N/kg, får vi

$$\frac{\Delta p}{p} = \cancel{-3{,}34} \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{\Delta h}{T}$$

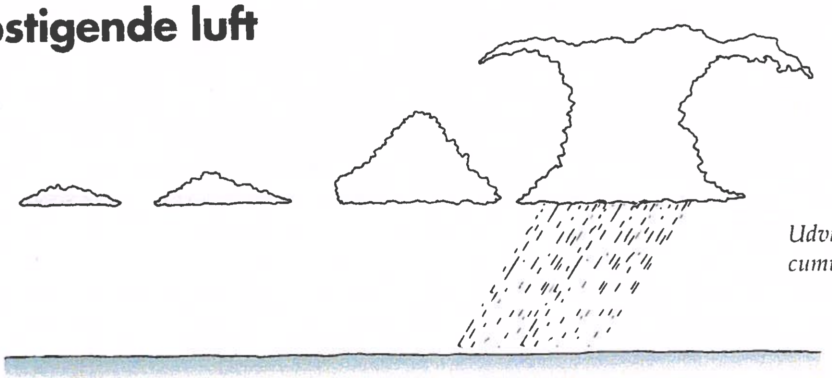
$-3{,}43 \cdot 10^{-2}$

Som eksempel kan vi beregne trykvariationen nær jordoverfladen, hvor temperaturen er 288 K (15 °C). Ved en højdeforøgelse på 100 m får vi

$$\frac{\Delta p}{p} = -3{,}34 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{m}} \cdot \frac{100\ \mathrm{m}}{288\ \mathrm{K}} = -0{,}012 = -1{,}2\%$$

Atmosfærens tryk aftager altså med ca. 1,2% for hver 100 m højden øges.

Opstigende luft



Udvikling af cumulus-skyer.

Vi har set, at opstigende luft ved afkøling kan komme under mætningspunktet, så der dannes skyer og muligvis nedbør. Spørgsmålet er så: Hvordan bliver luften afkølet? Luft er en meget dårlig varmeleder, så den afkøling, der finder sted, kan ikke skyldes, at den opstigende luft afgiver varme til de koldere omgivelser. Det ville i så fald kræve meget lang tid.

Der er i stedet tale om, at den opstigende luft udvider sig. Ved denne udvidelse aftager luftens indre energi, og den afkøles. En sådan afkøling siges at være en *adiabatisk afkøling*. Der findes både adiabatisk afkøling og adiabatisk opvarmning. Et eksempel på *adiabatisk opvarmning* kender vi, når vi pumper cykel. Vi mærker, at ventilens temperatur stiger, uden at der er tilført varme. Temperaturstigningen skyldes, at luften i pumpen presses sammen.

Når en gas presses sammen eller udvider sig, siger vi, at der udføres et arbejde A på gassen. Dette arbejde kan være både positivt og negativt. Den indre energi af en gas kan derfor ændres både ved at tilføre den en varme Q og ved at udføre et arbejde A på den. Der gælder derfor

$$\Delta E_{\mathrm{indre}} = Q + A.$$

Vi vil i kapitel 9 komme nærmere ind på dette.