M. Brydensholt : Orbit B

6.9 Sensorer

En sensor er generelt et apparat, der er konstrueret til at registrere en udefra kommende påvirkning og reagere på den. Reaktionen kan for eksempel bestå i et lydsignal, et elektrisk signal eller en handling som at tænde eller slukke for en kontakt.

Vi møder sensorer overalt og nævner nogle eksempler

Sensor	Reagerer på	Mulig anvendelse
Termometer	Temperatur	Viser temperatur
Temperatursensor	Temperaturændring	Tænder og slukker for varmelegeme
Lyssensor	Lys og mørke	Tænder og slukker lys
Lydsensor	Lydstyrke	Måler lydstyrke
Ultralydssensor	Reflekteret ultralyd	Undersøgelse af indre organer på et sygehus
Radarsensor	Reflekteret elektromagnetisk stråling	Baksensor i biler, adaptiv fartpilot
Mekanisk sensor	Fx trykpåvirkning eller længdeændring	Udlæsning af en måleværdi



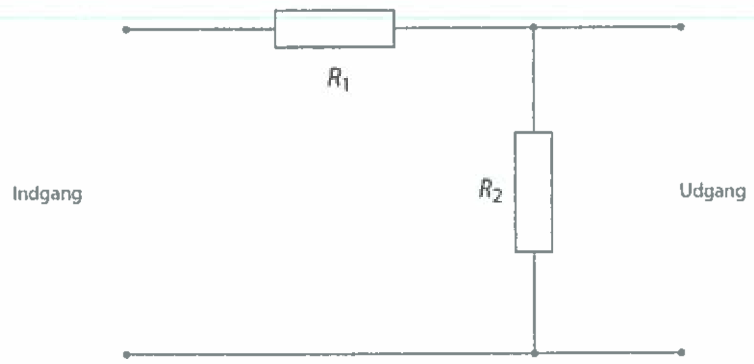
Tre forskellige sensorer. Til venstre en bevægelsesensor med indbygget kamera. Sensoren er en del af en indbrudsalarm. I midten en sensor i en indkørsel. Den registrerer bevægelse og tænder lys, når nogen kommer ind i indkørslen i mørke. Til højre en røgmelder i samme alarmsystem som sensoren til venstre.

Vi vil i dette afsnit studere nogle få sensorer nærmere. For at kunne anvende sensorer må vi indledningsvis se på to fundamentale elektriske kredsløb, nemlig spændingsdeleren og Wheatstones bro.

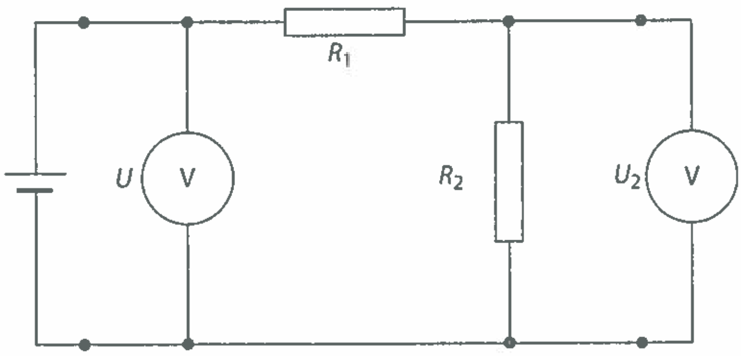
Spændingsdeler

En spændingsdeler er en nyttig måde at koble to resistorer på, hvis der er brug for en spændingsforskel, der er mindre end den, som ens spændingskilde kan levere.

Spændingsdeleren består af de to resistorer R_1 og R_2.



De to poler til venstre kalder vi kredsens indgang. Tilsvarende er de to poler til højre kredsens udgang.



Vi kobler en spændingskilde med polspændingen U til kredsens indgang. Vi måler spændingsforskellene U_1 og U_2 ved hhv. kredsens indgang og udgang med hver sit voltmeter. Vi kan gå ud fra, at der ikke går nogen strøm igennem voltmetret. Så er R_1 og R_2 seriekoblede, og vi kan beregne strømstyrken I igennem dem ved hjælp af Ohms lov:

$$U = (R_1 + R_2) \cdot I$$

og dermed

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

Vi kan nu beregne U_2, som er spændingsfaldet over R_2:

$$U_2 = R_2 \cdot I$$

Vi indsætter det udtryk for I, som vi netop har fundet, og får

Spændingsdelerformlen

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

Eksempel: Spændingsdeler

Vi laver en spændingsdeler med

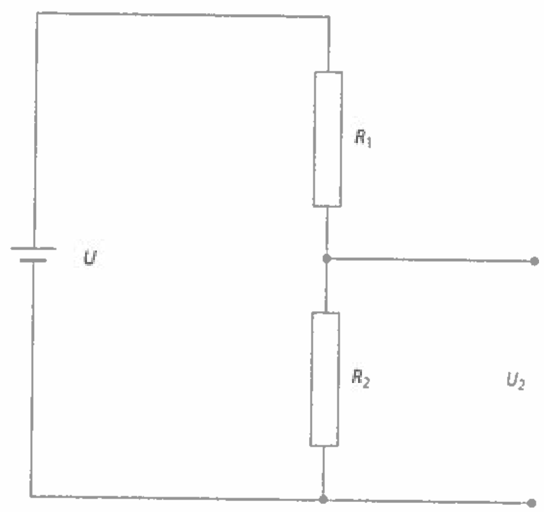
$$R_1 = 100\,\Omega, \; R_2 = 220\,\Omega, \; U = 10{,}0\,\mathrm{V}$$

Så får vi

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{220\,\Omega}{100\,\Omega + 220\,\Omega} \cdot 10{,}0\,\mathrm{V} = 6{,}88\,\mathrm{V}$$

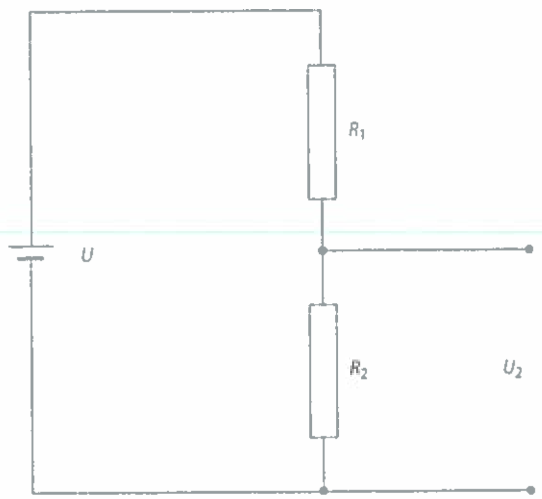
Eksempel: Spændingsdeler tegnet anderledes

Spændingsdelerens måde at fungere på ændres naturligvis ikke, hvis vi tegner den på en anden måde, som fx denne:



Sådan tegner vi de to spændingsdelere, der indgår i en brokobling, se nedenfor.

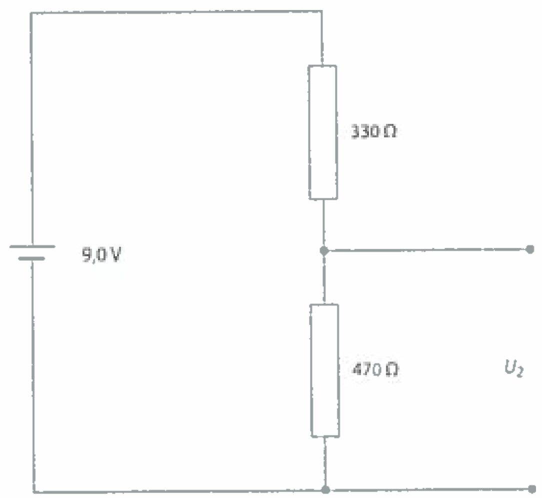
Opgave 629: Spændingsdeler



I den viste spændingsdeler er $U = 12{,}0$ V og $R_1 = 220\,\Omega$. Vi ønsker, at $U_2 = 7{,}5$ V.

Beregn R_2.

Opgave 630: Ukendt spænding

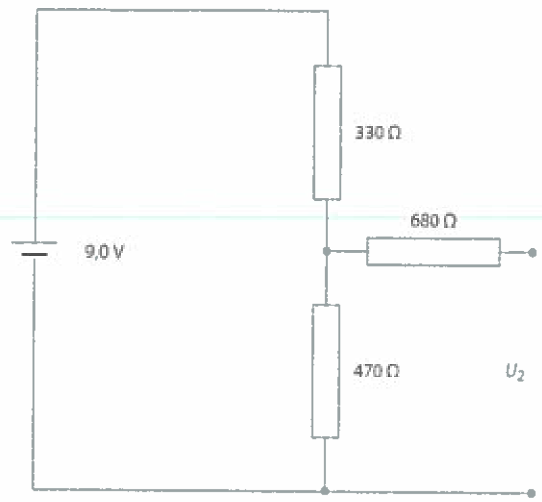


a. Beregn U_2.

Vi forbinder en resistor med resistansen 680 Ω parallelt med resistoren på 470 Ω.

b. Beregn U_2.

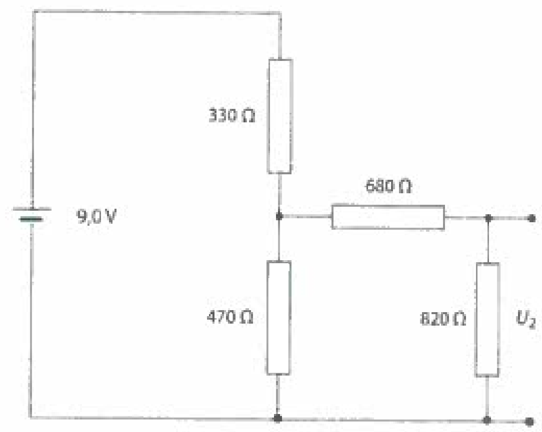
Opgave 631: Spændingsdeler med fire resistorer



Spændingsdelerens udgang er ikke forbundet med noget andet kredsløb.

a. Hvor stor er U_2?

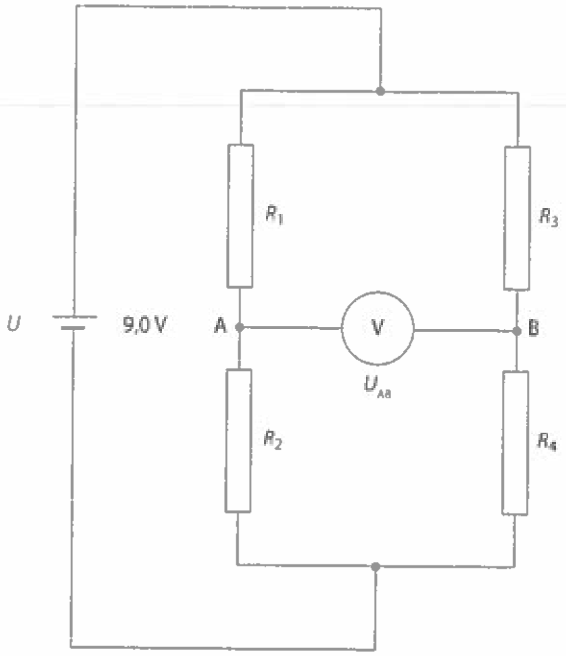
Vi indsætter en ekstra resistor som vist herunder:



b. Beregn U_2.

Wheatstones bro

En brokobling består af to parallelle spændingsdelere:



Der er ikke direkte forbindelse mellem punkterne *A* og *B* . Det indtegnede voltmeter måler spændingsforskellen U_{AB}, og vi kan se bort fra den ganske lille strøm, der går igennem voltmetret.

Vi finder spændingsfaldet U_2 over R_2 ved hjælp af spændingsdelerformlen:

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

Tilsvarende er spændingsfaldet U_4 over R_4:

$$U_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot U$$

For spændingsfaldet U_{AB} får vi

$$U_{AB} = U_2 - U_4 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot U$$

hvilket vi efter nogle mellemregninger kan omskrive til formlen

Brospændingen ved Wheatstones bro

$$U_{AB} = \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \cdot U$$

Vi kan se, at

$$U_{AB} = 0$$

hvis

$$R_2 \cdot R_3 = R_1 \cdot R_4$$

hvilket vi også kan skrive således:

Balancebetingelse for brokoblingen

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

Hvis U_{AB}= 0, siger vi, at brokoblingen er i balance.

Opgave 632: Formlen for brospændingen

Vis ved beregning, hvorledes vi med udgangspunkt i formlerne

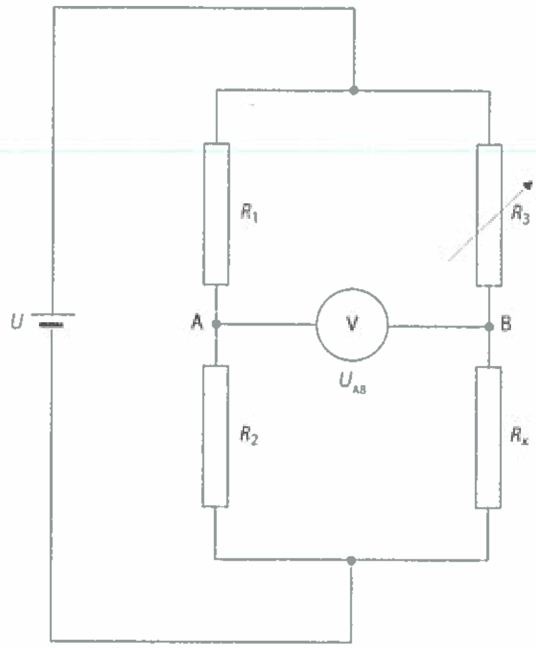
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U \qquad \text{og} \qquad U_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot U$$

kan komme frem til formlen for brospændingen

$$U_{AB} = \frac{R_2 \cdot R_3 - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \cdot U$$

Opgave 633: Ukendt resistans

Wheatstones bro kan benyttes til nøjagtig bestemmelse af en resistors resistans.



I den viste broopstilling indsætter vi en ukendt resistor R_x, hvis resistans vi vil bestemme. Vi har

$$R_1 = 2 \cdot R_2$$

R_3 er en variabel resistor, hvis resistans vi kan indstille og aflæse på et display. R_x er den ukendte resistor.

Vi stiller på R_3, indtil $U_{AB} = 0$. Det sker ved $R_3 = 127\ \Omega$.

Bestem R_x.

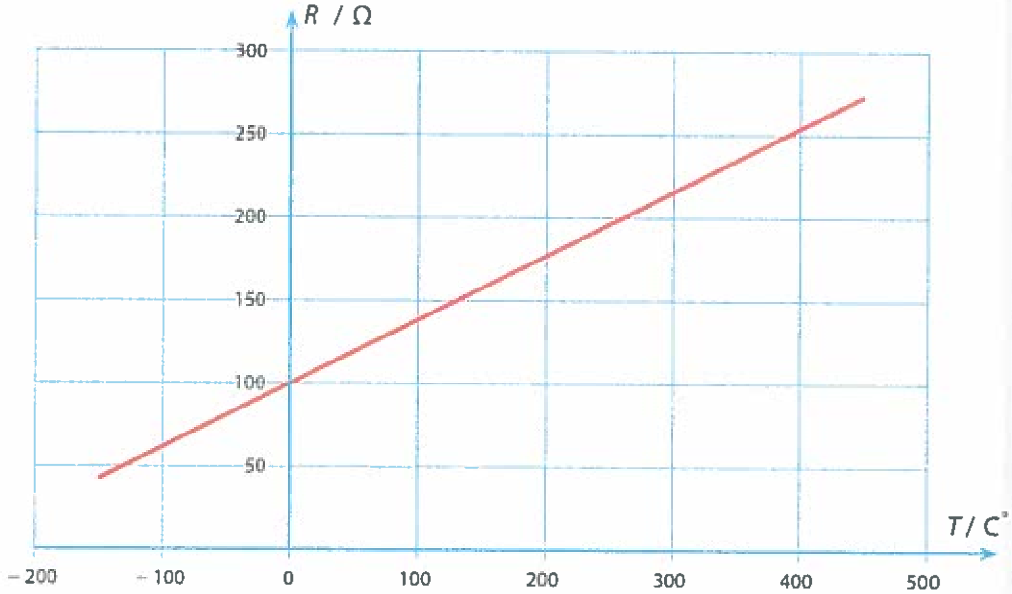
Temperatursensorer

Den simplest tænkelige temperatursensor er et gammeldags kviksølv- eller spritermometer. Det registrerer temperaturen, og som signal giver det længden af en kviksølv- eller spritsøjle.

Det er imidlertid særdeles vanskeligt at få et sprittermometer til at tænde eller slukke for et varmelegeme eller styre en termostat. Vi ser derfor nærmere på temperatursensorer, der afgiver en form for elektrisk signal.

Pt100-følere

En Pt100-føler er en standardiseret resistor med resistansen 100 Ω. Den er fremstillet af en platinlegering, som har den egenskab, at resistiviteten σ med god tilnærmelse er en lineær funktion af temperaturen T. En Pt100-føler er dimensioneret sådan, at den ved 0 °C har resistansen 100 Ω.



Grafen viser, hvordan en Pt100-følers resistans R afhænger af temperaturen. Ligningen for grafen er

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T)$$

hvor

$$R_0 = 100\,\Omega$$

og

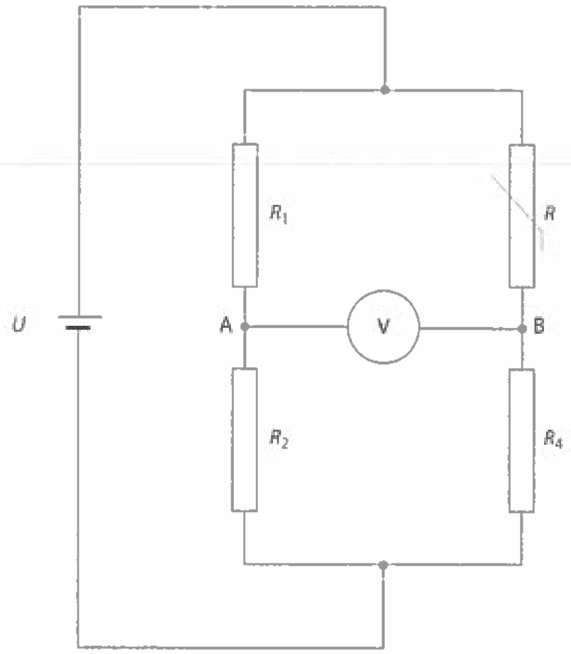
$$\alpha = \frac{R - R_0}{T}$$

α kalder vi *resistanstemperaturkoefficienten*.

For den Pt-legering, der anvendes i Pt100-følere, gælder

$$\alpha = 0{,}003851\,{}^\circ\mathrm{C}^{-1}$$

Hvis vi vil bruge en Pt100-føler til at styre en proces, fx ved at tænde og slukke for kontakter, må vi have omsat resistansændringen til et elektrisk signal. Det gør vi typisk ved at anbringe føleren i en brokobling:



R er vor Pt100-føler. Bemærk diagramsymbolet. Vi så ovenfor, at der for spændingssignalet gælder

$$U_{AB} = \frac{R_2 \cdot R - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R + R_4)} \cdot U$$

idet vi har erstattet R_3 med R for R3.

Da

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T)$$

får vi

$$U_{AB} = \frac{R_2 \cdot R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T) - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T) + R_4)} \cdot U$$

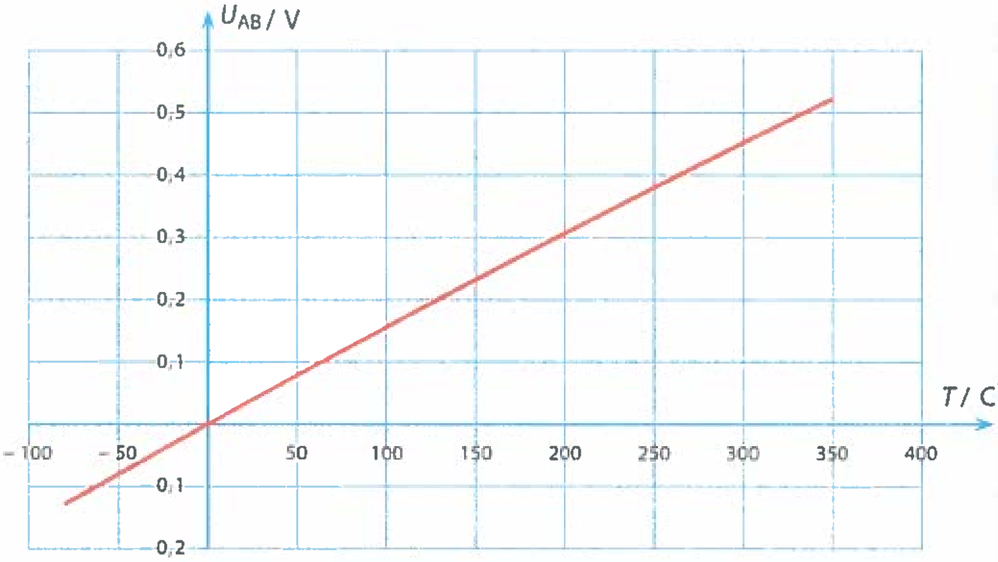
Tabellen og grafen herunder viser denne sammenhæng for

$$U = 9{,}0\,\mathrm{V}$$

og

$$R_2 = R_4 = 2{,}0\,\mathrm{k\Omega} \qquad \text{samt} \qquad R_0 = R_1 = 100\,\Omega$$

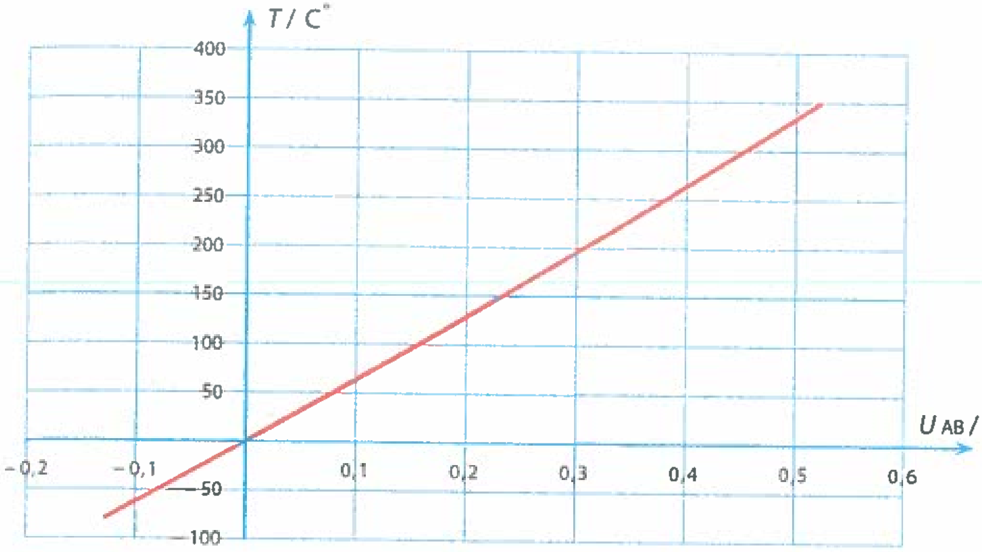
T / °C	U_{AB} / V	T / °C	U_{AB} / V	T / °C	U_{AB} / V	T / °C	U_{AB} / V
-80	-0,12927	30	0,047491	140	0,217210	250	0,380302
-70	-0,11290	40	0,063204	150	0,232304	260	0,394814
-60	-0,09659	50	0,078860	160	0,247344	270	0,409274
-50	-0,08034	60	0,094458	170	0,262330	280	0,423683
-40	-0,06415	70	0,109999	180	0,277262	290	0,438041
-30	-0,04802	80	0,125483	190	0,292141	300	0,452349
-20	-0,03196	90	0,140910	200	0,306966	310	0,466606
-10	-0,01595	100	0,156281	210	0,321738	320	0,480814
0	0	110	0,171597	220	0,336457	330	0,494971
10	0,015889	120	0,186856	230	0,351124	340	0,509080
20	0,031719	130	0,202060	240	0,365739	350	0,523139



U_{AB} som funktion af temperaturen.

Til hver eneste værdi af U_{AB} svarer der netop én værdi af T. Vi kan derfor indrette vort voltmeter således, at der på skalaen står T i stedet for U.

I stedet for fx 0,523139 V skriver vi 350 °C, osv. Se tabel og graf. Det svarer til, at vi bytter om på grafens akser:



T som funktion af U_{AB}

Vi kan dog slippe nemmere om ved det. Det viser sig nemlig, at hvis der gælder

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0}{R_4}$$

og

$$R_4 \gg R_0$$

så er U_{AB} og T så godt som ligefrem proportionale, hvilket graferne herover også bekræfter.

Ved hjælp af noget matematik, som vi kalder Taylor-rækker, kan vi vise, at der med god tilnærmelse gælder, at

$$U_{AB} \approx \frac{R_0 \cdot R_4 \cdot \alpha \cdot U}{(R_0 + R_4)^2} \cdot T$$

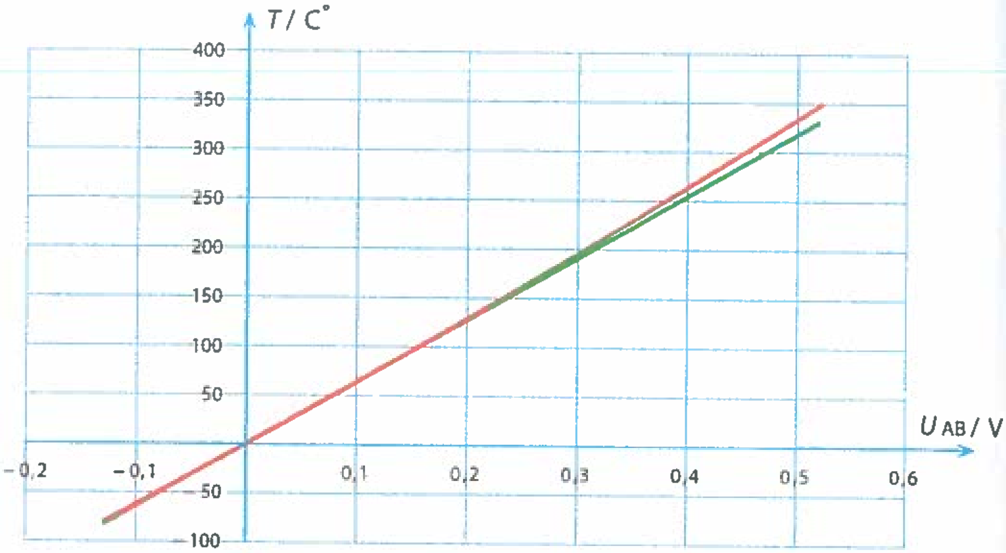
Isolerer vi T i dette udtryk, får vi

$$T \approx \frac{(R_0 + R_4)^2}{R_0 \cdot R_4 \cdot \alpha \cdot U} \cdot U_{AB}$$

Benytter vi ovenstående værdier, får vi

$$T \approx \frac{(100\,\Omega + 2\,000\,\Omega)^2}{100\,\Omega \cdot 2\,000\,\Omega \cdot 0{,}003851\,°\mathrm{C}^{-1} \cdot 9{,}0\,\mathrm{V}} \cdot U_{AB}$$
$$= 636\,\frac{°\mathrm{C}}{\mathrm{V}} \cdot U_{AB}$$

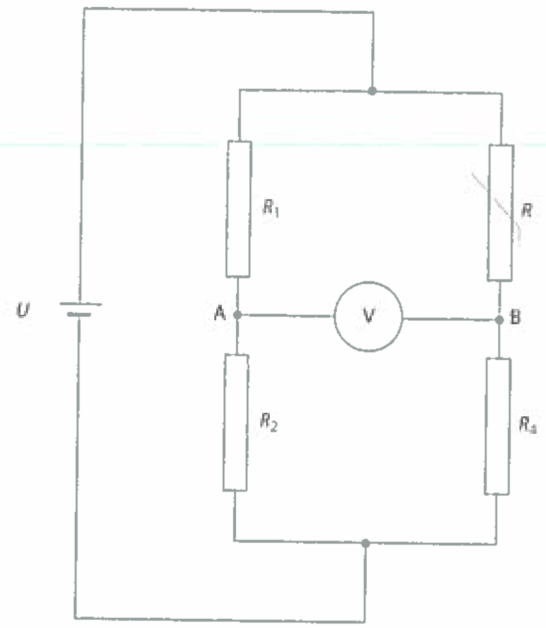
Den grønne graf herunder viser den tilnærmede kurve.



Vi ser, at vort tilnærmede udtryk med god tilnærmelse passer op til temperaturer på cirka 200 °C svarende til en spændingsforskel på 0,31 V. For højere spændinger er det bedre at benytte den korrekte kurve.

Opgave 634: Pt100-føler

Vi har indsat en PT100-føler i en broopstilling:



Vi vælger

$$R_1 = R_0$$
$$R_2 = R_4 = 10 \cdot R_0$$
$$U = 5{,}0\,\mathrm{V}$$

a. Vis, at der gælder

$$U_{AB} = \frac{10 \cdot \alpha \cdot T}{121 + 11 \cdot \alpha \cdot T} \cdot U$$

b. Tegn en graf, der viser U_{AB} som funktion af T i området -100 °C til 500 °C
c. Gentag beregning og graftegning med

$$R_1 = R_0$$
$$R_2 = R_4 = 20 \cdot R_0$$
$$U = 5{,}0\,\mathrm{V}$$

d. Og gennemfør det hele endnu engang med

$$R_1 = R_0$$

$$R_2 = R_4 = 30 \cdot R_0$$

$$U = 5{,}0\,\mathrm{V}$$

e. Hvad sker der med grafens linearitet, når vi lader forholdene

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_0}$$

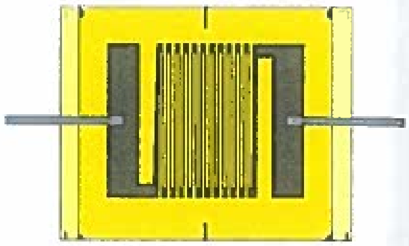
vokse?

f. Hvad sker der med opstillingens følsomhed, dvs. størrelsen af U_{AB}?

Det er oplagt at lade et regneark gennemføre beregningerne.

Strain gauges

Hvis en villaejer vil undersøge, om en revne i fundamentet bliver større, kan vedkommende med fordel anvende en strain gauge. En strain gauge er nemlig en forlængelses- og forkortelsessensor. Den kan registrere afstandsændringer og kan derfor opdage det, hvis en revne bliver større.



Strain gauge af folietypen

Billedet viser en typisk strain gauge af folietypen. På et isolerende, elastisk foliemateriale er der anbragt en lang stribe af et ledende materiale. Vi kan beregne resistansen R af den lange ledende stribe ved hjælp af denne formel, som vi kender fra tidligere i dette kapitel:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

ρ er det ledende materiales resistivitet, L er den ledende stribes længde og A dens tværsnitsareal. Hvis nu foliet bliver strakt, vokser L, mens A bliver mindre. R bliver derfor større. Det modsatte sker, hvis R bliver presset sammen.

Den nævnte villaejer skal nu blot lime de to ender af en strain gauge fast på hver sin side af revnen i fundamentet. Hvis revnen udvider sig, bliver strain gaugen forlænget, og det bevirker, at R vokser:

$$R = R_0 + \Delta R$$

hvor R_0 er strain gaugens resistans, når den hverken er forlænget eller presset sammen.

Forsøg viser, at der med god tilnærmelse gælder

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

hvor L_0 er den ubelastede strain gauges længde, og k er en konstant, hvis værdi afhænger af det materiale, som den ledende stribe er lavet af.

Materiale	k
Konstantan	2,05
Platin	6,0
Silicium	-100 ... +190

Der er snævre grænser for, hvor meget det kan lade sig gøre at forlænge en strain gauge uden at den tager skade. Typiske værdier er

$$\frac{\Delta L}{L_0} \leq 2\,000\,\frac{\mu\text{m}}{\text{m}}$$

altså

$$\Delta L \leq 2\,000\,\frac{\mu\text{m}}{\text{m}} \cdot L_0$$

For en typisk strain gauge med $L_0 = 0{,}10$ m får vi så

$$\Delta L \leq 2\,000\,\frac{\mu\text{m}}{\text{m}} \cdot 0{,}10\,\text{m} = 200\,\mu\text{m}$$

dvs.

$$\Delta L \leq 0{,}200\,\text{mm}$$

Det er således meget små længdeændringer, det drejer sig om.

Strain gauges forhandles med nogle standardværdier for R_0.
Typiske værdier er 120 Ω, 350 Ω, 700 Ω og 1000 Ω.

Eksempel: Strain gauge af platin

Vi har en strain gauge af platin med $L_0 = 10$ cm og $R_0 = 1000\ \Omega$. Vi forlænger den med 0,200 mm.

Af

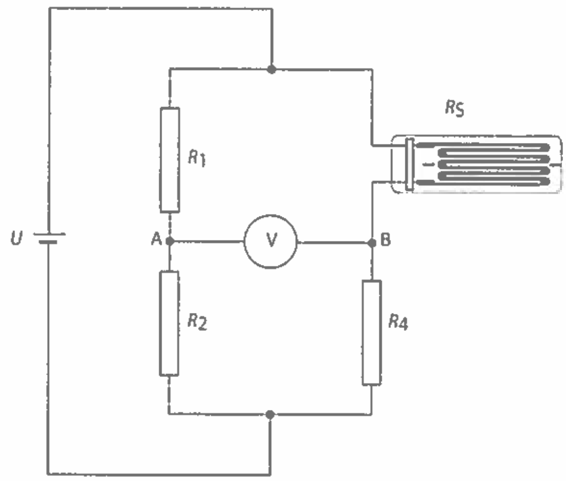
$$\frac{\Delta R}{R_0} = k \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

får vi

$$\begin{aligned} \Delta R &= k \cdot \frac{\Delta L}{L_0} \cdot R_0 \\ &= 6{,}0 \cdot \frac{0{,}200 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{0{,}10\,\mathrm{m}} \cdot 1\,000\,\Omega \\ &= 12\,\Omega \end{aligned}$$

12 Ω udgør 1,2% af 1000 Ω. Det er mindre end måleusikkerheden på mange ohmmetre. Vi må derfor gøre noget for at forbedre nøjagtigheden.

Vi gør det samme, som vi gjorde ved Pt100-føleren. Vi indsætter strain gaugen i en brokobling:



På samme måde, som vi gjorde ved Pt100-føleren, opstiller vi denne ligning for U_{AB}:

$$U_{AB} = \frac{R_2 \cdot R_s - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_s + R_4)} \cdot U$$

Vi indsætter

$$R_s = R_0 + \Delta R$$

og får

$$U_{AB} = \frac{R_2 \cdot (R_0 + \Delta R) - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_0 + \Delta R + R_4)} \cdot U$$

Ved brug af strain gauges viser det sig at være praktisk at lade

$$R_1 = R_2 = R_4 = R_0$$

Så kan vi forenkle brøken brøken væsentligt:

$$U_{AB} = \frac{\Delta R}{2 \cdot (2 \cdot R_0 + \Delta R)} \cdot U$$

Nu indsætter vi

$$\Delta R = k \cdot \frac{\Delta L}{L_0} \cdot R_0$$

og får efter nogle mellemregninger

$$U_{AB} = \frac{k \cdot \frac{\Delta L}{L_0}}{2 \cdot \left(2 + k \cdot \frac{\Delta L}{L_0}\right)} \cdot U$$

Vi tegner en graf, hvor vi lader $\frac{\Delta L}{L_0}$ variere fra 0 til 2000 $\frac{\mu m}{m}$. Som før sætter vi $k = 6$ og $U = 9{,}0\,\mathrm{V}$.

Vi ser, at der ligesom ved Pt100-føleren stort set er ligefrem proportionalitet mellem de to variable. Vi bytter om på akserne og får denne graf:

Til hver eneste værdi af U_{AB} svarer der netop én værdi af den relative forlængelse. Vi kan derfor lade vor voltmeterskala vise $\frac{\Delta L}{L_0}$ i stedet for U_{AB}.

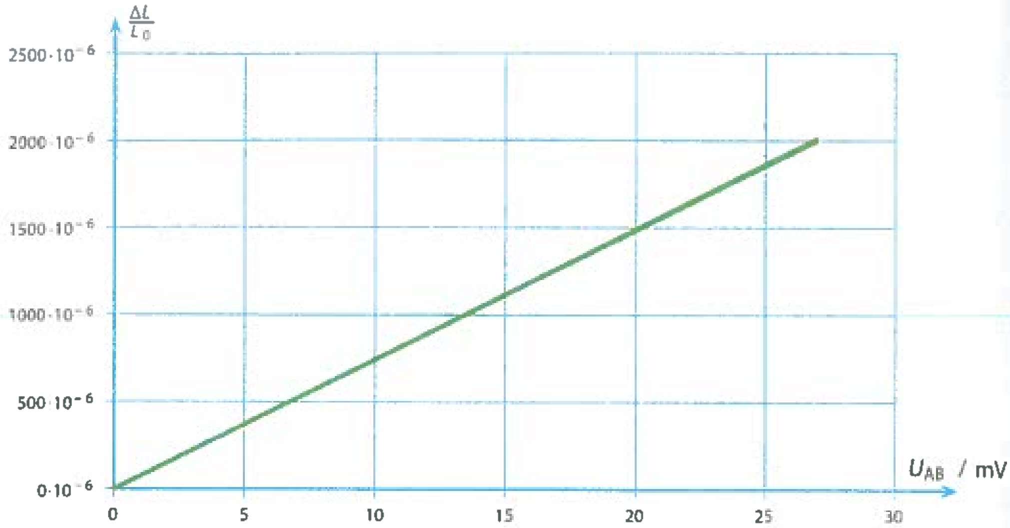
Som tilnærmet udtryk kan vi benytte

$$\frac{\Delta L}{L_0} \approx \frac{4}{k \cdot U} \cdot U_{AB}$$

Indsætter vi samme værdier som før, får vi

$$\frac{\Delta L}{L_0} \approx \frac{4}{6{,}0 \cdot 9{,}0\,\mathrm{V}} \cdot U_{AB} = 74\,\mathrm{mV}^{-1} \cdot U_{AB}$$

Den grønne graf herunder viser den tilnærmede kurve.



Tilnærmet kurve for den relative længdeforøgelse

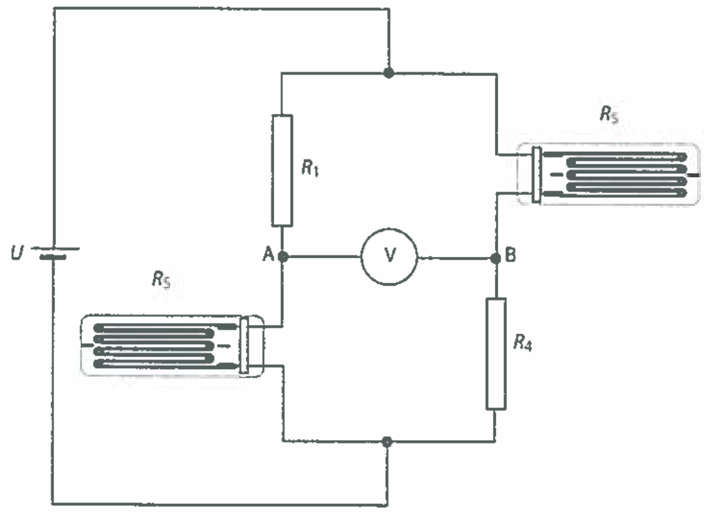
Vi kan også isolere ΔL i formlen. Så får vi

$$\Delta L = \frac{4 \cdot U_{AB}}{U - 2 \cdot U_{AB}} \cdot \frac{L_0}{k}$$

I denne formel kender vi alle størrelser, så vi kan uden videre beregne ΔL.

Eksempel: Fordobling af følsomheden

Vi kan fordoble følsomheden ved at anvende to identiske strain gauges.

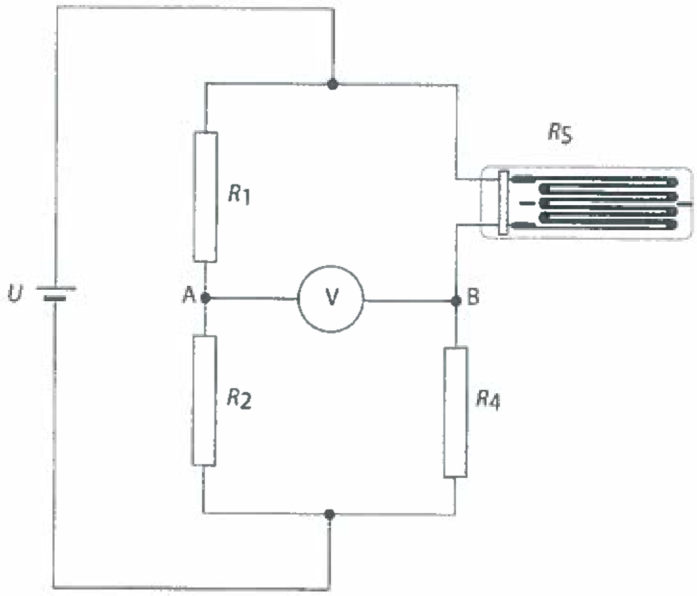


Hvis vi placerer dem som vist i diagrammet herover, får vi lige præcis et dobbelt så stort spændingssignal som med én strain gauge:

$$U_{AB} = \frac{k \cdot \frac{\Delta L}{L_0}}{2 + k \cdot \frac{\Delta L}{L_0}} \cdot U$$

Opgave 635: Strain gauge i brokobling

Vi tager udgangspunkt i denne broopstilling med strain gauge:



I bogen opstiller vi følgende formel, som gælder for dette kredsløb:

$$U_{AB} = \frac{R_2 \cdot (R_0 + \Delta R) - R_1 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_0 + \Delta R + R_4)} \cdot U$$

a. Vis, at der gælder

$$U_{AB} = \frac{\Delta R}{2 \cdot (2 \cdot R_0 + \Delta R)} \cdot U$$

hvis

$$R_1 = R_2 = R_4 = R_0$$

b. Vis, at udtrykket kan skrives som

$$U_{AB} = \frac{k \cdot \frac{\Delta L}{L_0}}{2 \cdot \left(2 + k \cdot \frac{\Delta L}{L_0}\right)} \cdot U$$

c. Vis, at vi ved brug af to strain gauges kan fordoble følsomheden, så der gælder

$$U_{AB} = \frac{\Delta R}{2 \cdot R_0 + \Delta R} \cdot U$$

Andre sensorer

Vi har nu undersøgt virkemåden af to forskellige sensorer. Som vi har nævnt i indledningen til dette afsnit, findes der en lang række andre sensorer. Pladsen og tiden tillader ikke, at vi går nærmere ind på dem. Fælles for dem alle er, at de omsætter en eller anden ydre påvirkning til et elektrisk signal. Det kan typisk ske ved hjælp af en brokobling. Ofte vil det være hensigtsmæssigt at omsætte det elektriske signal til et digitalt signal, som kan viderebehandles i en computer. Det sker ved en såkaldt analog-digital-konvertering (AD-konvertering). Design af AD-konvertere er en ingeniøropgave, hvis løsning ligger uden for en gymnasiefysikbogs rammer.