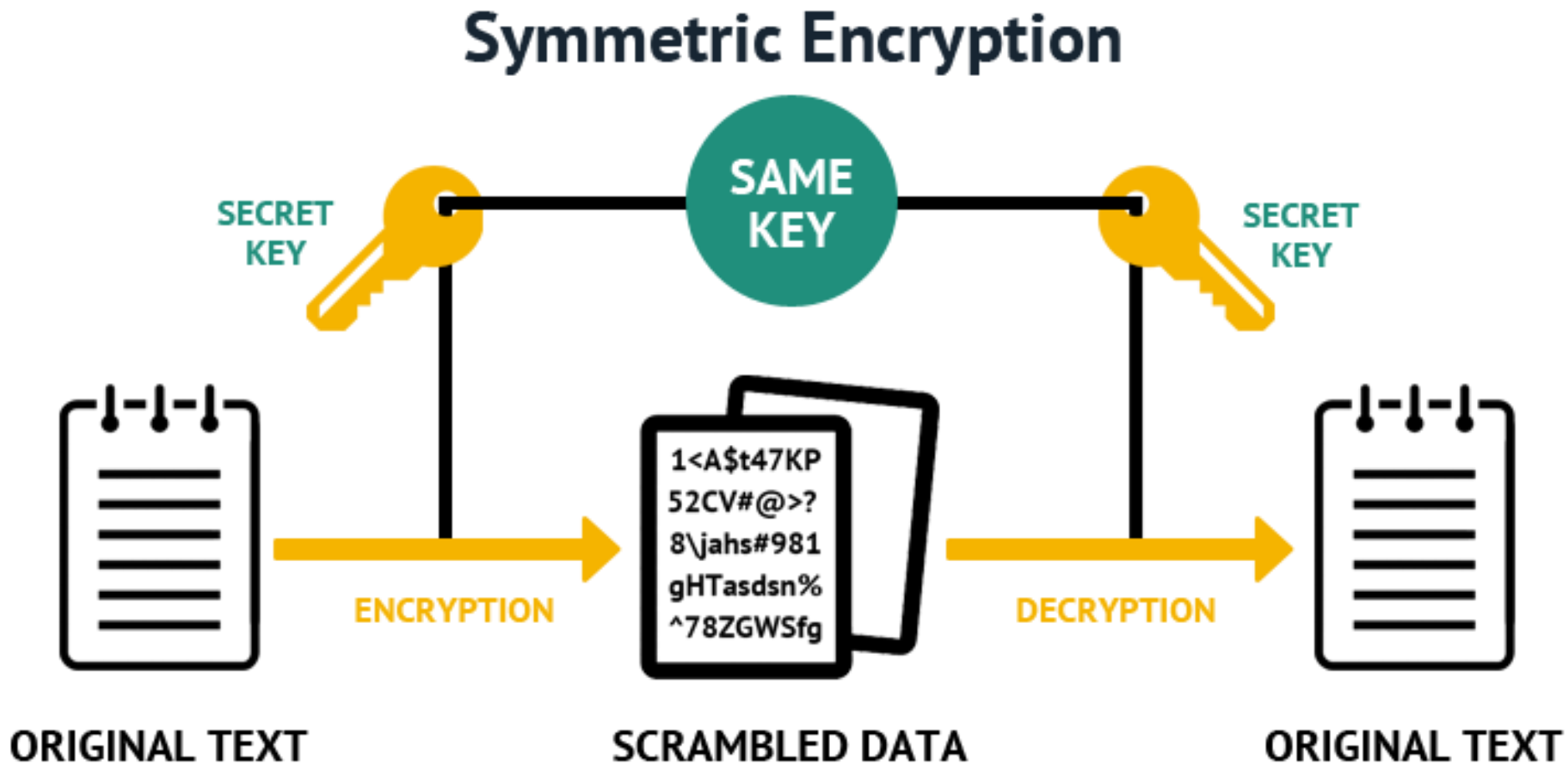
Kryptologi

Kryptologi

- Læren om hemmeligholdelse af information (fra græsk):
  - kryptos: hemmelig
  - -logi: læren om

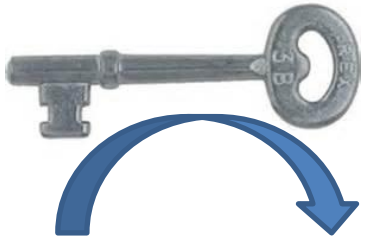
Idéen er altså…



Eksempel - afsender

Klartekst

ANGRIB VED
DAGGRY



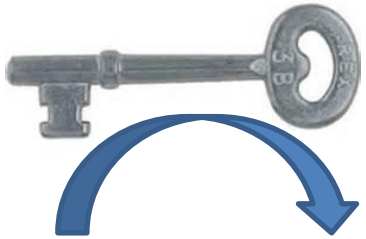
Kryptotekst

IVOZQJ AML
LIOOZD

Eksempel - modtager

Kryptotekst

IVOZQJ AML
LIOOZD



Klartekst

ANGRIB VED
DAGGRY

Cæsar substitution

- en simpel form for Monoalfabetisk substitution (et additiv kryptosystem)
- ”one digit encryption”

- Alle bogstaver i alfabetet flyttes et antal pladser frem (f.eks. 3 – det er nøglen!)

Klar-tekst	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Krypto-tekst	D	E	F	G	H	I	J	K	L

- Hvordan skriver man DAGE?

Øvelse – cæsar substitution

a) Vælg en nøgle som du vil bruge til at lave ”1 digit encryption” (dvs. et tal mellem 1 og 28)
b) Skriv en *kort tekst* (tre små ord) til din sidemand
c) Krypter din tekst
d) Send din tekst til sidemanden og angiv din nøgle
e) Lad din sidemand dekryptere din tekst

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	Æ	Ø	Å

Overvej: Hvor man forskellige nøgler er der? Er det nemt at bryde dette kryptosystem?

MULTI DIGIT ENCRYPTION

- Nøgle: 5 3 7 8 (”4 digit encryption”)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

- Hvordan skriver man DAGE?

- Dette er et eksempel på symmetrisk kryptering – hvorfor?
- Hvorfor er det ikke smart alene på internettet?

Øvelse – MULTI DIGIT ENCRYPTION

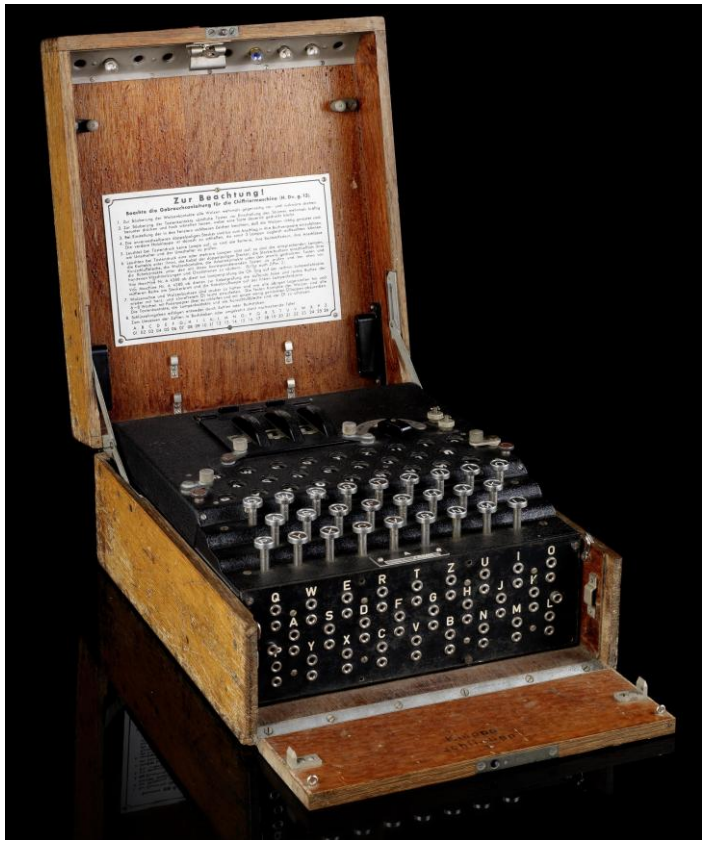
a) Vælg en nøgle på 3 cifre som du vil bruge til at lave ”multi digit encryption”
b) Skriv en *et ord* til din sidemand
c) Krypter din tekst
d) Send din tekst til sidemanden og angiv din nøgle
e) Lad din sidemand dekryptere din tekst

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	Æ	Ø	Å

Overvej: Hvor man forskellige nøgler er der? Er det nemt at bryde dette kryptosystem?

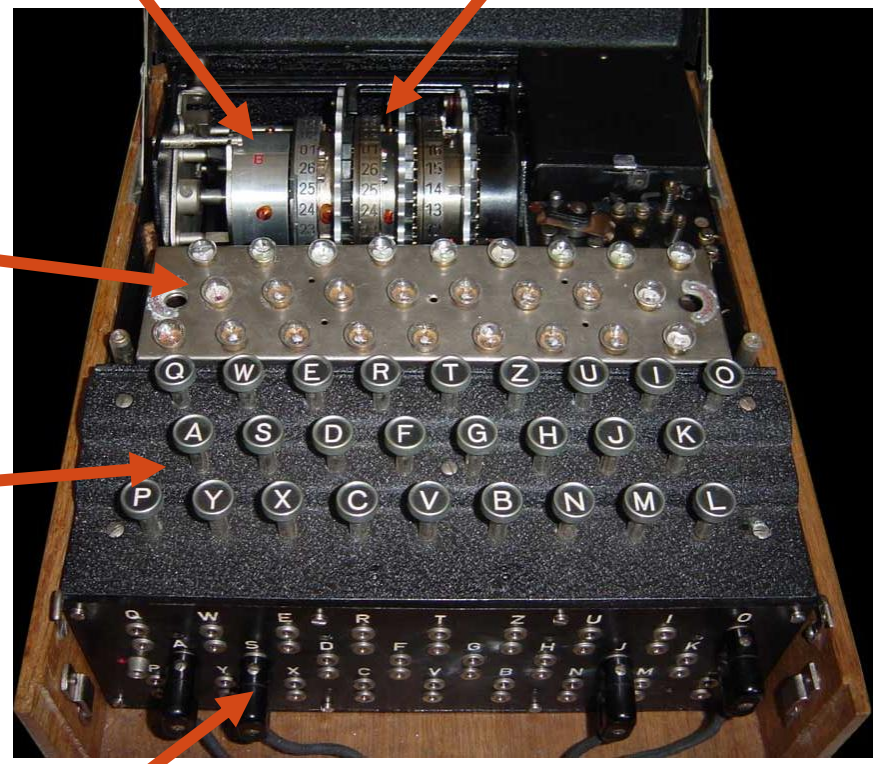
ENIGMA (GRÆSK: GÅDE)

- Udviklet af tyskerne Scherbius og Ritter (1918)
- Til kommercielt brug
- Indkøbes også til den tyske hær



HVORDAN VIRKER ENIGMA?

- Idéen er simpel:
  - Indtast et bogstav på tastaturet
  - Et nyt bogstav lyser på lampepladen
  - Send det nye, krypterede bogstav videre (pr. radio eller vha. morse)
  - Modtageren indtaster det krypterede bogstav og klartekstens bogstaver lyser på lampepladen (virker pga. reflektoren)



HVER DAG INDSTILLEDE TYSKERNE MASKINEN VHA. EN KODEBOG

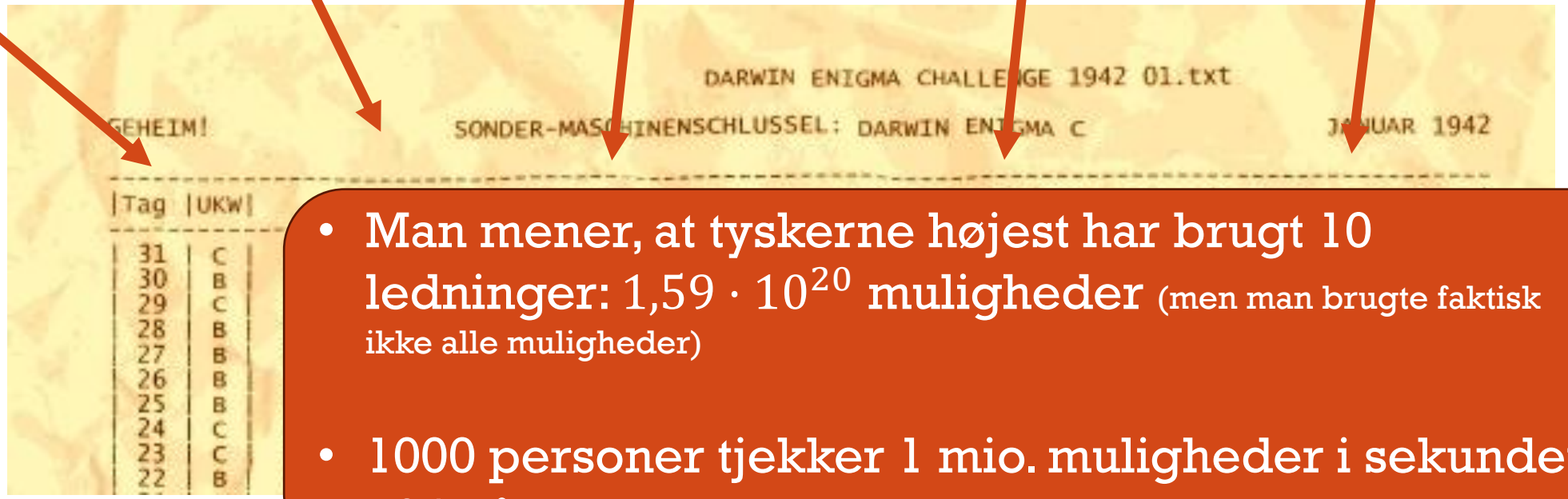
Vælg tre ud af i alt fem hjul

Indstil de tre hjul

Indstil koblings-tavlen

Bruges til at identificere den anvendte nøgle

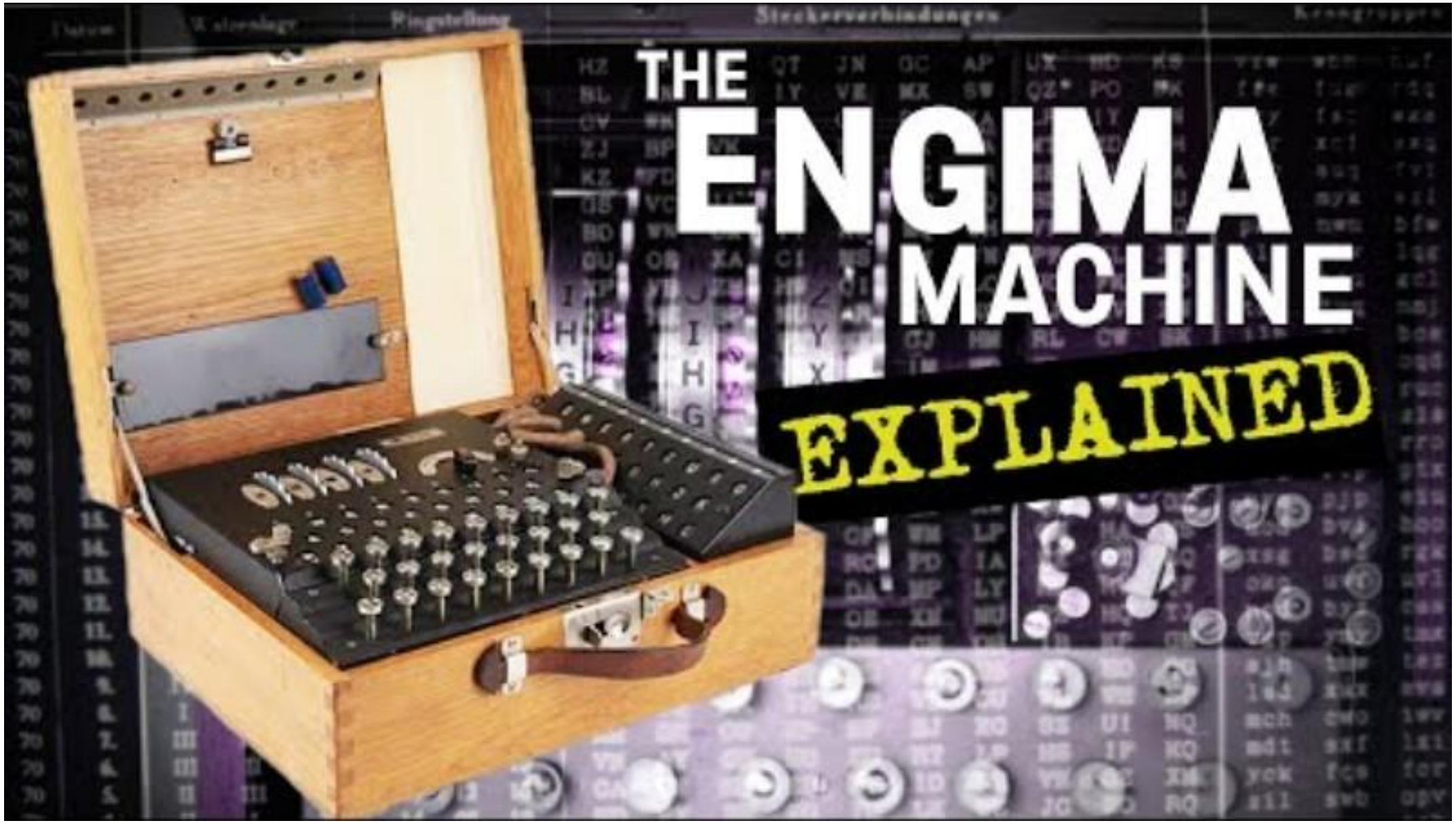
Dato



- Man mener, at tyskerne højest har brugt 10 ledninger: $1{,}59 \cdot 10^{20}$ muligheder (men man brugte faktisk ikke alle muligheder)
- 1000 personer tjekker 1 mio. muligheder i sekundet: 5041 år

ENIGMA – POLYALFABETISK SUBSTITUTION

- For hver ny indstilling bruges et nyt kryptoalfabet
- Hver gang man har tastet et bogstav ”takker” det første scramblerhjul (når det har kørt en omgang, ”takker” nr. to også osv.) – altså fås et nyt kryptoalfabet hver gang der tastes et nyt bogstav
- Dvs. man får et kryptosystem baseret på polyalfabetisk substitution med en MEGET LAAAANG nøgle!


THE
ENIGMA
MACHINE
EXPLAINED

BRYDNING AF ENIGMA - POLEN

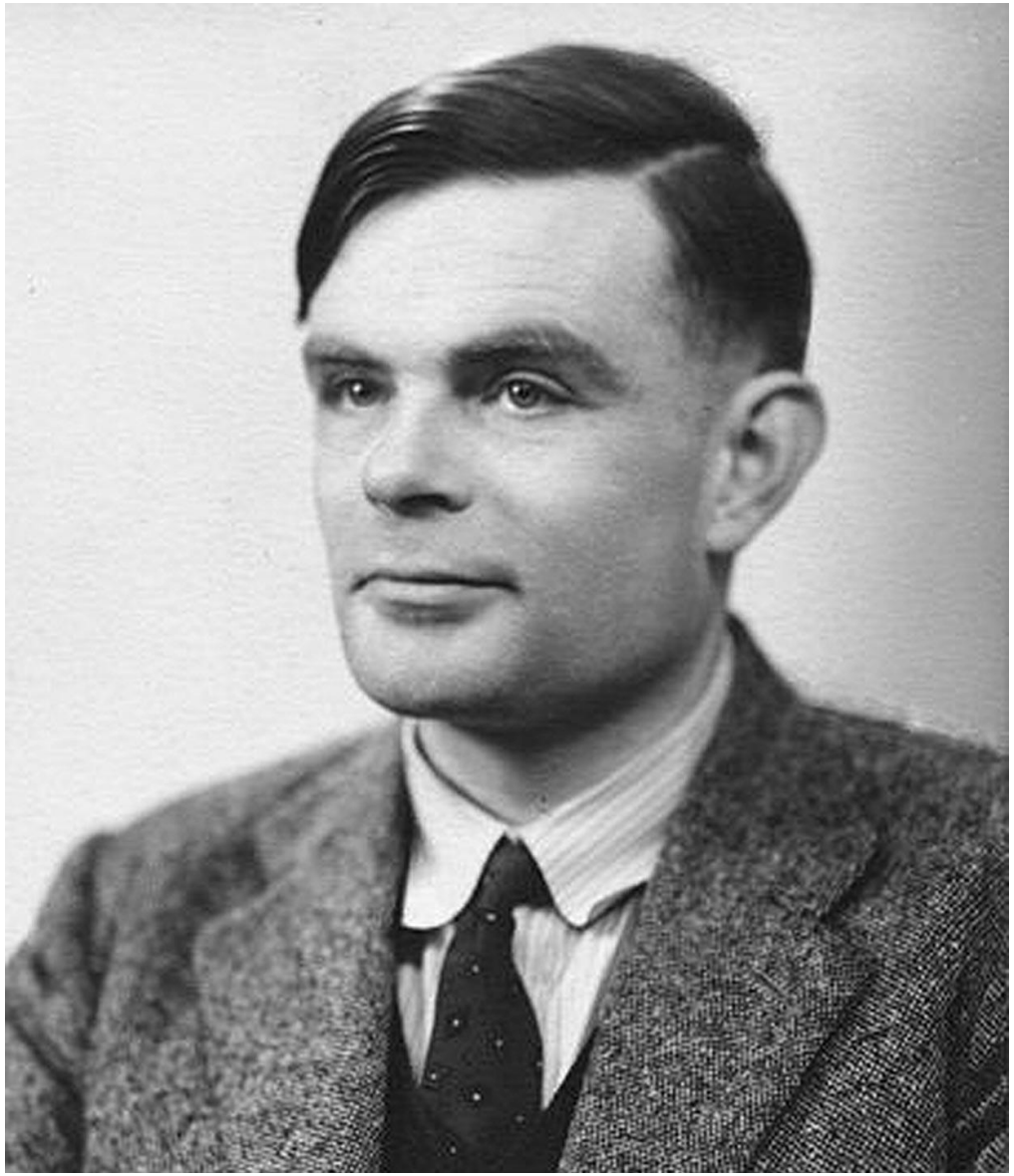
- Polen kommer i besiddelse af dokumenter, som viste opbygningen af Enigma

- I slutningen af 1930'erne kan Polen bryde en Enigma-kode fra en Enigma med kun tre scramblerhjul (der var altså ikke fem at vælge blandt) og med et beskedent antal ledninger

BRYDNING AF ENIGMA - STORBRITANNIEN

- I Storbritannien i 1938 køber *The Government Code and Cypher School: Bletchley Park* 90 km NV for London

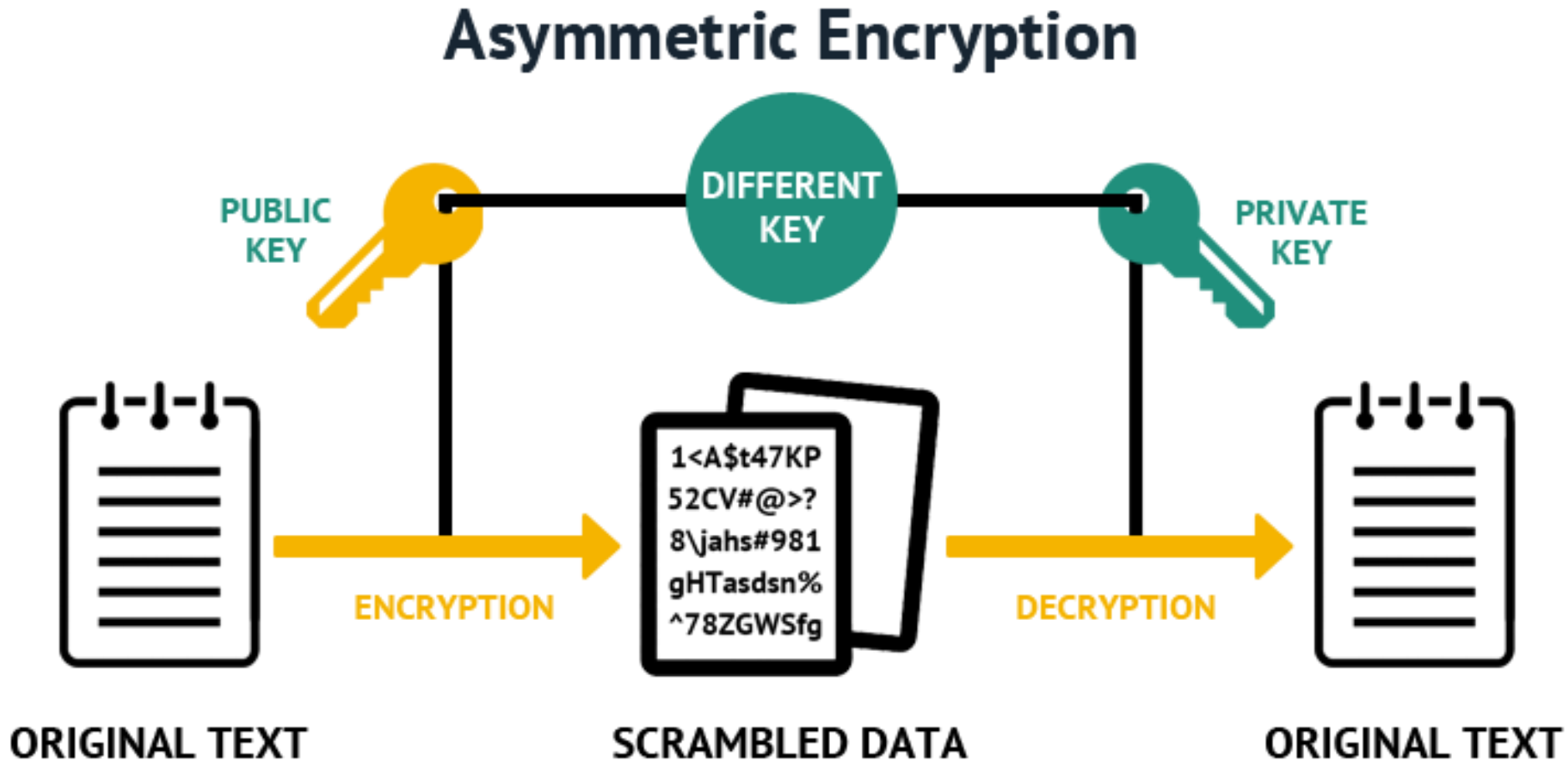
- Det blev hovedsædet for kryptoanalytikere (i slutningen af krigen arbejdede der 5000-9000 mennesker her!)



KODEBRYDNING I BLETCHLEY PARK

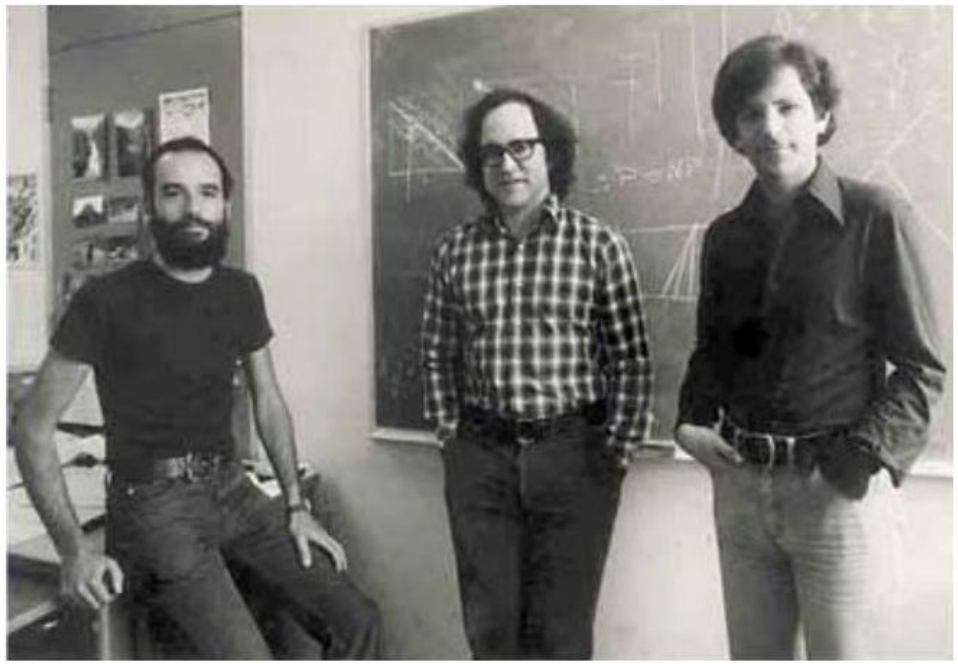
- Central i arbejdet var matematikeren Alan Turing (1912-1954)

Asymmetrisk kryptering



Asymmetrisk kryptering: RSA kryptering

- River, Shamir og Adleman (1977)



Adi Shamir (1952-), Ronald Rivest (1948-) og Leonard Adleman (1945-).

Modulo regning – dvs. regning med rester

Hvad er resten, hvis 25 divideres med 7?

Da

$$25 = 7 \cdot 3 + 4$$

så er resten 4.

Det skriver man sådan her:

$$25 \; mod \; 7 = 4$$

Asymmetrisk kryptering: RSA kryptering

Generelt

- Vælg to primtal p og q
- Udregn $n = p \cdot q$ og $z = (p-1) \cdot (q-1)$
- Vælg e sådan at e og z ikke har nogle faktorer til fælles (udover 1).
- Vælg d sådan at z går op i $e \cdot d - 1$

Eksempel

- $p = 3$ og $q = 5$
- $n = 3 \cdot 5 = 15$ og $z = 2 \cdot 4 = 8$
- Vi vælger $e = 11$ ($z = 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ og e er et primtal – altså ingen faktorer til fælles).
- Vi har her $z = 8$ og $e \cdot d - 1 = 11 \cdot d - 1$. Vi prøver os frem:

d	$11 \cdot d - 1$
1	10
2	21
3	32

Asymmetrisk kryptering: RSA kr

Generelt

- Vælg to primtal p og q
- Udregn $n = p \cdot q$ og $z = (p-1) \cdot (q-1)$
- Vælg e sådan at e og z ikke har nogle faktorer tilfælles (udover 1).
- Vælg d sådan at z går op i $e \cdot d - 1$

Public key: (n, e)
Private key: (n, d)

Eksempel

- $p = 3$ og $q = 5$
- $n = 3 \cdot 5 = 15$ og $z = 2 \cdot 4 = 8$
- Vi vælger $e = 11$ ($z = 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ og e er et primtal – altså ingen faktorer tilfælles).
- Vi har her $z = 8$ og $e \cdot d - 1 = 11 \cdot d - 1$. Vi prøver os frem:

d	$11 \cdot d - 1$
1	10
2	21
3	32

BINGO!

Public key: (15,11)
Private key: (15,3)

Asymmetrisk kryptering: RSA kryptering

Generelt

- Til kryptering af beskeden $m < n$ bruges den offentlige nøgle (n, e).
- Kryptoteksten c er da:

$$c = m^e \ mod \ n$$

- Man dekrypterer ved at bruge den private nøgle (n, d):

$$c^d \ mod \ n = m \ !!!$$

Eksempel

- Vi vil kryptere $m = 13 < 15$ med den offentlige nøgle $(15{,}11)$.
- Krytoteksten er:

$$c = 13^{11} \ mod \ 15 = 7$$

- Man dekrypterer ved at bruge den private nøgle $(15{,}3)$:

$$7^3 \ mod \ 15 = 13 \ !!$$

Asymmetrisk kryptering: RSA kryptering

- Sikkerheden består i, at det er svært (som i: det tager *sygt* lang tid) at defaktorisere

$$n = p \cdot q$$

hvis de to primtal er tilstrækkeligt store!

Asymmetrisk kryptering: RSA kryptering

- Hvis jeg vil sende beskeden: INFORMATIK så gør jeg sådan her…

-	→	00	F	→	06	L	→	12	R	→	18	X	→	24
A	→	01	G	→	07	M	→	13	S	→	19	Y	→	25
B	→	02	H	→	08	N	→	14	T	→	20	Z	→	26
C	→	03	I	→	09	O	→	15	U	→	21	Æ	→	27
D	→	04	J	→	10	P	→	16	V	→	22	Ø	→	28
E	→	05	K	→	11	Q	→	17	W	→	23	Å	→	29

INFORMATIK = 09 14 06 15 18 13 01 20 09 11

914 615 1813 120 911

Dvs. at vi her har brug for $n > 1813$

Hvorfor laver man blokke i stedet for at tage ét bogstav ad gangen?

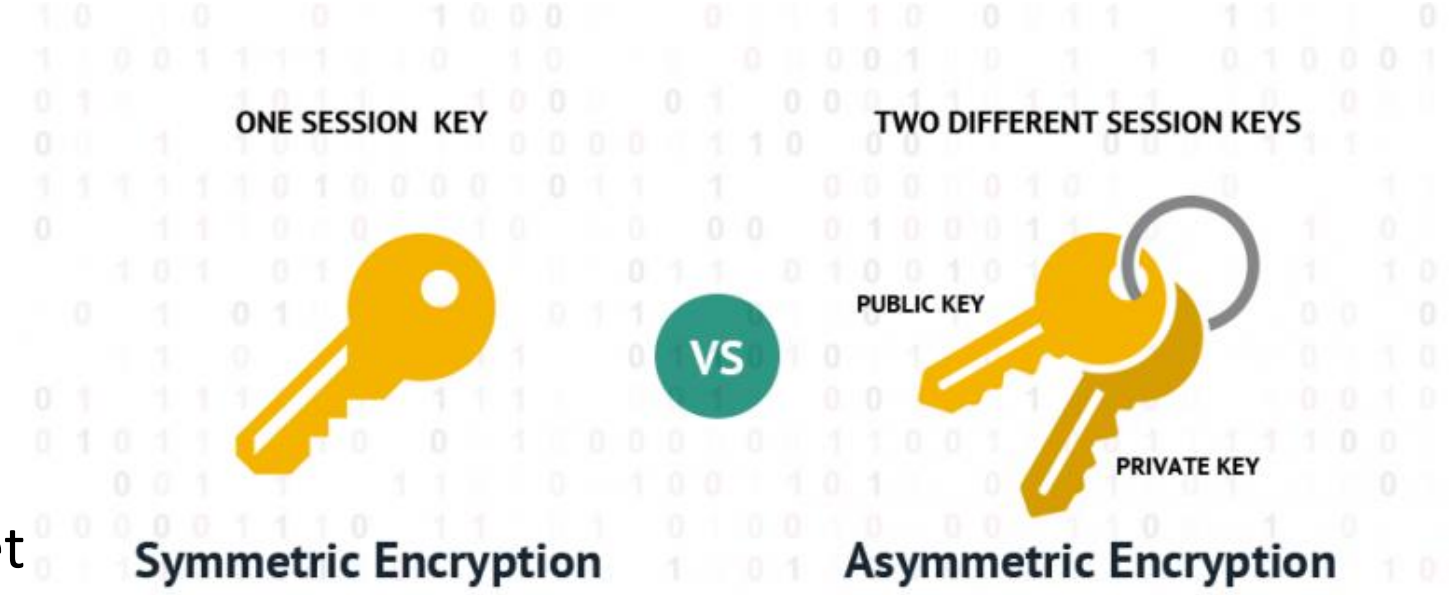
Kryptering versus cookies

- Protokollerne SSL eller TLS sørger for at de data, som udveksles mellem klient og server, er krypterede – altså en sikker forbindelse.

- Men protokollerne har intet med cookies at gøre – cookies kan stadig gemmes på klientens computer.

Kryptering på internettet

- Asymmetrisk kryptering bruges til at udveksle en hemmelig nøgle (fx Diffie-Hellman key exchange)
- Herefter bruges denne nøgle til symmetrisk kryptering (fordi det er hurtigere)
- Asymmetrisk kryptering (fx RSA) bruges også til digitale signaturer



Skriv i din logbog (overskrift: ”Encryption and public keys”)

- Forklar kort MED DINE EGNE ORD!
  - Hvad går Cæsar substitution ud på? Hvorfor anvendes denne krypteringsmetode ikke længere?
  - Hvad går ”multi digit encryption” ud på? Og hvorfor er det smartere end Cæsar substitution (som svarer til ”one digit encryption”)?
  - Hvad er forskellen på symmetrisk og asymmetrisk kryptering?
  - Hvorfor bruger man ikke alene symmetrisk kryptering, når man skal sikre trafikken på internettet? Hvad bruges i stedet?