

Del 1: Gennemsnitshastigheder

Opgave 1:

En bil kører fra København til Odense. Afstanden mellem de to byer er 165 km. Turen tager 2 timer og 30 minutter.

- a) Beregn bilens gennemsnitshastighed i km/t.

Opgave 2:

En cyklist bevæger sig langs en lige vej. Efter 15 minutter har cyklisten tilbagelagt 7,5 km.

- a) Beregn cyklistens gennemsnitshastighed i km/t.

Opgave 3:

En drone flyver en strækning på 20 km. Den flyver 12 km på 15 minutter og de resterende 8 km på 10 minutter.

- a) Hvad er dronens gennemsnitshastighed på de første 12 km?
b) Hvad er dronens gennemsnitshastighed på de sidste 8 km?
c) Hvad er dronens gennemsnitshastighed for hele turen?

Del 2: Gennemsnitlig ændring i andre situationer

Opgave 4:

En bold bliver kastet lodret op i luften. Boldens højde (i meter) til tidspunktet t (i sekunder) er givet ved funktionen:

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 1$$

- a) Hvor højt oppe er bolden efter 1 sekund?
b) Hvor højt oppe er bolden efter 3 sekunder?
c) Hvad er boldens gennemsnitlige stigning pr. sekund i højden mellem $t = 1$ og $t = 3$?

Opgave 5:

Temperaturen i en kop kaffe falder over tid. Temperaturen T (i grader Celsius) som funktion af tiden t (i minutter) er givet ved:

$$T(t) = 80 \cdot e^{-0,1t} + 20$$

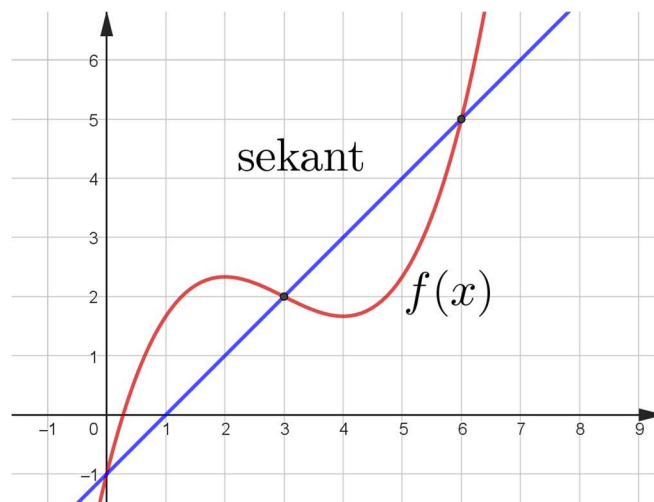
- a) Hvad er kaffens temperatur efter 5 minutter?
b) Hvad er kaffens temperatur efter 15 minutter?
c) Beregn den gennemsnitlige ændring i temperaturen pr. minut mellem $t = 5$ og $t = 15$.

Introduktion: Sekanthældninger

Lineære funktioner har konstant væksthastighed, og deres "(vækst)hastighed" kan således beskrives med ét tal, deres hældning. Imidlertid er brøken

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

veldefineret for alle funktionstyper. Når $f(x)$ ikke er lineær, har man imidlertid ikke fundet (vækst)hastigheden men blot den gennemsnitlige (vækst)hastighed fra $(x_1, f(x_1))$ til $(x_2, f(x_2))$. Grafisk svarer dette til at finde hældningen for grafens sekantlinje mellem disse to punkter. (Vi har ikke grafens hældning som sådan, blot én af dens sekanthældninger)



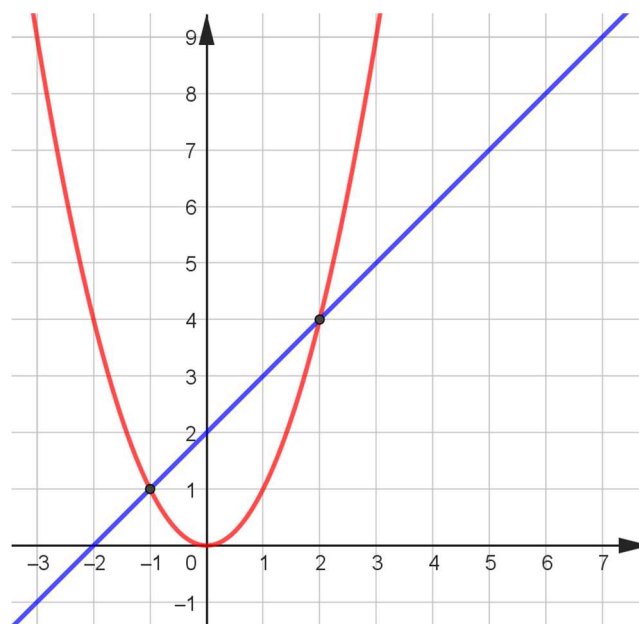
EKSEMPEL

For funktionen

$$f(x) = x^2$$

ønsker vi at finde sekanthældningen mellem $x_1 = -1$ og $x_2 = 2$:

$$a_s = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{2^2 - (-1)^2}{2 - (-1)} = 1$$



Del 3: Hældning af sekantlinjer

Opgave 6:

En funktion $f(x)$ er givet ved $f(x) = 3x^2$.

- Find $f(1)$ og $f(4)$.
- Tegn grafen for $f(x) = 3x^2$ i det interval, der dækker x fra 0 til 5.
- Bestem hældningen af sekantlinjen mellem punkterne $(1, f(1))$ og $(4, f(4))$.

Opgave 7:

Givet funktionen $g(x) = x^3 - 6x + 2$, find hældningen af sekantlinjen mellem punkterne på grafen for $g(x)$ når:

- $x_1 = 1$ og $x_2 = 3$
- $x_1 = 2$ og $x_2 = 5$

EKSTRAOPGAVE:

Givet funktionen $f(x) = x^2$, find hældningen af sekanten mellem punkterne på grafen for $f(x)$ når

$$x_1 = x_0, \quad x_2 = x_0 + h$$

hvor x_0 er en fast x -værdi og h er et tal. (Resultatet vil ikke kunne blive et tal, men et *udtryk*, der afhænger af både x_0 og h . Prøv at *reducere* det mest muligt!)