

8 - Reduktion og ligningsløsning

Når man løser en ligning bruger man regler for *reduktion* og regler for *ligningsløsning*.

Ved *reduktion* samler og omskriver man en eller begge sider af en ligning uden at ændre på de to sideres størrelser.

Ved *ligningsløsning* ændrer man på en ligning ved fx at ”gøre det samme på begge sider af lighedstegnet.

Regler for reduktion:

R1: Man må samle den samme slags variable – fx $3x + x = 4x$ eller $2 + 5 = 7$

R2: Man må hæve en plus parentes – fx $2x + (4 - x) = 2x + 4 - x$

R3: Man må hæve en minusparentes hvis man ændrer fortegn for hvert *led* inde i parentesen – fx $2x - (4 - 2x) = 2x - 4 + 2x$

Når man hæver en minusparentes så forsvinder minus’et foran parentesen og alle led indenfor parentesen skifter fortegn. For 4-tallet i eksemplet ovenfor er der et usynligt + og derfor ændres det til –

R4: Man må gange ind i en parentes ved at gange på alle *led* og lade parentes og fortegn stå fx $-3 \cdot (2x - 1) = -(6x - 3)$ eller $2 + 3 \cdot (x - 1) = 2 + (3x - 3)$

Hvis fortegnet for tallet udenfor parentesen er positivt hæver man ofte parentesen samtidig

R5: Man må forlænge/forkorte en brøk ved at gange eller dividere med samme tal i tæller og nævner – fx $\frac{3}{12}x + 1 = \frac{1}{4}x + 1$

R6 (R4 omvendt): Man må sætte en størrelse udenfor en parentes, ved at dividere alle *led* udenfor parentesen med denne størrelse – fx $4a + 2b = 2(2a + b)$

Et *led* er de størrelser, der er adskilt af +: $\underline{3x} + \underline{2 \cdot (x+1)} - \underline{2}$

Ved *ligningsløsning* menes de regler der ændrer på ligningen. Vi finder en ny ligning, der har samme løsninger. Målet er at omskrive så vi til sidst ender med en ligning på formen $x = 4$, altså hvor x står isoleret på den ene side og et tal på den anden.

Dermed har vi fundet *ligningens løsning*.

Når vi omskriver en ligning til en ny ligning kan vi skrive en \Leftrightarrow imellem hver ligning. Hvis ligningerne står med en linje til hver udelades de ofte

Regler for ligningsløsning:

L1: Man må lægge det samme til på begge sider eller trække det samme fra – fx $3x + 1 = x + 4 \Leftrightarrow 3x + 1 - x = x + 4 - x \Leftrightarrow 2x + 1 = 4$

Ofte laver vi automatisk simple reduktioner samtidig. I eksemplet ovenfor er R1-reglen også brugt fra 2. til 3. ligning

L2: Man må gange eller dividere med samme tal på begge sider af lighedstegnet – fx $3x = 12 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \Leftrightarrow x = 4$ eller $0.5x = 4 \Leftrightarrow 0.5x \cdot 2 = 4 \cdot 2 \Leftrightarrow x = 8$

En opgavetype er en ligningsløsning, hvor man skal vise hvilke regler der er brugt. I eksemplet nedenfor er det det der er skrevet med fonten **Comic Sans**, der er løsningen

Eksempel 1: Nedenfor vises en løsning af ligningen

a) Forklar linje for linje, hvordan løsningen fremkommer

$$\begin{aligned} 4(2x - 1) &= 4x + 6 \\ 8x - 4 &= 4x + 6 \\ 4x - 4 &= 6 \\ 4x &= 10 \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

Ligningen opstilles
R4: Gang ind i parentes
L1: Træk 4x fra på begge sider
L1: Læg 4 til på begge sider
L2: Divider med 4

Opg 1: Nedenfor vises en løsning af ligningen

a) Forklar linje for linje, hvordan løsningen fremkommer

$$\begin{aligned} 2(3x + 1) &= 3x + 8 \\ 6x + 2 &= 3x + 8 \\ 3x + 2 &= 8 \end{aligned}$$

Ligningen opstilles

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Opg 2: Nedenfor vises en løsning af ligningen

a) Forklar linje for linje, hvordan løsningen fremkommer

$$1 - 4(2x + 1) - x = 6 - (3x + 3)$$

Ligningen opstilles

$$1 - (8x + 4) - x = 6 - (3x + 3)$$

$$1 - 8x - 4 - x = 6 - 3x - 3$$

$$-3 - 9x = 3 - 3x$$

$$-3 = 3 + 6x$$

$$-6 = 6x$$

$$-1 = x$$

Eksempel 2: Nedenstående omskrivninger viser et forsøg på at løse ligningen

$$5 - 3(x + 2) = x$$

a) I omskrivningen forekommer tre typer fejl. Angiv hvilke

$$5 - 3(x + 2) = x$$

$$2(x + 2) = x$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = 2$$

Her skulle vi gange ind i parentesen først

Glemmer at gange to på begge led

Det er -2 vi lægger til på begge sider

Opg 3: Nedenstående omskrivninger viser et forsøg på at løse ligningen

$$5 - 3(x + 2) = x$$

a) I omskrivningen forekommer tre typer fejl. Angiv hvilke

$$3x - (2x - 1) = 4 - 2x$$

$$3x - 2x - 1 = 4 - 2x$$

$$5x - 1 = 4 - 2x$$

$$7x - 1 = 4$$

$$7x = 5$$

$$x = \frac{7}{5}$$

Opg 4: Nedenfor ses udregningen af a for den lineære funktion, hvis graf går gennem

$P(1, 4)$ og $Q(3, -2)$

a) Forklar linje for linje beregningen af a

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{-2 - 4}{3 - 1}$$

$$a = \frac{-6}{2}$$

$$a = -3$$

Opg 5: Løs selv nedenstående ligning idet du for hver linje forklarer hvilke regler du har brugt

a) $4(2 - \frac{1}{2}x) = 4 - x$

b) $2(2 - x) - 3(x + 1) = 7 - x$

Kontroller om løsningen er rigtig bagefter ved at indsætte den