# Eksponentiel vækst

**Den generelle løsning til differentialligningen** $f^{'}\left(x\right)=k⋅f(x)$ **er givet ved** $f\left(x\right)=c⋅e^{k⋅x}$**,** $c\in R$**.**

### Opgave 1

Vi har differentialligningen $f^{'}\left(x\right)=-0,05·f(x)$.

1. Bestem den generelle løsning.
2. Bestem den løsning som opfylder begyndelsesbetingelsen $f\left(3\right)=10$.
3. Bestem $f'(x\_{0})$ når $f\left(x\_{0}\right)=20$ direkte vha. differentialligningen.

### Opgave 2

I Turkmenistan var befolkningstallets væksthastighed $1,2\%$ af befolkningstallet pr. år.

1. Opstil en differentialligning som beskriver hvordan befolkningstallet i Turkmenistan vil ændre sig hvis vi antager at væksthastigheden fortsat vil være $1,2\%$ pr. år. *Tip: lad* $f\left(t\right)$ *være befolkningstallet og* $f'(t)$ *befolkningstallets væksthastighed.*

Befolkningstallet i Turkmenistan var $4,5$ mio. i år 2000.

1. Bestem den funktion $f(t)$ som beskriver befolkningstallet i Turkmenistan i millioner hvor $t$ er antal år efter år 2000.
2. Hvor stor er befolkningstallets væksthastighed når befolkningstallet er $5$ mio.?

### Opgave 3 (opgave 7 i Ugemat)

I en model for en bestemt kemisk reaktion omdannes et stof. Mængden af stoffet som funktion af tiden er en løsning til differentialligningen:

$$M^{'}=-k·M$$

hvor $k>0$ er en konstant, $M$ er mængden (målt i mg) af stoffet til tidspunktet $t$ (målt i minutter). Til tidspunktet $t=0$ er der 70 mg af stoffet, og til tidspunktet $t=6$ er der 20 mg tilbage af stoffet.

1. Skitsér hvordan grafen for $M(t)$ kommer til at se ud i koordinatsystemet nedenfor.



1. Bestem forskriften for løsningen til differentialligningen, $M(t)$.
*Brug* $M\left(0\right)=70$ *til at bestemme* $c$ *og* $M\left(6\right)=20$ *til at bestemme* $k$*.*
2. Bestem $M'(6)$, og gør rede for betydningen af dette tal.
3. Forklar betydningen af $k$ (brug det konkrete tal I har bestemt ovenfor).
4. (Valgfri) Omskriv forskriften $M(t)$ til formen $M\left(t\right)=b⋅a^{t}$.
5. (Valgfri) Forklar betydningen af $a$. Hvordan er den anderledes end $k$?