# Trigonometriske funktioner

Her skal vi se lidt nærmere på sinus og cosinus som funktioner. Ligesom 2. polynomier er et simpelt eksempel på en funktion der har en vandret tangent, så er sinus og cosinus simple eksempler på funktioner der er periodiske, dvs. deres funktionsværdi gentager sig selv ved en fast afstand mellem -værdierne. Alle funktioner som indeholder cosinus eller sinus kaldes for *trigonometriske funktioner*.

### Opgave 1

Figur 1: Cosinus og sinus i grader.

Vi starter med at genopfriske at er 1. koordinaten til det punkt på enhedscirklen som har en vinkel i forhold til 1. aksen og tilsvarende er 2. koordinaten til punktet, se figur 1. Vinklen er positiv når vi går mod uret i cirklen.

1. (På klassen). Argumentér for at og
.

Umiddelbart skulle man tro at vi var klar til at se på cosinus og sinus som funktioner, men det viser sig at konstruktionen med i en cirkel ikke er hensigtsmæssigt når man bl.a. vil bestemme væksthastigheden af cosinus og sinus.
I stedet måler vi hvor langt der er langs cirkelbuen fra 1. aksen til det punkt vi ser på, se figur 2. Det betyder at en hel omgang er i stedet for . Når vi måler vinklen på denne måde, kaldes det at måle vinklen i radianer.

1. Udfyld tabellen nedenfor.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Grader |  |  |  |  |  |  |  |
| Radianer |  |  |  |  |  |  |  |

1. Argumentér for at man kan omregne fra grader til radianer på følgende måde:
2. (Valgfri) Hvordan hænger det sammen med at Maple skriver det nedenstående?

Figur 2: Cosinus og sinus i radianer.

### Opgave 2

1. Argumentér ud fra enhedscirklen for udseendet af graferne for cosinus og sinus som ses på figur 3.
*Tip: se evt.* [*videoen her*](http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/kernestof%202/hf/s_42-2.html) *og* [*videoen her*](http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/kernestof%202/hf/s_42-3.html)*.*

Figur 3: graferne for cosinus og sinus.

1. (Valgfri) Argumentér ud fra enhedscirklen for at grafen for cosinus er symmetrisk omkring , dvs.
2. (Valgfri) Argumentér for at grafen for sinus har egenskaben
.

Disse regneregler og mange flere er samlet på side 22-23 i formelsamlingen.

### Opgave 3

Udover regnereglerne ovenfor har vi også at og og det giver problemer når vi gerne vil løse ligninger hvor cosinus og sinus indgår. F.eks. har ligningen løsningerne , , etc. Hvis vi løser ligningen i Maple ved at bruge *solve* får vi:

**

Idet der er uendelig mange løsninger, bestemmer Maple som udgangspunkt kun én løsning når vi arbejder med cosinus og sinus, og derfor må vi selv huske på at der er flere løsninger. Et godt redskab til dette er kommandoen *intervalsolve* som bestemmer alle løsninger i et bestemt interval. Den fungerer på følgende måde:



1. Vi har . Bestem grafisk løsningerne til på intervallet .
2. Bestem vha. intervalsolve løsningerne til på intervallet .

For at få flere periodiske funktioner i spil end og bruger man funktioner af typen:

Denne type funktioner kaldes også for *harmoniske svingninger*. På figur 4 ses hvad der står om harmoniske svingninger i formelsamlingen. I videoerne nedenfor kan man se mere om konstanternes betydning:



* [video om](http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/kernestof%202/hf/s_45-1.html)  (kaldes for ligevægtsværdien)
* [video om](http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/kernestof%202/hf/s_45-2.html)  (kaldes for amplituden)
* [video om](http://www.lr-web.dk/Lru/microsites/kernestof%202/hf/s_46.html) (kaldes for vinkelhastigheden og symbolet hedder omega)
* bestemmer hvor meget grafen er forskudt vandret (kaldes for faseforskydningen og symbolet hedder phi).



Figur 4: fra s. 23 i formelsamlingen.

### Opgave 4



### Opgave 5



1. Forklar betydningen af tallene og .
2. Hvor mange vejrtrækninger har personen i løbet af et minut?
*Tip: bestem først hvor lang tid det tager for personen at foretage en vejrtrækning.*
3. Bestem hvornår luftmængden i lungerne er på 3,4 liter.
*Tip: brug intervalsolve fra s. 2.*