# Normalfordelingen

### Opgave 1: standardnormalfordelingen

er *standardnormalfordelt* hvis

1. Bestem sandsynligheden for at og sandsynligheden for at .

Funktionen kaldes dens *tæthedsfunktion*.

1. Tegn grafen for tæthedsfunktionen. Hvilken sammenhæng er der mellem grafen for tæthedsfunktionen og sandsynligheden for at har nogle bestemte værdier?
2. Vis at .

For at se på flere sandsynlighedsfordelinger skal vi i gang med at variere på middelværdien og spredningen af normalfordelingen. Så dem skal vi først have defineret for en kontinuert sandsynlighedsfordeling.

For en kontinuert stokastisk variabel er *middelværdien* defineret ved:

Hvor er tæthedsfunktionen for .

Middelværdien fortæller overordnet hvor fordelingen af er centret. Hvis vi ser på grafen for tæthedsfunktionen, er det ikke overraskende at man kan bevise at middelværdien af standardnormalfordelingen er 0.

*Spredningen* af er defineret ved:

Spredningen fortæller overordnet hvor meget fordelingen af er spredt ud. Man kan bevise at spredningen af standardnormalfordelingen er 1. kaldes desuden for *variansen* af .

Med definitionerne af middelværdi og spredning er vi nu klar til at se på normalfordelingen generelt.

### Opgave 2: normalfordelingen

er *normalfordelt med middelværdi og spredning* hvis

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

Vi har desuden en kort notation: ( hedder mu og hedder sigma).   
  
Funktionen kaldes dens tæthedsfunktion.

Lad være normalfordelt med middelværdi 3 og spredning 2.

1. Tegn grafen for tæthedsfunktionen og overvej hvordan grafens udseende hænger sammen med middelværdien.
2. Bestem sandsynligheden for at .

### Opgave 3

Et billede, der indeholder tekst, flaske, indendørs

Automatisk genereret beskrivelse

Hvis I har problemer med at regne opgaven ovenfor, er der hjælp i [videoen her](https://youtu.be/B0al_X5nKyY) som forklarer mere om tæthedsfunktionen (se bort fra kommandoerne til sidst).

Et billede, der indeholder tekst, flaske, indendørs

Automatisk genereret beskrivelse

### Opgave 4 (valgfri uden Maple)

Et billede, der indeholder tekst

Automatisk genereret beskrivelse

a) Vis at middelværdien er 5 og spredningen er 4.

*Tip: tæthedsfunktionen skal først omskrives til den form den har i (1) før spredningen kan*

*aflæses.*

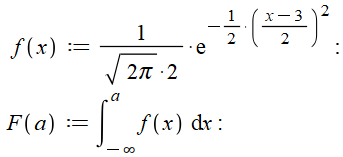
Et billede, der indeholder tekst

Automatisk genereret beskrivelse

### Opgave 5: fordelingsfunktionen

Funktionen kaldes normalfordelingens fordelingsfunktion og vi har at

Lad være normalfordelt med middelværdi 3 og spredning 2, dvs. tæthedsfunktionen er givet ved

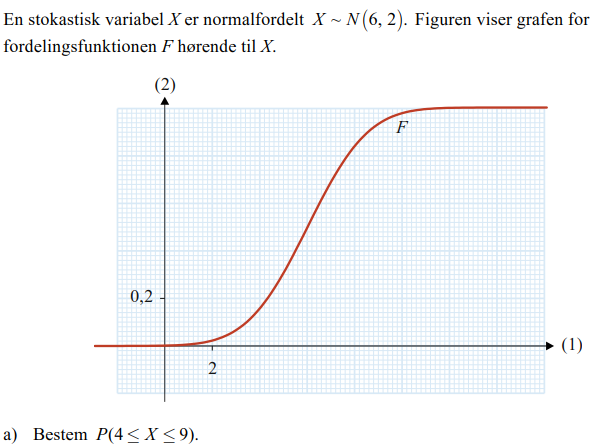
1. Beregn . Hvad fortæller det om ?
2. Bestem sandsynligheden for at vha. og .
3. Tegn grafen for fordelingsfunktionen og overvej hvordan grafens udseende hænger sammen med middelværdien.   
   *Tip: her er fordelingsfunktionen defineret i Maple:*  
     
     
   *Der findes også en kommando i Maple til fordelingsfunktionen, og I kan se hvordan de virker ved at skrive normalcdf i søgefeltet i Maple.*

Hvis I har problemer med opgaverne ovenfor, er der hjælp i [videoen her](https://youtu.be/u360RwUylQU) som forklarer mere om fordelingsfunktionen.

Opgave 6-8 nedenfor er eksamensopgaver som tester om I har forstået det ovenstående.

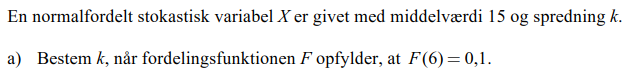
### Opgave 6 (uden Maple)

Figuren nedenfor viser grafen for fordelingsfunktionen til .



b) Bestem middelværdien af .

### Opgave 7 (tip: brug *Numerically solve* i Maple eller sæt grænsen til -1000 i stedet for )



### Opgave 8

Tæthedsfunktionen for en normalfordelt stokastisk variabel er givet ved

1. Bestem middelværdien og spredningen af .

Vi har nu udregnet at

1. Skitsér grafen for tæthedsfunktionen .
2. Skitsér grafen for fordelingsfunktionen .
3. Bestem vha. fordelingsfunktionen.

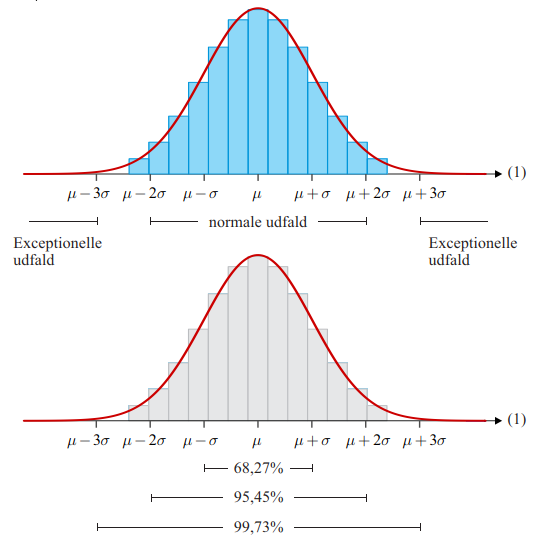
Det som bl.a. gør normalfordelingen meget brugbar, er en simpel sammenhæng mellem standardnormalfordelingen og den generelle normalfordeling.  
Hvis er standardnormalfordelt, så er

normalfordelt med middelværdi og spredning .

Vha. standardnormalfordelingen kan man beregne at:

### Opgave 9

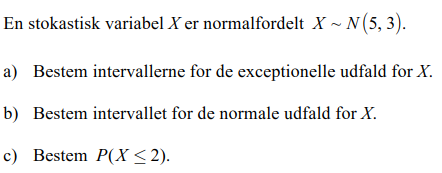
1. Brug det ovenstående til at forklare figuren nedenfor fra formelsamlingen (på klassen).



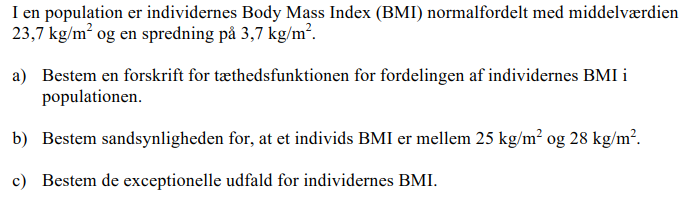
1. Hvis er normalfordelt med middelværdi 20 og , hvad er så spredningen af ?
2. Hvis er normalfordelt med middelværdi og spredning hvad ved vi så om ?

Opgave 10-12 nedenfor er eksamensopgaver som tester om I har forstået det ovenstående. [Videoen her](https://youtu.be/KWlgJBkr8-o) kan være en hjælp til opgave 10 og [videoen her](https://youtu.be/BASNBVP3Ue0) kan være en hjælp til opgave 12.

### Opgave 10 (uden Maple)



### Opgave 11



### Opgave 12 (uden Maple)

En stokastisk variabel er normalfordelt og er fordelingsfunktionen for .

1. Argumentér for at punkterne og ligger på grafen for .