Substitution i ubestemte integraler

Vi har lært at differentiere sammensatte funktioner - men hvad nu hvis man vil integrere i stedet? Her er det en god idé at kigge en ekstra gang på differentiationssymbolerne.

For en differentiabel funktion skriver vi differentialkvotienten som eller . Den sidste type for notation minder om, at differentialkvotienten er defineret som grænseværdien for sekanthældningen . I denne sammenhæng er notationen en hjælp - hvilket vi vil se i følgende eksempler.

# Eksempel 1

Vi vil bestemme følgende ubestemte integral

Der er tale om en integralet af en sammensat funktion, men vi kan bestemme integralet uden CAS-værktøj ved at anvende en metode, der kaldes *integration ved substitution*.

1. Vi indfører følgende substitution:
2. Derefter bestemmes differentialkvotienten af :
3. Herefter isoleres :
4. Vi substituerer i integralet og reducerer udtrykket:
5. Nu har vi kun én variabel og kan integrere:
6. Til sidst substituerer vi tilbage igen:

**Vi kan altså konkludere at**

# Øvelse 1

Tjek selv resultatet fra eksempel 1 ved at udføre integrationsprøven:

# Eksempel 2

Vi skal bestemme følgende ubestemte integral:

1. Vi indfører substitutionen .
2. Derefter bestemmer vi differentialkvotienten .
3. Nu kan vi isolere : .
4. Vi substituerer i integralet og reducerer:
5. Vi kan nu integrere:
6. Vi substituerer tilbage igen og får resultatet

# Øvelse 2

Tjek selv resultatet fra eksempel 2 ved at udføre integrationsprøven:

**NB**: Det er ikke altid, at en substitution vil virke, og det er heller ikke altid oplagt, hvordan man skal vælge en substitution. Hvis der foreligger en sammensat funktion som i ovenstående eksempler, er det nærliggende at vælge som den indre funktion. I en del brøkudtryk vil det kunne fungere, hvis man vælger som nævneren.