# Andengradspolynomier

En funktion med en forskrift af typen

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0,$$

kaldes et *andengradspolynomium*. Følgende funktioner er andengradspolynomier:

$$f(x) = 3x^2 - 48x + 194 \qquad (a = 3, \quad b = -48, \quad c = 194),$$

$$g(x) = -x^2 - 4 \qquad (a = -1, \quad b = 0, \quad c = -4),$$

$$h(x) = \tfrac{1}{2}x^2 + 3x \qquad (a = \tfrac{1}{2}, \quad b = 3, \quad c = 0).$$

Tallene $a$, $b$ og $c$ kaldes polynomiets *koefficienter*. Leddet $ax^2$ er *andengradsleddet*, $bx$ er *førstegradsleddet,* og $c$ er *konstantleddet*. Vi forudsætter, at $a \neq 0$, fordi funktioner af typen $f(x) = 0x^2 + bx + c = bx + c$ er lineære funktioner. Som ved andengradsligningerne spiller tallet $d = b^2 - 4ac$ en vigtig rolle. Tallet kaldes andengradspolynomiets *diskriminant*.

## Konstanten $a$

Betydningen af konstanten $a$ i det almindelige andengradspolynomium $f(x) = ax^2 + bx + c$ er den samme som betydningen af $a$ i det specielle andengradspolynomium $f(x) = ax^2$:

Hvis $a > 0$ vender grenene opad, og hvis $a < 0$ vender grenene nedad. Hvis den numeriske værdi af $a$ er stor, er grafen smal og stejl. Hvis den numeriske værdi af $a$ er lille, er grafen bred og flad. Se også figur 2.

## Konstanten $c$

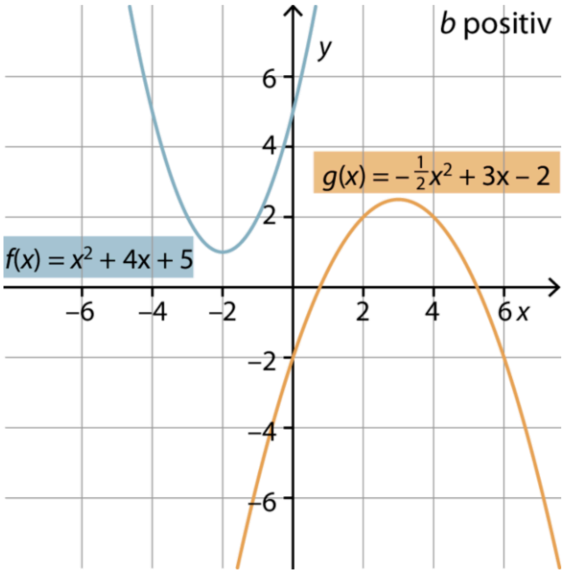
Konstanten $c$ angiver grafens skæringspunkt med $y$-aksen. F.eks. ser vi på figur 2, at $g(x) = -x^2 - 4$ skærer $y$-aksen i $(0,-4)$. At det forholder sig sådan følger af, at der for $f(x) = ax^2 + bx + c$ gælder

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c,$$

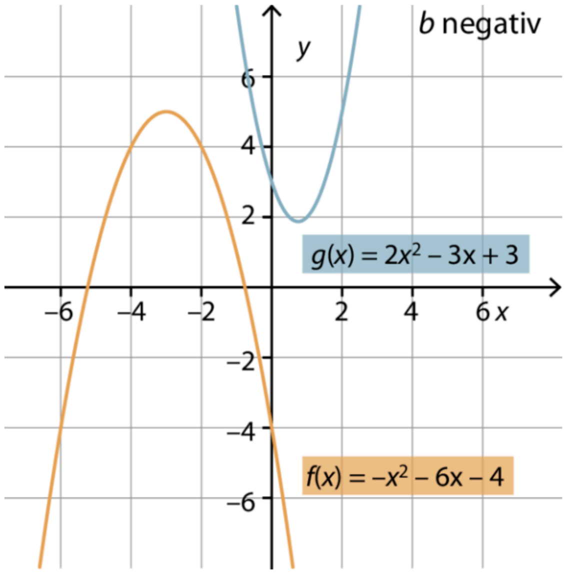
dvs. punktet $(0,c)$ ligger på grafen for $f(x)$.

## Konstanten $b$

Konstanten $b$'s betydning for grafen kan vi få en ide om ved at se på figur 3 og 4.




**Figur 3**




**Figur 4**

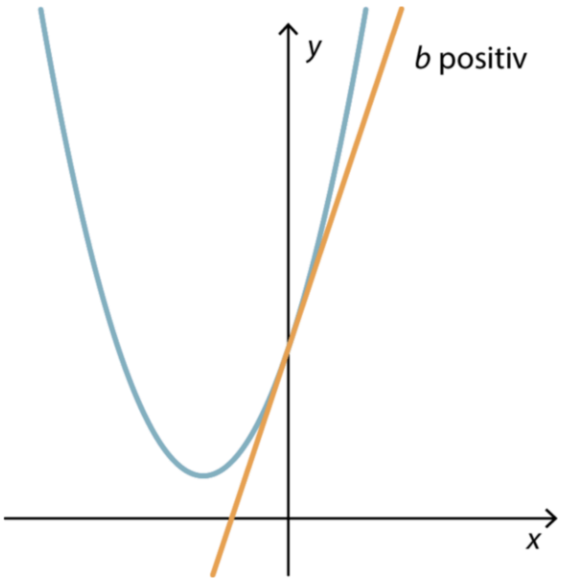
På figur 3 har vi tegnet grafen for to andengradspolynomier, hvor konstanten $b$ er positiv, mens figur 4 viser grafen for to andengradspolynomier, hvor $b$ er negativ. Vi betragter nu grafernes forløb omkring skæringspunktet på $y$-aksen, dvs. ved punktet $(0,c)$, og bemærker, at

- hvis $b > 0$, vokser funktionen omkring punktet $(0,c)$,
- hvis $b < 0$, aftager funktionen omkring punktet $(0,c)$.

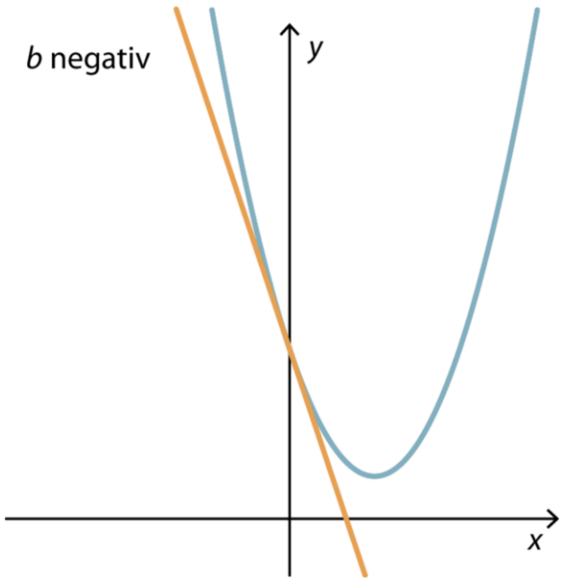
Dette kan også udtrykkes ved, at *tangenten* til grafen i punktet $(0,c)$

- har positiv hældning, når $b > 0$,
- har negativ hældning, når $b < 0$.

Det er vist på figur 5 og 6. Senere præciserer vi, hvad en tangent er.




Figur 5




Figur 6