

Opstilling af differentialligninger

Onsdag d. 19. november 2025

Differentialligninger

- $y' = ky$ beskriver en sammenhæng hvor funktionen f og dens afledede f' er proportionale med proportionalitetsfaktoren k
- Omhandler ændringer og væksthastighed
- Sammenhæng mellem den hastighed hvormed en funktion ændrer sig og funktionen selv

Eksempel

- En population har en fødselsrate på 1,7 og en dødsrate på 1,3 (procent af populationens størrelse)
- $y(t)$ er populationens størrelse til tiden t i år
- Ændringen i populationens størrelse i et lille tidsinterval Δt
- $0.017y(t)\Delta t \rightarrow$ Populationen $\rightarrow 0.013y(t)\Delta t$
- $\Delta y = ind - ud = 0.017y(t)\Delta t - 0.013y(t)\Delta t = 0.004y(t)\Delta t$
- $\frac{\Delta y}{\Delta t} = 0.004y(t)$
- $y'(t) = 0.004y(t)$
- $y(t) = k \cdot e^{0.004t}$

Eksempel

- En patient får tilført medicin i et drop med en hastighed på 7ml/t. Medicinen nedbrydes med en konstant hastighed på 4% af den samlede mængde medicin i kroppen.
- $m(t)$ er mængden af medicin i kroppen til tiden t i timer
- Ændringen i medicinmængden i et lille tidsinterval Δt
- $7\Delta t \rightarrow$ Medicin $\rightarrow 0.04m(t)\Delta t$
- $\Delta m = 7\Delta t - 0.04m(t)\Delta t \Leftrightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = 7 - 0.04m(t)$
- $m'(t) = 7 - 0.04m(t)$
- $m(t) = \frac{7}{0.04} + ce^{-0.04t} = 175 + ce^{-0.04t}$