Topunktsformlen for en eksponentiel funktion

### **Selve sætningen som skal bevises**

Når der er givet to punkter $A(x\_{1},y\_{1})$ og $B(x\_{2},y\_{2})$ på grafen for $f\left(x\right)=b⋅a^{x}$, kan tallene $a$ og $b$ beregnes på følgende måde

$$a=\sqrt[x\_{2}-x\_{1}]{\frac{ y\_{2} }{ y\_{1} }}$$

$$b=\frac{y\_{1}}{a^{x\_{1}}}$$

### Bevis

Antag at $A\left(x\_{1},y\_{1}\right)$ og $B\left(x\_{2},y\_{2}\right)$ ligger på grafen for en eksponentiel funktion $f\left(x\right)=b⋅a^{x}$.

Punktet $A$ indsættes i forskriften, hvilket giver:
$$y\_{1}=b⋅a^{x\_{1}}$$

Beviset går ud på at finde et udtryk for $a$ og $b$. Første bestemmes udtrykket for $b$ ved at isolere $b$ i den ovenstående ligning:

$$y\_{1}=b⋅a^{x\_{1}}$$

$\frac{y\_{1}}{a^{x\_{1}}}=\frac{b⋅a^{x\_{1}}}{a^{x\_{1}}}$ Der divideres med $a^{x\_{1}}$ på begge sider

$$\frac{y\_{1}}{a^{x\_{1}}}=b$$

Dermed er sidste del at sætningen bevist.

Vi skal nu bestemme et udtryk for $a$.
Det gøres ved at indsætte punktet $B$ i forskriften. Det giver:
$y\_{2}=b⋅a^{x\_{2}}$

Det udtryk vi lige har fundet for $b$ sættes ind i ligningen og $a$ isoleres:

$y\_{2}=b⋅a^{x\_{2}}$

$$y\_{2}=\frac{y\_{1}}{a^{x\_{1}}}⋅a^{x\_{2}}$$

$y\_{2}=\frac{y\_{1}⋅a^{x\_{2}}}{a^{x\_{1}}}$ Følgende brøkregel bruges: $\frac{a}{b}⋅c=\frac{a⋅c}{b} $

$y\_{2}=\frac{a^{x\_{2}}}{a^{x\_{1}}}⋅y\_{1}$ Brøkreglen bruges igen bare ”omvendt”: $\frac{a⋅c}{b}=\frac{a}{b}⋅c$

$\frac{y\_{2}}{y\_{1}}=\frac{a^{x\_{2}}}{a^{x\_{1}}}$ Der divideres med $y\_{1}$ på begge sider

$\frac{y\_{2}}{y\_{1}}=a^{x\_{2}-x\_{1}}$ Følgende potensregel bruges: $\frac{a^{n}}{a^{m}}=a^{n-m}$

$\sqrt[x\_{2}-x\_{1}]{\frac{ y\_{2} }{ y\_{1}}}=a$ Det modsatte af eksponenter (potens) er rødder
 OBS! $\sqrt[x\_{2}-x\_{1}]{…}$ er den $x\_{2}-x\_{1}$’te rod af …