Eksempel, "Vis at" opgave

(stx matA eksamen august 2023)

En differentialligning er givet ved

$$y' = x + y + 5\,.$$

a) Bestem linjeelementet i punktet $P(0,1)$.

En funktion f er givet ved $f(x) = 7\mathrm{e}^x - x - 6$.

b) Undersøg, om f er en løsning til differentialligningen.

a)

Gennemgang af linjeelementer kommer vi til senere, men vi kan da lige løse delopgaven :)

Et linjeelement er bestemt som: $\left(x_0, f\left(x_0\right), f'\left(x_0\right)\right)$

dvs. et kendt punkt og tangenthældningen i dette punkt

> $x_0 := 0$

$$x_0 := 0 \tag{1}$$

Tangenthældningen $= x + y + 5$ (udfra differentialligningen) (værdierne fra punkt P indsættes)

> *Tangenthældningen* $:= 0 + 1 + 5$

$$\mathit{Tangenthældningen} := 6 \tag{2}$$

Dvs. linjeelementet i punkt P kan nu skrives som:

$\left(x_0, f\left(x_0\right), f'\left(x_0\right)\right) = (0, 1, 6)$

b)

Når man skal undersøge om en funktion er løsning til en differentialligning, betragter man hhv. Højre side (HS) og Venstre side (VS) af differentialligningen, og det undersøges om samme udtryk fremkommer (anvend evt. Simplify/Simplify).

> $f(x) := 7 \cdot \mathrm{e}^x - x - 6$

$$f := x \mapsto 7 \cdot \mathrm{e}^x - x - 6 \tag{3}$$

> $VS := f'(x)$

$$VS := 7\,\mathrm{e}^x - 1 \tag{4}$$

> $HS := x + f(x) + 5$

$$HS := 7\,\mathrm{e}^x - 1 \tag{5}$$

Dvs. det er vist at $f(x)$ er løsning til differentialligningen, da udtrykket på højre side og venstre side af differentialligningen er det samme, når f(x) indsættes.

>