**Aflevering 14: Et helt eksamenssæt**

Opgavesættet er delt i to dele:

Delprøve 1: 1½ time kun med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 1½ time med alle tilladte hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1- 6.

Til delprøve 1 hører to sider bilag, som skal afleveres.

Delprøve 2 består af opgave 7 -10.

I opgave 1 gives der 5 point for hvert af spørgsmålene a-d.

I alle andre opgaver gives der 10 point for hvert spørgsmål.

Der gives i alt 150 point.

For at du kan vise, at du opfylder de faglige mål med matematikundervisningen, er det vigtigt, at din besvarelse formidler din løsning af opgaven klart, og at din tankegang fremgår tydeligt.

Du bør derfor i besvarelsen af hvert spørgsmål lægge vægt på:

* *Præsentation*Spørgsmålets matematiske indhold præsenteres.
* *Dokumentation*  
  Ved regning i hånden skal du vise mellemregninger. Ved brug af digitale værktøjer skal du forklare din brug af det digitale værktøj.
* *Figurer*Figurer og grafer, du udarbejder, skal være tydelige og vise relevant information for  
  besvarelsen.
* *Konklusion*Besvarelsen af spørgsmålet skal indeholde en tydelig konklusion.

**Delprøve 1 kun med den centralt udmeldte formelsamling**

Et billede, der indeholder tekst, Font/skrifttype, hvid, typografi

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse:   
En funktion er givet ved og for bestemme f(3) indsættes x=3 på x’s plads

Et billede, der indeholder linje/række, diagram

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse:   
Da de to trekanter er ensvinklede, kan vi finde skalafaktoren k ved hjælp af følgende formel (14 i formelsamlingen):

Et billede, der indeholder tekst, diagram, linje/række, Kurve

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse:   
Et punkt på sumkurven (x,y) angiver hvor stor en procentdel (y) af observationerne, der ligger under værdien x. Da vi skal bestemme øvre kvartil dvs. 75%-fraktilen, ser på vi punkter (40,75)

Dvs. at . Det betyder, at 75% af personerne er under 40 år.

Et billede, der indeholder tekst, diagram, linje/række, Kurve

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse:

Summen af alle sandsynligheder er lig med 1=100% (formel 79), så vi kan udregne p ved:

Dvs. p er lig med 20%.

Et billede, der indeholder tekst, skærmbillede, diagram, Parallel

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse:

Når man løser en ligning, gælder det om at isolere x. Vi får x til at stå alene ved at gøre det samme på begge sider af lighedstegnet fx -5 på begge sider (linje 2) og -4x på begge sider (linje 4) og dividere med 5 på begge sider (linje 6).

Et billede, der indeholder tekst, skærmbillede, diagram, Parallel

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse:

Vi har et gøre med en eksponentiel funktion, der er på formen , hvor b er startværdien og a er fremskrivningsfaktoren og kan beskrives som a = 1+r, hvor r er vækstraten skrevet i decimaltal.   
Funktionsforskriften bliver derved: , hvor b=310 er startværdien for antallet af solgte smartphones i år 2023 og a = 1.09, hvor antallet af smartphones stiger med 9% årligt.

Et billede, der indeholder tekst, skærmbillede, diagram, Parallel

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse

Enhedscirklen aflæses ud fra det indtegnede retningspunkt, hvor vi aflæser cosinus til vinklen ud for x-koordinaten og sinus aflæses ud fra y-koordinaten. Dvs. , som aflæses på y-aksen. (formel 8 i formelsamlingen)

Til at bestemme længden af a bruges følgende formel: .   
Da vi kender og hypotenusen, c kan vi isolere a.

Et billede, der indeholder tekst, diagram, skærmbillede, linje/række

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse   
a) For at beregne a og b bruges to-punkts-formlen for lineære funktioner, hvor a findes ved (formel 32):

b findes ved at indsætte den fundne a-værdi sammen med et af de to punkter i ligningen for en lineær funktion: (formel 33)

b) Grafen er indtegnet, se bilag. b er skæring med y-aksen, som er lig med x og a er hældningskoefficienten, som er lig med x. Hældningskoefficienten illustreres ved at gå et stykke hen af x-aksen og a op, før man rammer grafen.

Et billede, der indeholder tekst, diagram, skærmbillede, linje/række

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Besvarelse

1. Sandt. Medianen (den midterste streg) illustrerer 50% . Dvs. at 50% eller halvdelen af Facebook-brugerne er 33 år eller derunder.
2. Falsk. Kvartilbredden findes ved
3. Sandt. 75% () af TikTok-brugerne er 28 år eller derunder hvorimod 75% () af Facebook-brugerne er 45 år eller derunder.

**Delprøve 2 med alle tilladte hjælpemidler**

**Opgave 7**

**Et billede, der indeholder tekst, skærmbillede, Font/skrifttype, nummer/tal

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.**

Besvarelse

1. Jeg bruger Wordmat og laver en lineær regression for at finde a og b. Først indtaster jeg mine data alder for x-værdier og point for y-værdier.

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| 7 | 198 |
| 8 | 231 |
| 9 | 265 |
| 10 | 296 |
| 11 | 319 |

Lineær regression udført vha. WordMat: R2 = 0,9951535

Dvs. a = 30,7 og b = -14,5

1. Vi fandt en forskrift i delopgave a:

For at udregne f(15) indsættes 15 på x’s plads:

Jeg undersøger, om den afviger mere end 5% fra modellens pointtal ved først at beregne forskellen mellem den udregnede f(15) og de oplyste 376 point for en 15-årig. Det skal divideres med modellens pointtal (altså f(15)) idét vi skal undersøge, om den afviger mere end 5% fra modellen.

Vi omskriver resultatet til decimaltal og ganger med 100 for at lave det om til procent.

*Udtrykket omskrives vha. WordMat ved brug af metoderne: Automatisk reduktion,*

%

Dvs. 376 den afviger mere end 5% fra modellens pointtal.

**Opgave 8**

**Et billede, der indeholder tekst, skærmbillede, Font/skrifttype, nummer/tal

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.**

1. Jeg bruger Wordmat og laver en eksponentiel regression for at finde a og b. Først indtaster jeg mine data år efter 1990 for x-værdier og antal 100-årige for y-værdier.

|  |  |
| --- | --- |
| **x** | **y** |
| 0 | 102 |
| 5 | 122 |
| 10 | 169 |
| 15 | 224 |
| 20 | 308 |
| 25 | 422 |
| 30 | 548 |

Eksponentiel regression udført vha. WordMat: R2 = 0,996666

Dvs. b = 96,095 og a = 1,059761

1. Ud fra den fundne funktionsforskrift fra delopgave a udregnes f(35) ved at indsætte 35 på x’s plads.

Det betyder at 35 år efter 1990 altså i år 2025 (1990+35 = 2025), vil der iflg. Modellen være 732,8 tusinde 100-årige.

1. Fordoblingstiden findes ved følgende formel (51)   
    , og vi har netop fundet a-værdien i delopgave a, som indsættes i formlen:

***Udtrykket omskrives vha. WordMat ved brug af metoderne: Automatisk reduktion,***

Dvs. at fordoblingstiden er 11,94.

**Opgave 9**

**Et billede, der indeholder juletræ, tekst, grantræ, nåletræ

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.**

Besvarelse

1. Konstruktionen er lavet i GeoGebra. Først indsættes et punkt og derefter et linjestykke med given længde på 7. Ud fra de to ender af linjestykket laves de to vinkler med værktøjet ”vinkel med given størrelse”. Ud fra de to hjælpepunkter, der kommer fra vinklerne, som angiver retningen, laves nu to halvlinjer. Der hvor de to halvlinjer mødes, bliver vores punkt C, som findes med skæringsværktøjet.   
   (Bemærk jeg har omdøbt sidelængderne og vinklerne, så de er identisk med vores figur 1)

Et billede, der indeholder tekst, skærmbillede, diagram, linje/række

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

1. Træet står på samme linje som linjestykket (c ), så der laves en halvlinje, som fortsætter fra punkt A. Fra punkt C laves nu en vinkelret linje ned på halvlinjen, hvorefter skæringspunktet mellem de to findes. Efterfølgende skjules hjælpelinjerne og laves et linjestykke mellem punkt C og E, hvor vi kan finde længden med længdeværktøjet. (se screenshot)   
   Dvs. træets højde er 12,07 m.

Et billede, der indeholder tekst, skærmbillede, diagram, linje/række

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

**Opgave 10**

**Et billede, der indeholder tekst, Font/skrifttype, skærmbillede, algebra

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.**

Besvarelse

Vi skal bruge kapitalformlen (formel 4): , hvor vækstraten r skrives som decimaltal.

Vi kan nu ud fra denne formel opskrive de ligninger for vores to cases:   
Andrea:   
Bertil:

Vi skal altså løse de to ligninger, hvornår de er lige store og derfra udregne n, for antallet af år, der går. Vi bruger Wordmat:

*Ligningen løses for n vha. WordMat.*

Dvs. efter næsten 15 har de lige mange penge på deres konti.

**Bilag**

Et billede, der indeholder tekst, skærmbillede, linje/række, Rektangel

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Et billede, der indeholder diagram, linje/række, Kurve, skibakke

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.

Et billede, der indeholder diagram, tekst, linje/række, Kurve

Indhold genereret af kunstig intelligens kan være forkert.