# Funktioner af to variable

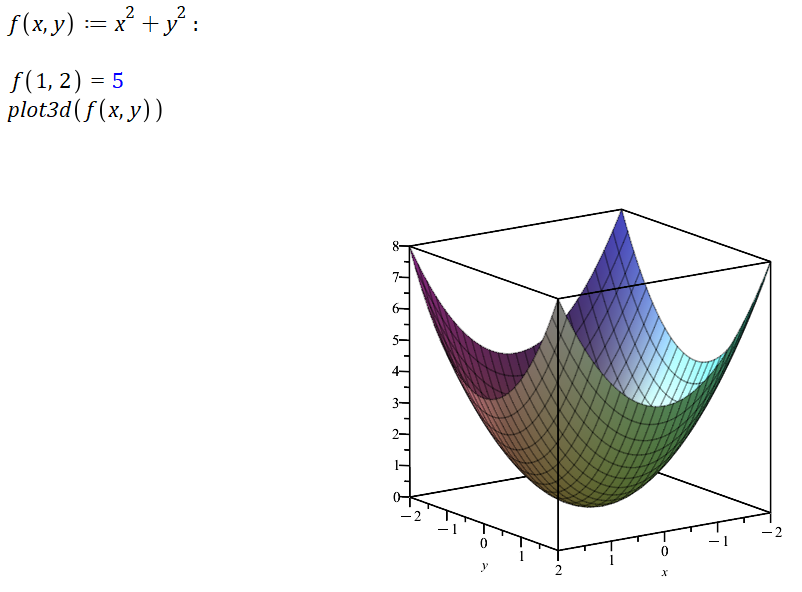
### Definition og graf i Maple

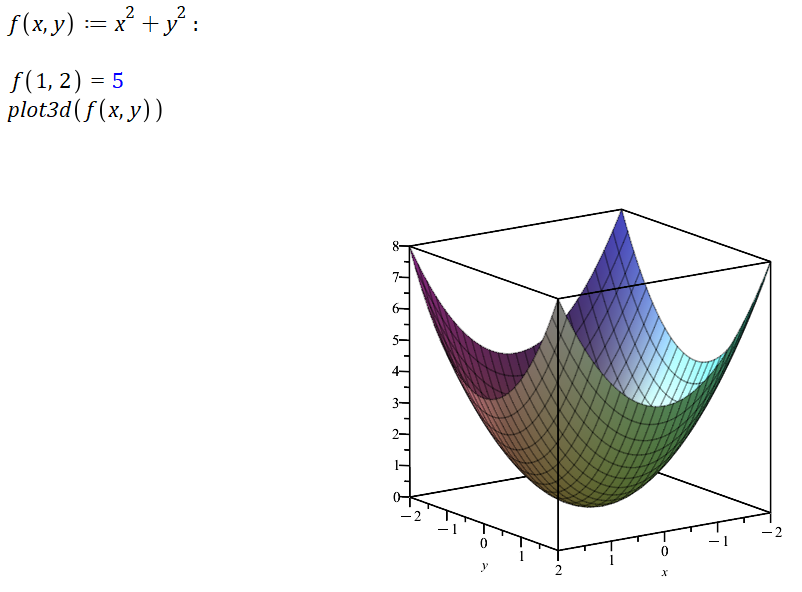
Indtil videre har vi set funktioner hvor den afhængige variabel beskrives vha. den uafhængige variabel . Ved funktioner af to variable, er der to uafhængige variable, og , som beskriver den afhængige variabel. F.eks. som er beskrevet vha. forskriften . For at tegne grafen af funktionen, dvs. mængden af punkter , så er vi nødt til at bruge et koordinatsystem med tre akser. Grafen for en funktion af to variable kaldes også en *flade*.

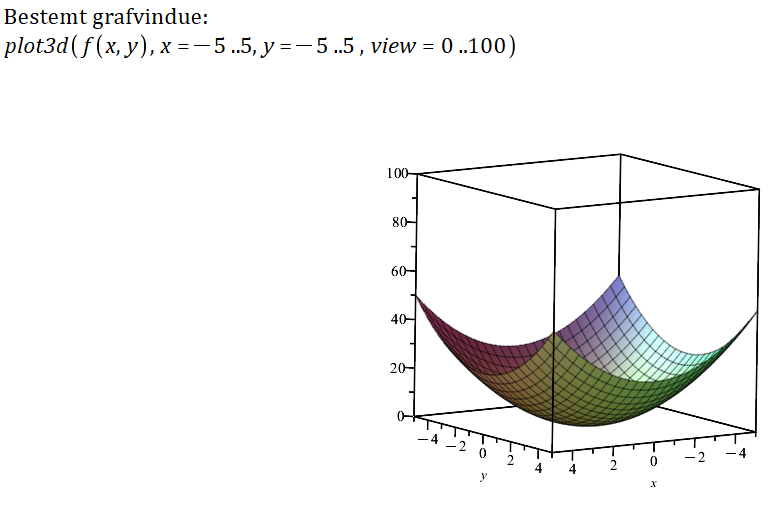
1. Lad .

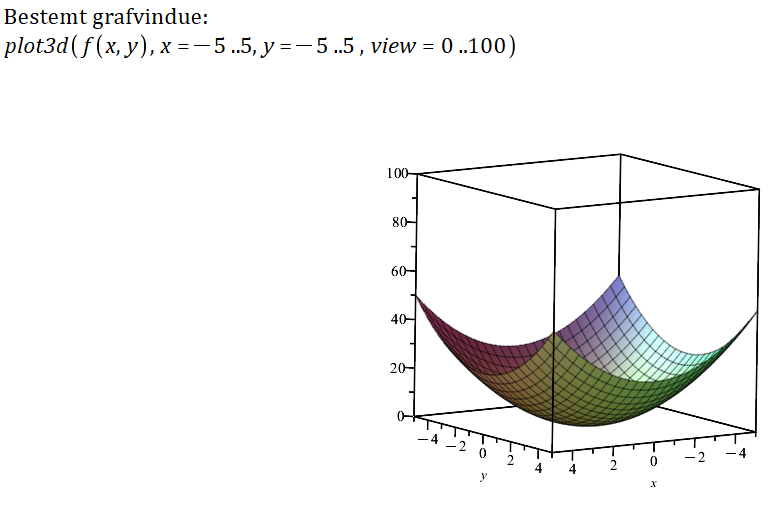
og derfor er punktet et punkt på grafen.

**Maple**







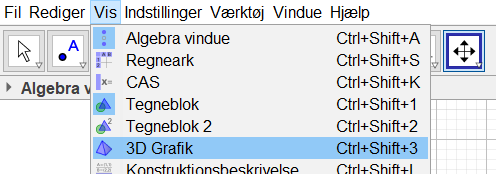
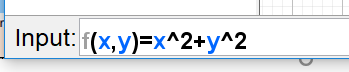


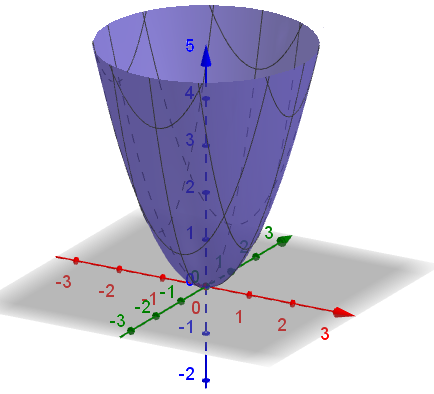
### Opgave 1

1. Tegn grafen for og bestem .
2. Tegn grafen for , og bestem funktionsværdien når og .

### Graf i GeoGebra

Vælg ”Vis” -> ”3D Grafik” og indtast forskriften for funktionen i inputfeltet. Her er desuden en [videovejledning](https://eggym.sharepoint.com/:v:/r/sites/Section_5778/Delte%20dokumenter/General/Maple,%20GeoGebra%20og%20Excel/Funktioner%20af%20to%20variable%20i%20GeoGebra%20(video).mp4?csf=1&web=1&e=90Yfue) til hvordan man kommer i gang. GeoGebra 5 kan være ustabil ved 3D grafik. Hvis det er tilfældet, så brug GeoGebra 6 i stedet som ikke har samme problemer.



### Opgave 2

Tegn funktionerne fra opgave 1 i GeoGebra og indsæt de punkter som hører til funktionsværdierne.

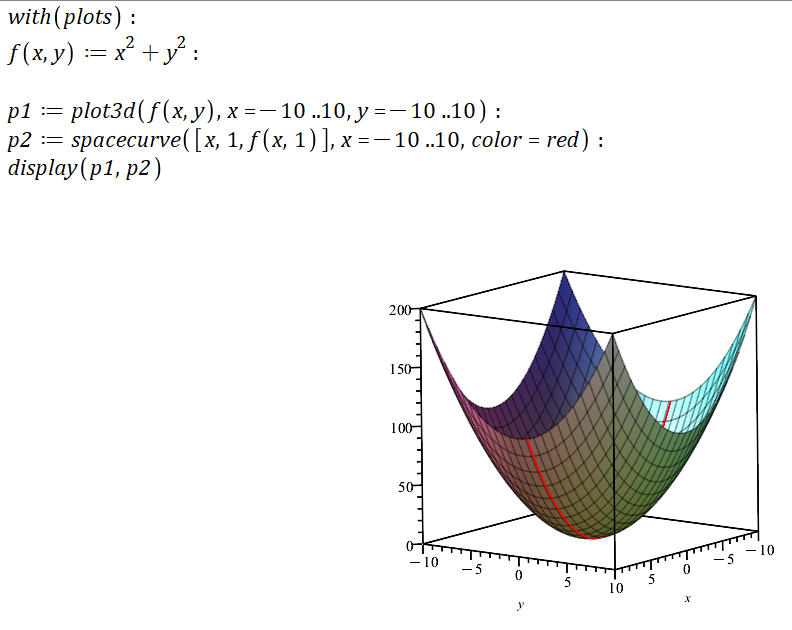
### Snitfunktioner og snitkurver

En *snitfunktion* for en funktion af to variable er den funktion der fås når den ene uafhængige variabel holdes konstant. Grafen for en snitfunktion kaldes en *snitkurve*.

1. Lad .

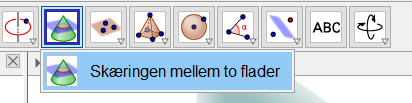
Hvis , så får vi snitfunktionen . Som kan beskrives ved forskriften   
  
Hvis , så får vi snitfunktionen . Som kan beskrives ved forskriften  
.

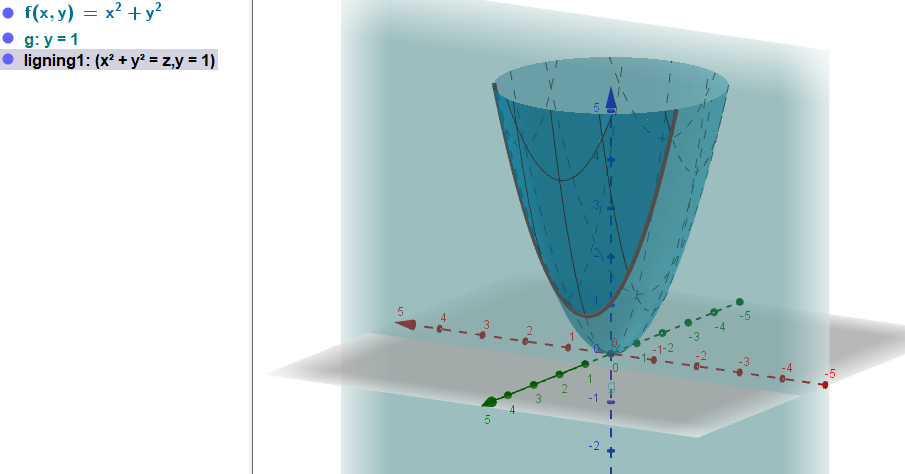
**Maple**

****

**GeoGebra**

Her er GeoGebra også mere brugervenlig. Man behøver blot indtaste forskriften og f.eks. .   
Derefter kan man bruge værktøjet ”skæringen mellem to flader”.





### Opgave 3

En funktion af to variable er givet ved .

1. Tegn grafen for i Maple eller GeoGebra.
2. Bestem forskriften for snitfunktionen til når og tegn den tilhørende snitkurve.
3. Bestem forskriften for snitfunktionen til når og tegn den tilhørende snitkurve.

### Opgave 4

### 

### Niveaukurver

En *niveaukurve* er den kurve der fåes når den afhængige variabel for en funktion af to variable holdes konstant.

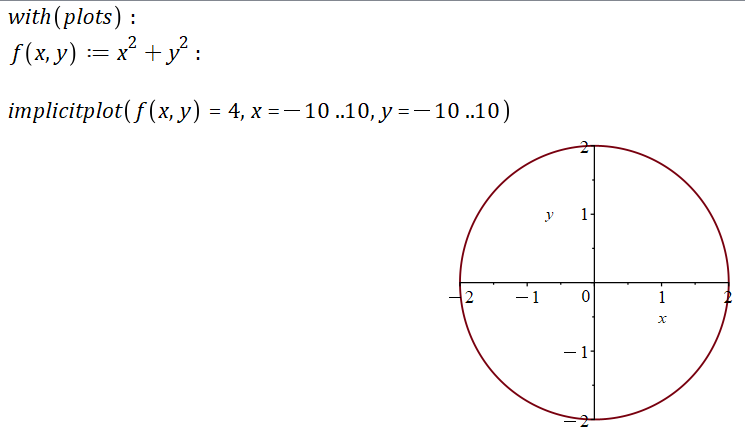
1. Lad .

For er niveaukurven bestemt ved . Der er tale om en cirkel med centrum i og radius .

Bemærk at niveaukurver som udgangspunkt kun kan beskrives vha. en ligning (eller vektorfunktion).

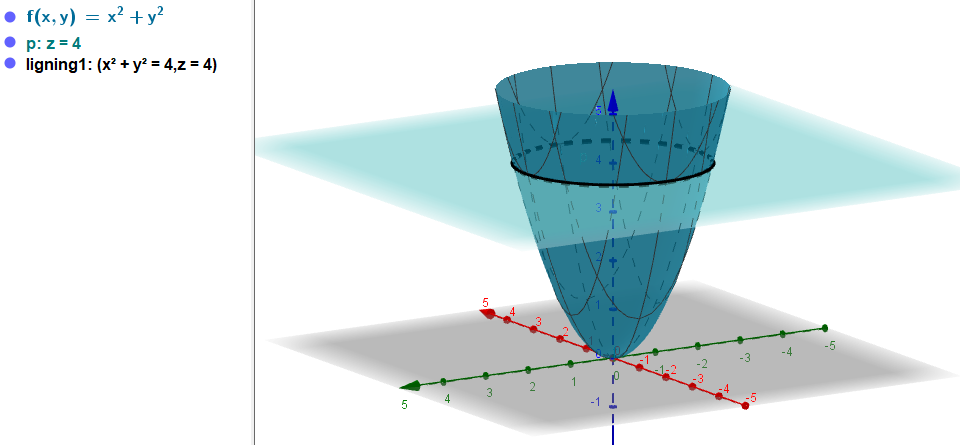
**Maple**

Det bliver lidt for teknisk at tegne niveaukurven i Maple i 3D, så her er den tegnet uden -aksen.

****

**GeoGebra**

GeoGebra har dog ikke det problem. Brug igen værktøjet ”skæringen mellem to flader” på forskriften for og .

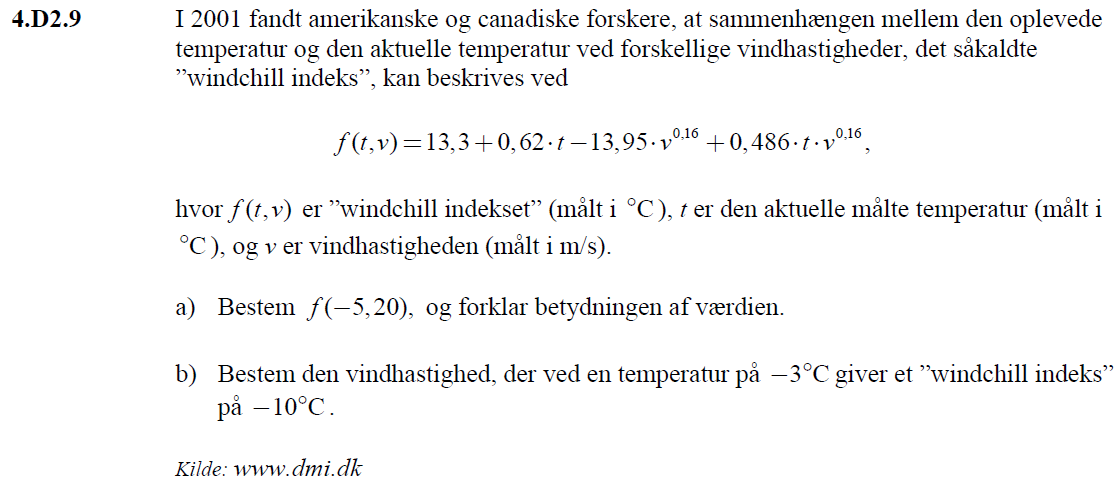


### Opgave 5

En funktion er givet ved

1. Tegn niveaukurven givet ved , og argumentér for at det er en cirkel.
2. (Valgfri) Bestem de værdier af hvor ligningen ikke har nogen løsning.

### Opgave 6



1. Bestem forskriften for snitfunktionen til når , og forklar hvad den beskriver.
2. Løs ligningen , og forklar betydningen af løsningen.
3. Tegn niveaukurven givet ved , og forklar hvad den illustrerer.   
   *Tip: i GeoGebra skal funktionen defineres som for at kunne lave skæring mellem flader.*

### Opgave 7

Grafen for funktionen giver en kegle og ved at se på skæringer mellem den og forskellige planer kan vi få forskellige kurver frem vi kender.

Tegn i GeoGebra skæringerne mellem grafen for og planerne givet ved ligningerne nedenfor. Hvilke kurver får vi?