

Reduktion (bogstavsregning)

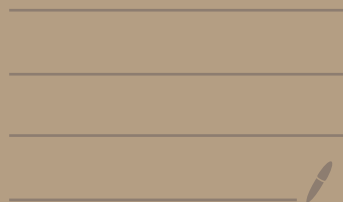
Link hertil:

Bogstavsregning:

<https://matb-htx.systeme.dk/?id=1692>

Reduktion:

<https://matb-htx.systeme.dk/?id=70>



Bogstavsregning

Vi har allerede tidligere set bogstaver i vores oplevelser, men her kommer en større forklaring af bogstaver i matematik.

I bogstavsregning bruger man bogstaver til at repræsentere tal.

→ Erstat tal med bogstaver

→ bogstaver kan antage alle værdier

Dermed kan vi arbejde med tal uden at kende deres værdi

Snak sammen om hvorfor man introducere bogstaver i matematik.

-
-
-
-

Eksempel:

Du står med 4 terninger på samme tid.
Lav et regneudtryk, som der kan udregne
antal øjne der vises ved brug af bogstaver

$$\begin{aligned} \text{terning 1} &= a & \text{terning 2} &= b & \text{terning 3} &= c \\ \text{terning 4} &= d \end{aligned}$$

Hvordan vil funktionen se ud:

$$\text{antal øjne} = a + b + c + d$$

Hvis vi skal regne større udtryk med bogstaver
skal regne hierarkisk stadig huskes

Eksempel $\rightarrow 2a = 2 \cdot a$

$$2a + 4 \cdot 2 - a$$

udregn denne og forkort
 \rightarrow hvad gøres først

$$2a + 8 - a = a + 8$$

Led og faktorer

Vi gennemgår kort hvad et led og faktor er

Kan i huske hvad det er?

- led er udtryk i regneudtryk
- bliver opdelt ved + og -
- gange og divideres er en del af led
-

I regneudtryk kaldes de dele, der er adskilt af + eller - for "led"

En faktor er hvad de enkelte led består af
↳ kan være 1 faktor eller flere faktorer

Eksempel

hvor mange led og faktorer er i dette udtryk:

$$2xy + 3x - 4y$$

Led: $2xy$, $3x$, $4y$

Faktorer: 7 faktorer

Øvelser



Øvelse 1.2.1



Hvor mange led består følgende udtryk af?

$$2 + 3bc - 4cd \quad \rightarrow 3 \text{ led}$$
$$2ab - 3 - a + x - y \quad \rightarrow 5 \text{ led}$$
$$-114 + \frac{1}{3}x \quad \rightarrow 2 \text{ led}$$

Og hvor mange faktorer i hvert led?



Øvelse 1.2.2: Bogstavregning og regnearternes hierarki



Placér almindelige regnearter (+, -, ·, :) mellem bogstaverne til venstre for lighedstegnet, så det passer med højresiden af ligningen.

$$-a + b + c / c = b - a + 1$$

$$-b + c - c + b + b = 2b$$

$$-\cancel{b} + \cancel{b} + b + b = 2b$$



Opgave 1.2.4



Et ukendt tal er halvdelen af summen af to andre forskellige tal.

Vælg selv bogstaver, og opstil regnestykket.



Opgave 1.2.5



Et tal ganges med sig selv plus det samme tal minus 3.

Vælg et bogstav for tallet, og opstil regnestykket.

hestil



Opgave 1.2.3



En lystfisker fanger en dag x fisk og den næste dag det samme antal fisk. Tre af fiskene er for små og sættes ud i søen igen. Seks af de øvrige fisk er brasener, resten forskellige slags ørrearter.

Opstil et matematisk udtryk for, hvor mange ørreder fiskeren fangede.



Opgave 1.2.8



Tallet 147 er summen af tre tal a , b , og $2c$.

Opstil et regnestykke for, hvordan man bestemmer c , og bestem derefter c , når $a = 19$ og $b = 22$.

Reduktion

Problemet med bogstavsregning er at det kan være nogle meget kompliceret udtryk man kigger på.

En måde at gøre det simpelt er ved reduktion

Det her emne bliver gennemgået igennem eksempler.

Ideen er at samle alle "ens" bogstaver for $a-b \neq 0$, men $a-a=0$

↳ betyder "ikke er lig med"
Eksempel:

$$2a + 3b - 5a + b = 2a - 5a + 3b + b = -3a + 4b$$

$$2 \cdot (2p - 3q) + 4(3q + 2p) = 2 \cdot 2p + 2 \cdot (-3)q + 4 \cdot 3q + 4 \cdot 2p = 4p - 6q + 12q + 8p = 4p + 8p - 6q + 12q = 12p + 6q$$

fælles nævner = $6x$

$$\frac{10}{3x} + \frac{5}{2x} - \frac{1}{6x} = \frac{20}{6x} + \frac{15}{6x} - \frac{1}{6x} = \frac{34}{6x} = \frac{17}{3x}$$

$$= \frac{2 \cdot 10}{2 \cdot 3 \cdot x} + \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 2x} -$$

Vigtigt: i ft. reducer med brøker

- samle alle brøker
- både i nævner og tæller \rightarrow skal gøre det samme
- Reducer i ALLE led
 - nævner og det kan reduce ALLE tællers led

Eksempel

$$\frac{6x+8}{2} = \frac{3x+4}{1} = 3x+4$$

$$\frac{9x-2}{2} = \frac{9x-2}{2} = \frac{9}{2}x-1$$

behøver ikke denne reduktion

$$\frac{8xy-4x}{2x} = \frac{\cancel{4x}y - \cancel{2x}}{\cancel{x}} = 4y-2$$

$\frac{ab-a}{b}$ kan ikke reduceres, da b ikke er begge led

$$\begin{aligned} \frac{x^7 - x^5}{x^3} &= x^4 - x^2 \quad \checkmark \\ &= x^{7-3} - x^{5-3} = x^4 - x^2 \end{aligned}$$

$$\frac{x^2}{x} = \frac{x \cdot \cancel{x}}{\cancel{x}} = x$$

$$\frac{y^3 x^7 - x^5 y^3}{x y^3} = x^6 - x^4$$

Øvelser



Opgave 1.5.1

Reducér følgende udtryk mest muligt.

$$4a - b + a + 17b - 18 + c = 5a + 16b - 18 + c$$

$$7a - 2b + 3 - a + b - 1 = 6a - b + 2$$



Opgave 1.5.2

Reducér følgende udtryk mest muligt.

$$xy + 2xy - y + x - 14y = 3xy + x - 15y$$

$$(5x + 2y) - (2x - y) + x = 4x + 3y$$



Opgave 1.5.10

Forkort brøkerne mest muligt:

$$1. \frac{3b^2 - 9}{-3} = -b^2 + 3$$

~~$$2. \frac{a^2 - 2ab - a}{4}$$~~

$$3. \frac{c^2 - c}{-c} = -c + 1$$

$$\frac{c \cdot c}{-c} = -c + 1$$

$$\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}, \quad a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

a) Reducér udtrykket $\frac{15 \cdot x^7 \cdot 4 \cdot x^3}{10 \cdot x^2} =$

$$\frac{15 \cdot x^5 \cdot 4 \cdot x^3}{10} = \frac{60 \cdot x^8}{10} = 6 \cdot x^8$$

a) Reducér udtrykket $a \cdot (2b - a) + a^2 - a \cdot b = -ab + 4b$ \checkmark

$$a \cdot 2b - \cancel{a^2} + \cancel{a^2} - ab = 2ab - ab = ab$$

$$x^0 = 1 \quad \text{ALTID} \quad \text{per definition}$$

Reducer følgende udtryk:

$$1 \quad \frac{4a^2}{10a}$$

$$\frac{6x^2y}{9xy}$$

$$\frac{10a - 5b}{5}$$

$$2 \quad \frac{8x + 12}{4}$$

$$\frac{6ab}{9a}$$

$$\frac{12x(2x+3)}{6(2x+3)} = \frac{12x}{6} = 2x$$

$$\frac{6x}{9y}$$

$$\frac{9x^2 - 6xy}{3x}$$

$$4 \quad \frac{8a(3x+2)}{12b(3x+2)} = \frac{8a}{12b} = \frac{2a}{3b}$$

$$3 \quad \frac{6x(3x-2y)}{9x^2-6xy} = \frac{6x \cdot (3x-2y)}{3x \cdot (3x-2y)}$$

$$= \frac{6x}{3x} = \underline{\underline{2}}$$

$$\frac{10xy - 5y}{15x} = \frac{2xy - y}{3x}$$

$$3x \cdot (3x - 2y) = 9x^2 - 6xy$$

Ideen med den sværre opgave, hvor i skal tilføje en parentes er at i skal danne den SAMME parentes som der står i tælleren, den skal også laves i nævneren.

Dan ens
() i
tæller og
nævner