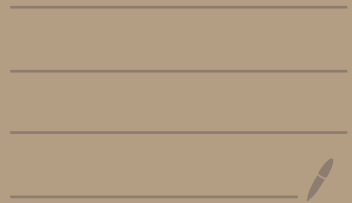


Kvadrat sætninger

Link hertil:

<https://matb-htx.systeme.dk/?id=71>



Kvadratsætninger

Når man reducerer anvendes til kvadratsætninger

Der eksisterer 3 kvadratsætninger:

- først kvadratsætning: $(a+b)^2 = ?$
- anden kvadratsætning: $(a-b)^2 = ?$
- tredje kvadratsætning: $(a+b) \cdot (a-b) = ?$

Inden vi viser resultatet, repeterer vi lige hvordan man ganger 2 parenteser sammen

$$(a+b) \cdot (c+d) =$$

første kvadratsætning

Vi skal udregne kvadratet (2 potens)

$$(a+b)^2 =$$

Eksempel:

Udregn: $(a+4)^2 =$

Anden kvadratsætning

Udregning for 2. kvadratsætning, gøres på samme måde (som i skal prøve først)

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2 - 2ab \\ &= (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - ab - b \cdot a + b^2 \\ &= a^2 + b^2 - 2ab\end{aligned}$$

Eksempel: $\begin{matrix} a & b \\ \uparrow & \uparrow \\ (b-5)^2 \end{matrix}$

$$\begin{aligned}\text{udregn } (b-5)^2 &= b^2 + 5^2 - 2 \cdot b \cdot 5 \\ &= b^2 + 25 - 10b = b^2 - 10b + 25\end{aligned}$$

Tredje kvadratsætning

Udregning for 3. kvadratsætning gøres på samme måde (som i skal prøve)

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= a^2 - b^2, a^2 - 2ab - b^2 \\ &= a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

$$-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$$

Eksempel

$$(x-3)(x+3) = x^2 - 3^2$$

$$(x-3)(x+3) = x^2 - 9$$

$$= x^2 + 3x - 3x - 9$$

$$= x^2 - 9$$

Opsummering:

Kvadratsætningerne

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

Kvadratet på en toleddet størrelse er kvadratet på første led plus kvadratet på andet led plus/minus det dobbelte produkt.

$$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$$

To tals sum gange de samme to tals differens er kvadratet på det første minus kvadratet på det andet.

Eksempel: $2x^2 = 2 \cdot x \cdot x$

$$(2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2$$

$$= \underbrace{4x^2}_{a^2} - \underbrace{12xy}_{2 \cdot ab} + \underbrace{9y^2}_{b^2}$$

$$\left(4 + \frac{1}{2}x\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + 4x + 16$$

$$= \underbrace{4^2}_{a^2} + \underbrace{2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}x}_{2ab} + \underbrace{\left(\frac{1}{2}x\right)^2}_{b^2} = 16 + 4x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot x$$

$$= 16 + 4x + \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2} \cdot x^2$$

$$= 16 + 4x + \frac{1}{4}x^2$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Eksempel (modsat retning)

Reducer følgende udtryk:

$$\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9}$$

Vi skal omskrive både tæller og nævner ved brug af kvadratsetningerne, men hvilke?!

1 kvadrat sætn.

$$\text{Tæller: } x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (x + 3) \cdot (x + 3)$$
$$= x^2 + 3^2 + 2 \cdot x \cdot 3$$
$$= x^2 + 6x + 9$$

3 kvadrat sætn.

$$\text{nævner: } x^2 - 9 = (x + 3) \cdot (x - 3)$$
$$= x^2 - 9$$

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Reduktion:

$$\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9} = \frac{(x+3)^2}{(x+3) \cdot (x-3)} = \frac{\cancel{(x+3)} \cdot (x+3)}{\cancel{(x+3)} \cdot (x-3)}$$
$$= \frac{x+3}{x-3}$$

Øvelser



Opgave 1.6.1

Ophæv parentesen i følgende udtryk:

$$(a + 4)^2$$



Opgave 1.6.2

Ophæv parentesen i følgende udtryk:

$$(3a - 4b)^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$



Opgave 1.6.4

Ophæv parenteserne i følgende udtryk:

$$(a + 4)(a - 4)$$



Opgave 1.6.5

Ophæv parenteserne i følgende udtryk:

$$(a + 2x)(2x + a)$$



Opgave 1.6.6

Ophæv parenteserne i følgende udtryk:

$$(a + (2-a)^2)^2 = (a + 4 + a^2 - 4a)^2 = (a^2 - 3a + 4)^2$$
$$= (a^2 - 3a + 4) \cdot (a^2 - 3a + 4)$$
$$= a^2 \cdot a^2 - 2 \cdot 3a \cdot a^2 + 4a^2 - 3a \cdot a^2 + 9a^2 - 12a + 4a^2 - 12a + 16$$
$$= a^4 - 3a^3 + 4a^2 - 3a^3 + 9a^2 - 12a + 4a^2 - 12a + 16$$

Vdregn
den indre
() \rightarrow 2. kvad
 $(2-a)^2 = 2^2 + a^2$
 $- 2 \cdot 2 \cdot a$
 $= 4 + a^2 - 4a$

indsæt istedet
for

$$= a^4 - 6a^3 + 17a^2 - 24a + 16$$

a) Reducér udtrykket $(a+b)^2 + 3a \cdot (a-b) - b^2$.

b) $(2x+3)^2 - x^2$

c) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x+2}$

d) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x-3}$

e) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

Hint: om skriv til
kvadratsætning

Hint: om skriv både
tæller og nævner til
kvadratsætninger

2 kvadrat sætn: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
Tæller: $(x-2)^2$

3 kvadrat $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$
nævner: $(x+2) \cdot (x-2)$

$$\frac{(x-2)^2}{(x+2) \cdot (x-2)} = \frac{(x-2) \cdot \cancel{(x-2)}}{(x+2) \cdot \cancel{(x-2)}} = \frac{x-2}{x+2}$$