

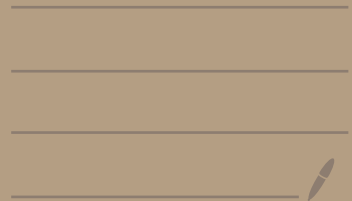
En ligning med en ubekendt

link hertil:

<https://matb-htx.systime.dk/?id=114>

og

<https://matb-htx.systime.dk/?id=126>



Ligninger

Hvad er en ligning??
regne stykke med 1 eller flere ubekendte
→ ofte x

En ligning er en matematisk sætning, der viser at 2 udtryk har samme værdi forbundet med et lighedstegn (=)

$$\text{~~~~} = \text{~~~~}$$

Man har en ubekendt (ofte x) og nogle kendte som vi kan bytte rundt for at finde den ubekendte.

→ Vi vil have x på den ene side og det kendte på den anden side af =

Men, hvilken rækkefølge skal man gøre dette!



Før at "flytte" noget over på den anden side af = anvendes det "modsatte" af udtrykket

→ hvis vi har $+a$ fjerner man det ved $-a$ **og modsat**

→ hvis a fjerner man ved \sqrt{a}

→ hvis a^2 fjerner man ved $\sqrt{\quad}$

VIGTIGT:

Hvis man lægger noget til den ene side af = skal det også gøres på den anden side.

ALTID GØR DET PÅ BEGGE SIDER AF =

Du kan sammenligne en ligning med to vægtskåle, der holder hinanden i balance. Når der er lige meget i hver vægtskål, er der balance.



Når vi løser ligninger, skal vi sørge for at holde vægtskålene i balance. Hvis vi tilføjer 1 kg i den ene skål, skal vi også tilføje 1 kg i den anden skål. Det er det princip, der gælder, når vi skal løse ligninger.

ligninger



Når man "flytter" noget anvender vi: " \Leftrightarrow " (medfører pil) men når vi regner anvender vi " $=$ "

↳ **udregning**

Vi kigger på at der er 1 ubekendt
og løser nogle ligninger sammen.
Eksempel



Foto: iStockphoto/Grafissimo

Åge er ude i sin gamle bil på søndagstur. Bilen kører 9 km på 1 liter benzin.
Åge spiser frokost på en rasteplass lidt syd for Køge efter at have kørt
63 km. Han tænker på, hvor mange liter benzin der er brugt på turen:

Hvor mange liter benzin er der brugt på at køre 63 km, når forbruget er
9 km per liter?

Ved at kalde benzinforbruget x så opstil en
ligning med x :

$$63 = 9 \cdot x$$

løs dernæst for x :



$$\frac{63}{9} = \frac{9x}{9}$$

$$7 = x$$

Eksempel: løs ligningerne

$$2x - 4 = 7$$

↕ +4

$$2x - \cancel{4} + \cancel{4} = 7 + 4$$

$$2x = 11$$

↕ /2

$$x = \frac{11}{2}$$

$$8 - 3x = -1$$

$$8 - 3x + 1 = 0$$

$$9 = 3x$$

$$\frac{9}{3} = x = 3$$

↕ +1
↕ +3x
↕ /3

$$\xrightarrow{-8} -3x = -9$$

/-3

$$-x = -\frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

↕
↕ /3
↕ · (-1)

$$5x + 1 = 2x - 11$$

$$\frac{1}{2}x + 4 = -\frac{5}{2}x - 11$$

↕ + $\frac{5}{2}x$

$$\frac{1}{2}x + 4 + \frac{5}{2} = -11$$

$$3x + 4 = -11$$

↕ -4

$$3x = -11 - 4$$

$$3x = -15$$

$$x = \frac{-15}{3} = -5$$

↕ /3

Regel 2.1.1

adskilt af + og -

1. Et led flyttes fra den ene side af lighedstegnet til den anden side ved at skifte fortegn på leddet.
2. Man må gange med det samme tal, undtagen 0, på begge sider af lighedstegnet.
3. Man må dividere med det samme tal, undtagen 0, på begge sider af lighedstegnet.

Øvelser:

i skal løse følgende ligninger:

$$x + 5 = 12 \iff x = 7$$

$$3x - 2 = 13$$

$$2x - 4 = 10$$

$$7 + x = 3x \iff x = 3,5 = \frac{7}{2}$$

$$5x - 3 = 2x + 9$$

$$4x + 6 = 2x - 8$$

$$\begin{aligned} 6x - 5 &= 2x + 11 & \xrightarrow{+5} & 6x = 2x + 16 & \xrightarrow{-2x} & 6x - 2x = 16 \\ 4x &= 16 & \xrightarrow{\div 4} & x &= & 4 \end{aligned}$$

Vi har kigget på nogle rimelige simple ligninger, men hvad nu hvis der også er parenteser og brøker med i udregningerne

Eksempel:

$$2 \cdot (3x-1) = x-4 \cdot (2-x)$$

$$3x \cdot 2 - 1 \cdot 2 = x + 2 \cdot (-4) - x \cdot (-4)$$

$$6x - 2 = x - 8 + 4x$$

$$6x - 2 = 5x - 8$$

⇕ -5x

$$6x - 2 - 5x = -8$$

$$x - 2 = -8$$

⇕ +2

$$x = -6$$

Her har vi først gjort udtrykket simpere ved at gange ind i parenteserne og så løst ligningen som før

Men hvad nu hvis det er en brøk?

Regel 2.2.1

Gange over kors. Hvis ligningen består af brøker på højre og venstre side af lighedstegnet, kan man 'gange over kors':

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

Dette gælder fordi:

Vi ser på reglen med at gange over kors og viser, at den er korrekt. I ligningen

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ganger vi med tallet bd på begge sider, så vi får:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow bd$$

$$bd \cdot \frac{a}{b} = bd \cdot \frac{c}{d} \Leftrightarrow \text{husk } a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$\frac{\cancel{b}da}{\cancel{b}} = \frac{b\cancel{d}c}{\cancel{d}} \Leftrightarrow$$

$$ad = bc$$

Eksempel: *vi vil have væk fra nævner*

I ligningen nedenfor, optræder x i nævneren på begge sider. Vi omskriver brøkerne:

$$\frac{12}{6 \cdot (x-2)} = \frac{1}{5-x}$$

$$\Downarrow \cdot (5-x)$$

$$(5-x) \cdot \frac{12}{6 \cdot (x-2)} = 1$$

$$\Downarrow \cdot 6(x-2)$$

$$(5-x) \cdot 12 = 1 \cdot 6 \cdot (x-2)$$

$$\textcircled{1} \quad 12 \cdot 5 - 12 \cdot x = 6 \cdot x - 6 \cdot 2$$

$$60 - 12x = 6x - 12$$

$$60 - 18x = -12$$

$$-18x = -72$$

$$x = 4$$

$$\Downarrow -6x$$

$$\Downarrow -60$$

$$\Downarrow /-18$$

$$\textcircled{2} \quad 60 = 6x + 12x - 12$$

$$72 = 18x$$

$$4 = x$$

$$\Downarrow +12 \cdot x$$

$$\Downarrow +12$$

$$\Downarrow /18$$

Eksempel

Vi løser ligningen:

$$\frac{3x-2}{3} + 4x = 6$$

↕ · 3
↕

Vi vil fjerne 3'et og skal huske at gange alle led på venstresiden og højre siden med 3.

$$3 \cdot \left(\frac{3x-2}{3} + 4x \right) = 6 \cdot 3$$

$$\frac{\cancel{3} \cdot (3x-2)}{\cancel{3}} + 4x \cdot 3 = 18$$

$$3x-2 + 12x = 18$$

$$15x - 2 = 18$$

↕ +2

$$15x = 20$$

↕ / 15

$$x = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} = 1,3333 \dots$$

Øvelser: løs for x :

$$1) \frac{x+4}{6} = \frac{3}{2}$$

$$2) \frac{6}{4x-1} = \frac{2}{9}$$

$$3) \frac{x-2}{5} + 2x = 4 - x$$

$$4) \frac{3x+4}{8-x} = \frac{-1}{5}$$

Dette var for brøker men hvad med parenteser?

Regel 2.2.2 - Nulreglen

Hvis et produkt skal give 0, skal mindst en af faktorerne være 0.

Men hvad betyder dette?

- Vi har 2 ting ganget sammen som skal give 0
 $\rightarrow P \cdot q = 0$
 \rightarrow her skal enten $P=0$ eller $q=0$

Men hvad betyder dette?

så løs den ene for at det giver 0

Eksempel

1) $x \cdot (x-4) = 0$

1. $x=0$
 $x=0$

2. $x-4=0$
 $x=4$

2) $(x+4) \cdot (x-3) = 0$

$= x^2 - 3x + 4x - 12 = x^2 + x - 12$

1: $x+4=0$
 $x=-4$

2: $x-3=0$
 $x=3$

Løsning er her $x=-4$ og $x=3$
Vær opmærksom på at der er 2 løsninger

Øvelser til jer:

find begge værdier for x :

1. $(2x + 6)(x - 10) = 0$

2. $(3x - 9)(5x - 20) = 0$

3. $(8 + 2x)(30 - 6x) = 0$

4. $(x + 3,7)(8,6 - x) = 0$

Hvis nogle af ligningerne har været svære for jer så vælg de øvelser i træner til at træne mere



Opgave 2.2.1

Bestem x i følgende ligninger:

1. $x - 5 = 5$

2. $x + 5 = 5$

3. $5 - x = 25$

4. $25 - x = 5 + x$



Opgave 2.2.2

Løs følgende ligninger:

1. $6 - x = -3$

2. $0,5(2x - 1) = 0,5$

3. $5 - x = 5$

4. $7x - 1 = 2x$



Opgave 2.2.4

Løs følgende ligninger:

$$1. -6x = \frac{-3}{4}$$

$$2. 0,5(-x - \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$$

$$3. 2(5 + x) = 5(2 - x)$$

$$4. 3x - 1,2(x + 8) = 8$$



Opgave 2.2.5

Løs følgende ligninger:

$$1. 3x - 2(x + 1) = 2x$$

$$2. 2(2x - 1) = 7$$

$$3. \frac{2}{3} \cdot (8 - \frac{1}{x}) = 2$$

$$4. \frac{2}{x+1} = 3$$

$$5. \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x-1}$$

↖ SVAR, men prøv



Opgave 2.2.9



Hvis man lægger 17 til et tal, og derefter dividerer med 3, får man det samme resultat, som hvis man dividerer tallet med 4 og bagefter lægger 2 til.

1. Bestem tallet.