

# 2 ligninger med 2 ubekendte

Link hertil:

Intro: <https://matb-htx.systime.dk/?id=116>

Erstatsningsmetode: <https://matb-htx.systime.dk/?id=253>


Lige store koefficienter: <https://matb-htx.systime.dk/?id=254>

---

---

---

---



Hvad gør vi så hvis der er  
2 ligninger med 2 ubekende?

→ her kan være uendelig mange løsninger, men  
hvordan kan man finde dem?  
→ gætte - held og lykke

Dette kaldes et ligningsystem og vi gennemgår  
2 måder at løse dette på

De ser ud på følgende måde:

$$2x + 4y = 10 \quad \text{og} \quad 5x - 2y = 1$$

og hvad er  $x = ??$  og  $y = ??$

Metoderne her til:

- Erstatningsmetoden / indsættelses metoden
- lige store koefficienters metode

## Erstatningsmetoden

Ideen med denne metode kan skrives i 4 trin

- 1: isoler den ene variabel i den ene ligning
- 2: indsæt denne variabel i den anden ligning
- 3: isoler og udregn den anden variabel i den anden ligning
- 4: indsæt den fundne værdi i den første ligning og find værdien for den første variabel

Det lyder nok forvirrende, lad os kigge på et eksempel:

Eksempel:

$$(\star): 2x + 4y = 10$$

$$(\triangle): 5x - 2y = 1$$

- 1: isoler  $x$  i  $(\star)$
- 2: indsæt udtryk for  $x$  i  $(\triangle)$
- 3: isoler  $y$  i  $(\triangle)$
- 4: indsæt  $y$ -værdien i  $(\star)$  og find  $x$ -værdien

### Eksempel 2.4.1.1

Matematik, herunder ligninger, er et værktøj, der skal hjælpe os med at forklare dagligdagens fænomener. Her er en gåde:

Ole er nu 7 år ældre end sin søster Karen. Om 5 år er Ole dobbelt så gammel som Karen. Hvor gamle er Ole og Karen?

Vi sætter Oles alder til  $x$  og Karens alder til  $y$ :

Nu:

$$x - y = 7$$

Om 5 år:

$$x + 5 = 2 \cdot (y + 5)$$

Vi isolerer  $x$  i den øverste ligning:

$$x = 7 + y$$

Herefter erstatter vi  $x$  med  $7 + y$  i den nederste ligning:

$$7 + y + 5 = 2 \cdot (y + 5) \Leftrightarrow$$

$$y + 12 = 2y + 10 \Leftrightarrow$$

$$2 = y$$

Værdien for  $y$  indsættes:

$$x = 7 + y = 7 + 2 = 9$$

Ole er 9 år, og Karen er 2 år. Om 5 år er Ole 14 - altså dobbelt så gammel som Karen, der er blevet 7 til den tid.

## Lige store koefficienter

Ideen er: Man vil have den ene variabel til at "forsvinde", så man får 1 ligning med 1 ukendt.

→ Tricket er at man får koefficienterne foran den ene variabel til at være den samme og så trække dem fra hinanden

Eksempel:

$$(*) 2x + 3y = 13$$

$$(\Delta) x + 2y = 7$$

Vi ganger  $(\Delta)$  med 2, så begge har  $2x$  i ligninger og dernæst siger  $(*) - 2(\Delta)$

Indsæt  $y$ -værdien i en af ligningerne

Et ligningssystem:

$$4x - 5y = 4$$

$$x + 2y = 14$$

Her kan vi gange den øverste ligning med 2 og den nederste ligning med 5.  
Herved får vi den samme koefficient foran  $y$  i begge ligninger:

$$8x - 10y = 8$$

$$5x + 10y = 70$$

Da koefficienterne dermed har forskellige fortegn, lægger vi de to ligninger sammen. Hvis koefficienterne var ens, skulle de trækkes fra hinanden.

Nu lægges ligningerne sammen:

$$8x - 10y = 8$$

$$5x + 10y = 70$$

$$\text{-----}$$
$$13x + 0 = 78$$

Ved at indsætte  $x = 6$  i en af ligningerne får vi, at  $y = 4$ .

Løsningen til ligningssystemet er:

$$x = 6 \wedge y = 4$$

"og"

Metoden, vi har brugt her, kalder vi *de lige store koefficienters metode*.

Hvilken metode i vælger er helt op til jer. I får samme svar ved begge metoder, så vælg den i bedst kan lide

## Øvelser



### Opgave 2.4.1



1. Vis, ved indsætning, at ligningssystemet:

$$2x + y = 4$$

$$-x + 4y = 7$$

har løsningen:

$$x = 1 \wedge y = 2$$



### Opgave 2.4.2



1. Løs ligningssystemet herunder ved hjælp af erstatningsmetoden:

$$3x - y = 7$$

$$-x + 4y = -6$$

2. Kontrollér resultatet ved at indsætte løsningen i de to ligninger.



### Opgave 2.4.3

Løs følgende 2 ligninger med 2 ubekendte:

1.  $x + 1 = 2 - y$

$$2x + y = 12$$

2.  $y - x = 1$

$$x + y = 1$$

