Andengradsligninger

Linkj her til:
https://matb-htx.systime.dk/?id=119

Hvad er en andengrads ligning ?

Eksempel

Hvilke af disse er andengrads ligninger ?

$2x - 3 = 0$

$x^2 - 4 = 0$

$3x + 2 = 0$

$4x^3 - 7 = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$2x^7 = 0$

Svar : Det er potensen som afgøre hvilken grad vores ligning er

Hvis vi kigger på følgende ligning

Eksempel

$x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 0$

$x^2 + 4 = 0$

Løsningen til en andengradsligning kaldes for "Ligningens rødder".

→ Der kan være 2, 1 eller ingen rødder
→ hvis der kun er 1 rod, så kaldes det en dobbelt rod.

Den generelle løsningsformel

Denne formel kan altid bruges når vi har en andengrads ligning.

Vi kigger på den generelle formel:

$$a \cdot x^2 + bx + c = 0$$

Den løses ved brug af formlen:

$$D = b^2 - 4ac$$

↳ diskriminanten

Den generelle løsning er i så fald:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Værdien af D afgøre hvor mange løsninger der eksistere

Regel 2.5.2.1

$D < 0$ Diskriminanten er negativ. $\sqrt{D}$ er ikke mulig, hvilket betyder, at der ikke er nogen rødder (løsninger).

$D = 0$ Der er en dobbeltrod (én løsning):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

$D > 0$ Der er to rødder (to løsninger):

$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \vee x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

betyder "og"

Vi beviser ikke dette men vi kigger på et eksempel:

Eksempel

1) løs ligningen: $2x^2 + 8x + 6 = 0$

hvad er $a =$ $b =$ $c =$

2) Løs ligningen: $3x^2 + 5x + 7 = 0$

hvad er $a =$ $b =$ $c =$

Løsning af andengrads ligning uden konstantled

Vi starter med at kigge på følgende

$$x^2 + bx = 0$$

hvad er $a = ??$

Vi vil løse disse ved at sætte noget uden for parentes ☺ og bruge nulreglen

Nul regel:
hvis vi har 2 ting som er ganget sammen og det skal give 0, så skal enten den ene ting give 0 eller den anden ting give 0:

$$p \cdot q = 0 \iff p = 0 \text{ eller } q = 0$$

Eksempel:

$$x^2 - 4x = 0$$

hvad kan vi sætte udenfor parentes

$$x^2 + 6x = 0$$

Det ser ud, som om der er et mønster. Uden videre vil vi fastslå, at en andengradsligning af typen:

$$x^2 + bx = 0$$

har løsningen:

$$x = 0 \vee x = -b$$

Vi kigger nu på

$$ax^2 + bx = 0$$

Eksempel:

$$2x^2 + 8x = 0$$

En andengradsligning af typen:

$$ax^2 + bx = 0$$

har løsningen:

$$x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$$

Sidste måde at notere andengradsligning

Vi kigger på $(a+x)\cdot(b+x)=0$

Vis at dette er en andengrads ligning:

$(a+x)\cdot(b+x)=0$

Måden vi løser dette på er ved brug af nul reglen igen:

i skal løse:

$$(a+x)=0 \quad \text{og} \quad (b+x)=0$$

Disse er nemmere at løse end normale andengrads ligninger

Eksempel:

$$\underbrace{(x-3)}_{p}\cdot\underbrace{(x+7)}_{q}=0$$

Øvelser

Opgave 2.5.2

Løs følgende andengradsligninger:

1. $x(x-6)=0$
2. $(x-2)x=0$
3. $(x-1)(x-6)=0$
4. $13(x+5)(x-10)=0$
5. $(x+11)(x+13)=0$

Opgave 2.5.4

Løs følgende andengradsligninger:

1. $x^2=9$
2. $x^2-5x=0$
3. $x^2-2x-3=0$
4. $x^2-4x+4=0$

Opgave 2.5.6

Herunder ses en række andengradsligninger på standardformen:

$$ax^2+bx+c=0$$

Opskriv værdierne af a, b og c når:

1. $3x^2-4x+1=0$
2. $-x^2-4x-3=0$
3. $-x^2+x-4=0$
4. $-7x^2+56x-84=0$
5. $0{,}09x^2+2{,}26x-0{,}9=0$

Opgave 2.5.8

Beregn diskriminanten d og løs følgende andengradsligninger:

1. $3x^2-4x-4=0$
2. $7x^2+9x-16=0$
3. $-x^2-x=0$
4. $\frac{x^2}{8}+\frac{x}{4}-1=0$