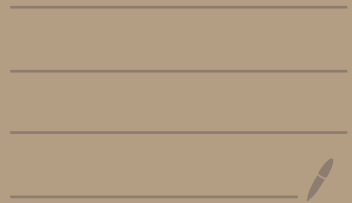


# Andengradslikninger

---

Linkj her til:

<https://matb-htx.systime.dk/?id=119>



Hvad er en andengrads ligning?

Eksempel

Hvilke af disse er andengrads ligninger?

$$2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$3x + 2 = 0$$

$$4x^3 - 7 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$2x^7 = 0$$

Svar: Det er jobbet som afgøre hvilken grad vores ligning er

Hvis vi kigger på følgende ligning

Eksempel

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x^2 + 4 = 0$$

Løsningen til en andegradslikning kaldes for "ligningens rødder".

→ Der kan være 2, 1 eller ingen rødder  
→ hvis der kun er 1 rod, så kaldes det en dobbelt rod.

## Den generelle løsningsformel

Denne formel kan altid bruges når vi har en andegradslikning:

Vi kigger på den generelle formel:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$$

Den løses ved brug af formelen:

$$D = b^2 - 4ac$$

↳ diskriminanten

Den generelle løsning er i sin fald:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Værdien af  $D$  afgøre hvor mange løsninger der eksisterer

#### Regel 2.5.2.1

$D < 0$  Diskriminanten er negativ.  $\sqrt{D}$  er ikke mulig, hvilket betyder, at der ikke er nogen rødder (løsninger).

$D = 0$  Der er en dobbeltrod (én løsning):

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

$D > 0$  Der er to rødder (to løsninger):

$$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \text{ og } x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

betyder "og"

Vi beviser ikke dette men vi kigger på et eksempel:

Eksempel

1) løs ligningen:  $2x^2 + 8x + 6 = 0$

hvad er  $a =$   $b =$   $c =$

2) Løs ligningen:  $3x^2 + 5x + 7 = 0$

hvad er  $a =$   $b =$   $c =$

## Løsning af andegrads ligning uden konstantled

Vi starter med at kigge på følgende

$$x^2 + bx = 0$$

hvad er  $a = ??$

Vi vil løse disse ved at sætte noget uden for parentes ☺ og bruge nulreglen

Nul regel:

hvis vi har 2 ting som er ganget sammen og det skal give 0, så skal enten den ene ting give 0 eller den anden ting give 0:

$$p \cdot q = 0 \iff p = 0 \text{ eller } q = 0$$

Eksempel:

$$x^2 - 4x = 0$$

hvad kan vi sætte udenfor parentes

$$x^2 + 6x = 0$$

Det ser ud, som om der er et mønster. Uden videre vil vi fastslå, at en andengradsligning af typen:

$$x^2 + bx = 0$$

har løsningen:

$$x = 0 \vee x = -b$$

Vi kigger nu på

$$ax^2 + bx = 0$$

Eksempel:

$$2x^2 + 8x = 0$$

En andengradsligning af typen:

$$ax^2 + bx = 0$$

har løsningen:

$$x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$$

Sidste måde at notere andengradsligning

Vi kigger på  $(a+x) \cdot (b+x) = 0$

Vis at dette er en andengradsligning:

$$(a+x) \cdot (b+x) = 0$$

Måden vi løser dette på er ved brug af nulregler igen:

i skal løse:

$$(a+x)=0 \quad \text{og} \quad (b+x)=0$$

Disse er nemmere at løse end normale andrags ligninger

Eksempel:

$$\underbrace{(x-3)}_p \cdot \underbrace{(x+7)}_q = 0$$

## Øvelser



### Opgave 2.5.2

Løs følgende andengradsligninger:

1.  $x(x - 6) = 0$
2.  $(x - 2)x = 0$
3.  $(x - 1)(x - 6) = 0$
4.  $13(x + 5)(x - 10) = 0$
5.  $(x + 11)(x + 13) = 0$



### Opgave 2.5.4

Løs følgende andengradsligninger:

1.  $x^2 = 9$
2.  $x^2 - 5x = 0$
3.  $x^2 - 2x - 3 = 0$
4.  $x^2 - 4x + 4 = 0$



### Opgave 2.5.6

Herunder ses en række andengradsligninger på standardformen:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Opskriv værdierne af  $a$ ,  $b$  og  $c$  når:

1.  $3x^2 - 4x + 1 = 0$
2.  $-x^2 - 4x - 3 = 0$
3.  $-x^2 + x - 4 = 0$
4.  $-7x^2 + 56x - 84 = 0$
5.  $0,09x^2 + 2,26x - 0,9 = 0$



### Opgave 2.5.8

Beregn diskriminanten  $d$  og løs følgende andengradsligninger:

1.  $3x^2 - 4x - 4 = 0$
2.  $7x^2 + 9x - 16 = 0$
3.  $-x^2 - x = 0$
4.  $\frac{x^2}{8} + \frac{x}{4} - 1 = 0$