Linear funktion

Repetition

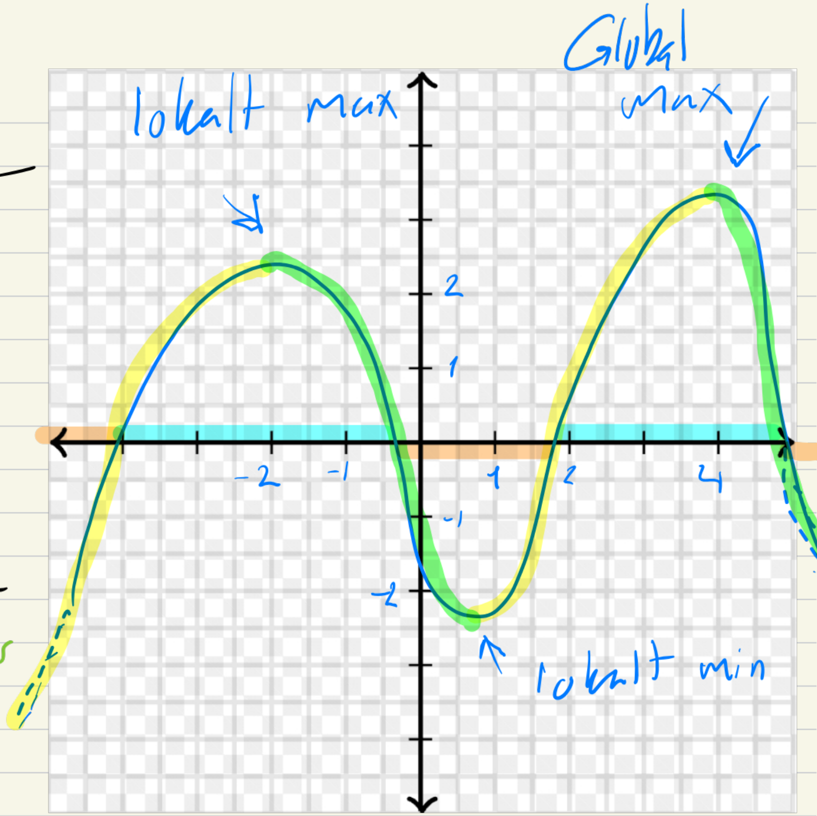
Ekstremum
→ Max
→ Min

kun x-akse

Monotoni
→ voksende
→ aftagende

over eller under x-aksen

fortegn
→ +
→ -



]-∞, -2] → voksende
[-2; 0,75] → aftagende
[0,75, 4] → voksende
[4, ∞[→ aftagende

Fra den analytiske plangeometri ved vi, at en ret linje i koordinatsystemet kan beskrives ved sammenhængen:

funktionens forskrift

$$y = a \cdot x + b$$

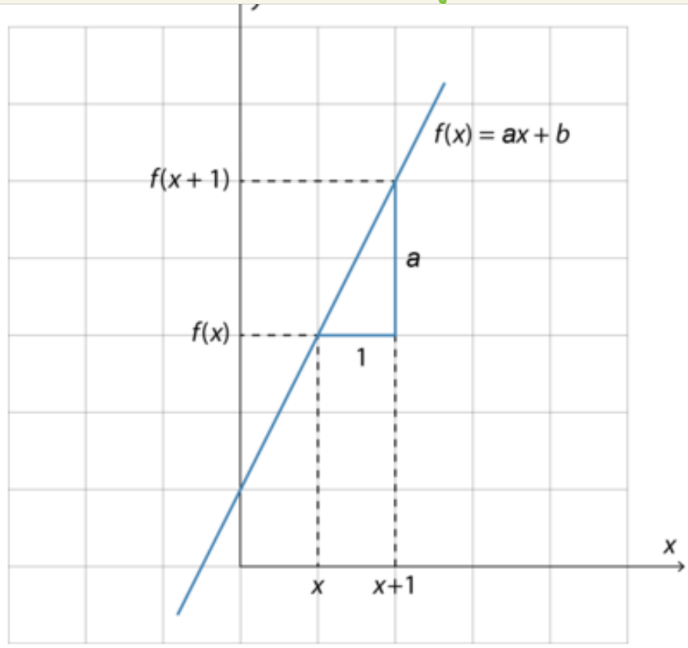
a er linjens hældningstal (hældningskoefficient), og b er y-værdien for linjens skæring med y-aksen.

Vi kan skrive sammenhængen som en funktion:

Sætning 7.2.2.1

En funktion af typen $f(x) = a \cdot x + b$ kaldes den *lineære funktion*. Dens graf er en ret linje med hældningstallet a. Linjen skærer y-aksen i punktet $P = (0, b)$.

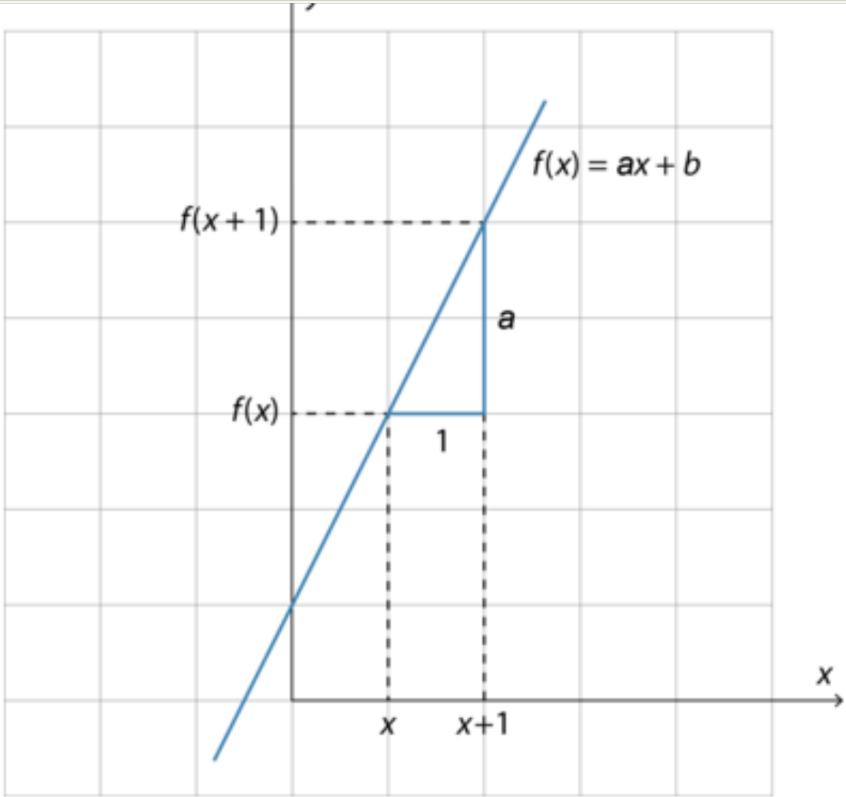
Husk det er en ret linje



Figur 0.8.4

Forklaring af a og b

hældningstallet a: hvor meget funktionsværdien (y-værdi) ændre sig når x ændres med 1 værdi



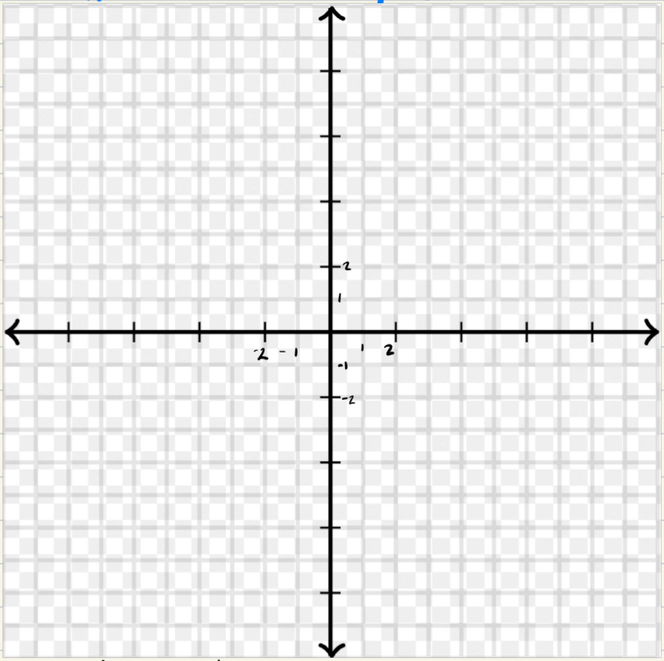
Figur 0.8.4

- Hvis $a > 0$ → voksende
- Hvis $a < 0$ → aftagende
- Hvis $a = 0$ → konstant

Tegn eksempler her på

betydning af b: skæring med y-aksen

- Hvad er x-værdien når vi skære y-aksen



Matematisk:

$f(0) =$

Hvis

→ $b > 0$ → skære y-aksen over x-aksen

→ $b < 0$ → skærer y-aksen under x-aksen

→ $b = 0$ → skære i $(0,0)$

Skitsering:

Hvordan kan man tegne disse

- Sildebens tabel:

x	-2	-1	0	1	2	3
y	?	?	?	?	?	?

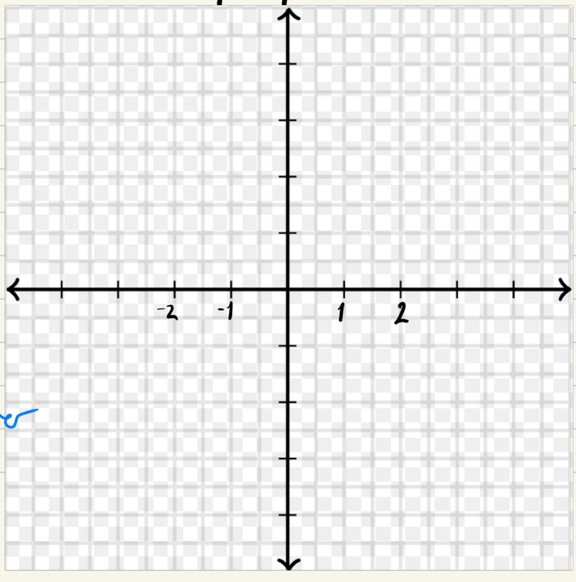
Ideen er at beregne funktionsværdierne (y-værdier) og dermed få nogle punkter vi kan indtegne.

Eksempel: $f(x) = 2x + 4$

x	-2	-1	0	1	2
y					

indsæt x-værdierne i funktionen og regn:

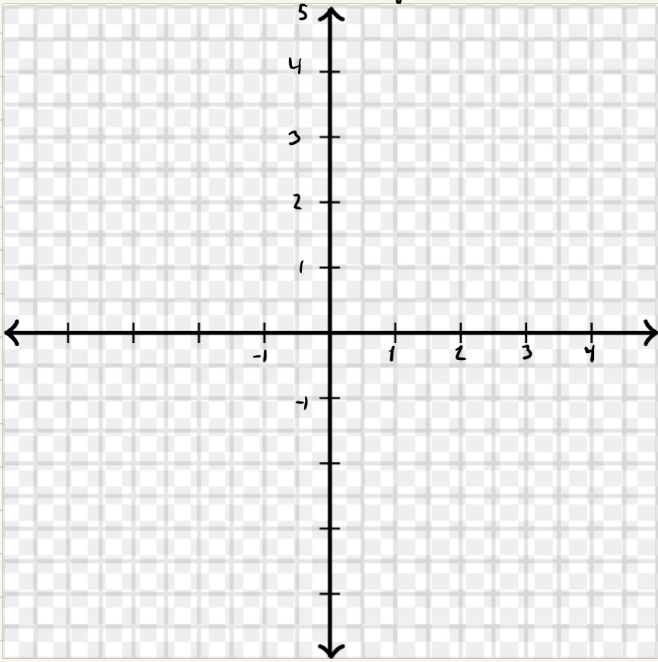
$f(-2)$
$f(-1)$
$f(0)$
$f(1)$
$f(2)$



hvor mange punkter behøver man egentlig

En anderledes måde: aflæs fra funktionen:

→ først indsæt skæring med y-aksen (b)
→ Dernæst anvend a-værdi for at indtegne hældning



Eksempel

$f(x) = -x + 3$
$g(x) = 2x - 3$

Beregning af x og funktionsværdi

Vi skal blive gode til at se hvad vi kender og hvad vi skal regne

→ kender vi x-værdien: indsæt på dens plads og udregn funktionsværdien (y)

→ kender vi funktionsværdien (y): vi kender ikke x, så vi skal indsætte y og løse en ligning

Eksempel.
Du skal med en taxa, som koster 8 kroner per km du køre og det koster 25 kroner som opstartsbeløb.

hvad er funktionen der beskriver prisen for en taxa tur, hvor f(x) er prisen og x er antal km man kører

$$f(x) = 8 \cdot x + 25$$

$$y =$$

$a = 8$ $b = 25$

Hvad koster en tur på 13 km

→ hvad kender vi? → x

$$f(13) = 8 \cdot 13 + 25 = 129$$

Hvor langt kan man køre i taxaen for 100 kroner?

- hvad kender vi → y

$$100 = 8x + 25 \xleftrightarrow{-25} 75 = 8x \xleftrightarrow{/8} \frac{75}{8} = x = 9{,}37$$

f(x)

Skæring mellem 2 funktioner

Hvis vi har 2 funktioner, som vi vil vide hvor de skærer hinanden, så sætter vi dem lig hinanden

Hvorfor vil vi finde skæring mellem 2 funktioner
- billigere end andet
- Sammenlign ting
- smartest vej

Kunne være hvis vi vil vide hvor når noget er billigere end andet

Eksempel: Taxatur 2

Der er 2 taxa selskaber:

Taxa 1: 8 kroner per km og startpris 25 kroner
Taxa 2: 11 kroner per km og startpris 10 kroner

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= 8 \cdot x + 25 \\ g(x) &= 11 \cdot x + 10 \end{aligned}\right\}$$ sæt lig hinanden

$$8x + 25 = 11x + 10$$

Som man kan se er der ene billiger til at starte med, mens den anden er billigere senere, men hvor mange km skal man køre for at Taxa 1 er billigere end Taxa 2

Udregning:

$$8x+25 = 11x+10$$

-10

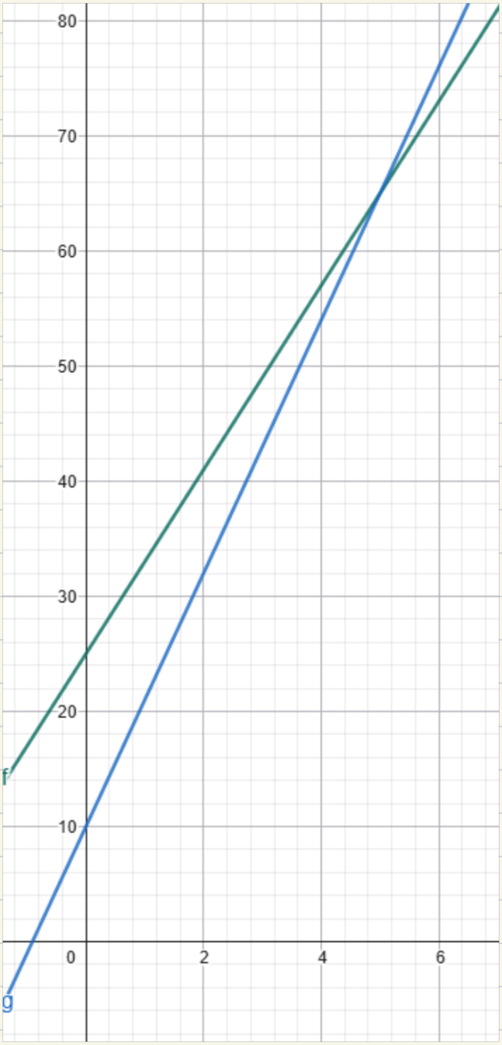
$$8x+15 = 11x$$

$-8x$

$$15 = 3x$$

$/3$

$$\frac{15}{3} = x = 5$$



Skal i tegne dem på computer: Geogebra

viser det i fællesskab.

Øvelser

Opgave 0.8.1

Den lineære funktion:

$$f(x) = a \cdot x + b$$

Herunder ses en række funktioner, hvor værdien af a og værdien af b ønskes bestemt: det i skal er at skrive hvad a og b er lig

a. $f(x) = 3 \cdot x + 4$

b. $f(x) = -x - 8$

c. $f(x) = -0.38 \cdot x$

Opgave 0.8.2

Det grafiske billede for den lineære funktion $f(x)$ går gennem punkterne $P = (3{,}6)$ og $Q = (7{,}16)$

a. Opstil forskriften for $f(x)$.

b. Beregn funktionsværdierne $f(-1)$, $f(1)$ samt $f(10)$.

c. Beregn x når $f(x) = 3$ samt når $f(x) = -13$.

Et punkt $A = (4, f(4))$

d. Beregn koordinaterne til A.

Punktet $B = (5, y)$ ligger på grafen for f.

e. Beregn koordinaterne til B.

Match funktioner og grafer sammen

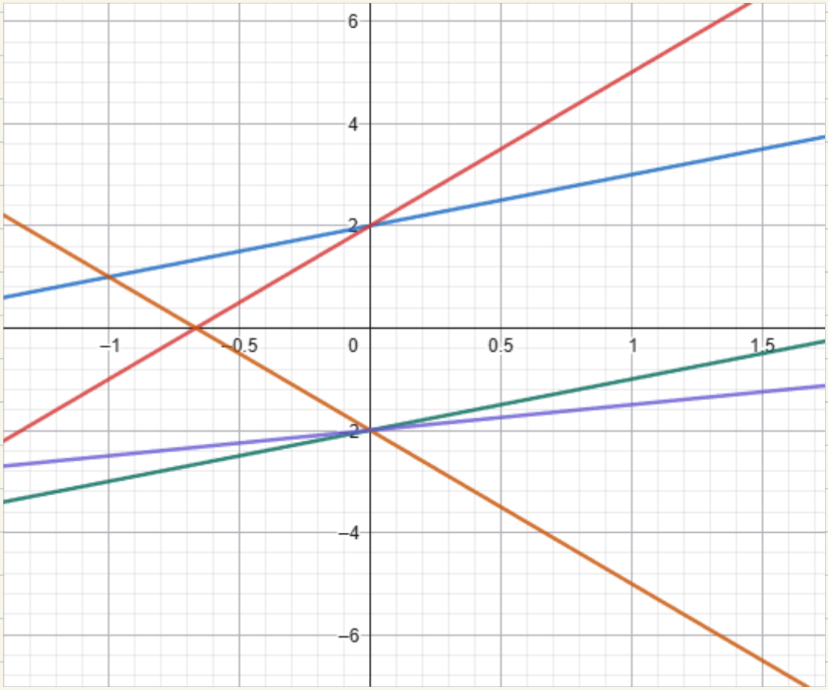
$f(x) = x - 2$

$g(x) = x + 2$

$h(x) = 3x + 2$

$p(x) = -3x - 2$

$q(x) = \frac{1}{2}x - 2$



Opgave 0.8.7

En lineær funktion har denne forskrift:

$$f(x) = 3 \cdot (x - 5) + 7$$

[illegible]

b. Omskriv funktionen til formen $f(x) = a \cdot x + b$.

Opgave 7.2.1

En ret linje l har forskriften:

$$f(x) = 2 \cdot x + 3$$

1. Afbild grafen for $f(x)$ i koordinatsystem.
2. Beregn koordinaterne til liniens skæringspunkt med x-aksen.

En anden ret linje m har forskriften:

$$g(x) = -x + 5$$

3. Afbild grafen for $g(x)$ i samme koordinatsystem som $f(x)$.
4. Beregn koordinaterne til skæringspunktet mellem f og g.
5. Beregn vinklen mellem l og m.

Opgave 7.2.2

En ret linje n går gennem to punkter $A = (x_1, y_1) = (2{,}5)$ og $B = (x_2, y_2) = (4{,}9)$.

1. Opstil en funktionsforskrift $f(x)$ for n.

y-værdien i punkt A, som nu er: $y_1 = 5$, skal ændres, så linjen får hældningstallet $a_n = 3$.

2. Beregn den nye y-værdi for punkt A.