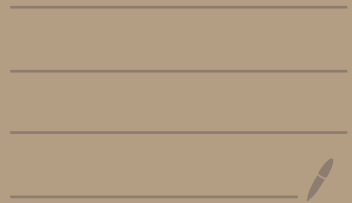


Andengrads polynomie

Link hertil

<https://matb-htx.systime.dk/?id=1386>



En funktion af typen:

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

kaldes det *generelle andengradspolynomium*. Størrelserne a , b og c kaldes andengradspolynomiets *koefficienter*.

har vi set det her før og hvad er forskellen

Hvad betydning har de forskellige koefficienter

Vi skal se på a , b , c og d

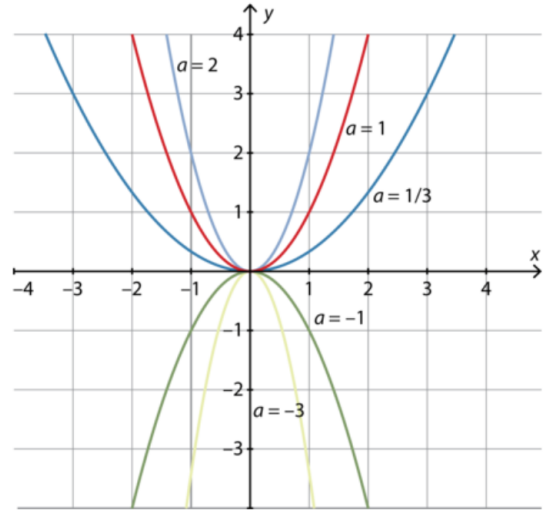
c : skæring med y -aksen

- Hvad er x -værdien når vi skærer x -aksen
 $\rightarrow x=0$

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$$

På figur 7.3.5 ses en række parabler af typen:

$$f(x) = a \cdot x^2$$



Figur 7.3.5 En række parabler af typen $f(x) = a \cdot x^2$

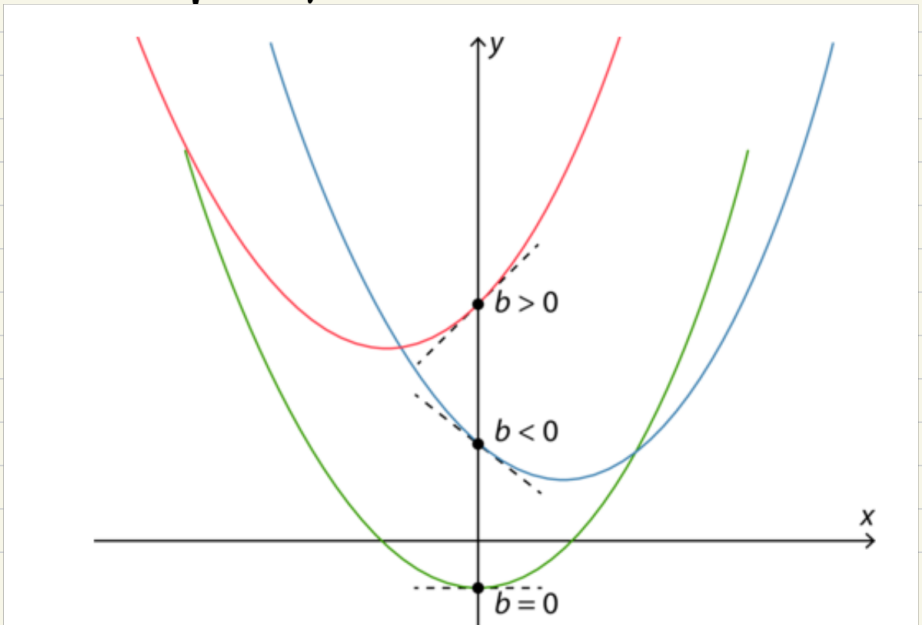
a: hvordan
gøres verder

$a > 0$:

$a < 0$:

Huskeregul: $a > 0$ den er "glad", $a < 0$ den er "sur"

b: hældning i y-aksen



Hvis b er negativ, er parablen aftagende omkring skæringspunktet med y -aksen.

Hvis b er positiv, er parablen voksende omkring skæringspunktet med y -aksen.

Hvis b er nul, er hældningen i skæringspunktet nul og parablen skærer y -aksen i sit toppunkt.

d : diskriminanten $d = b^2 - 4ac$

Afgøre hvor mange gange grafen skærer x -aksen

Hvis vi skærer x -aksen, hvad er vores funktionsværdi

Sætning

Vi ser på ligningen

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ hvor } a \neq 0$$

Vi definerer *diskriminanten*, d , ved

$$d = b^2 - 4ac$$

løsningerne her til kalder vi for rødderne

Så gælder:

• Hvis $d < 0$ har ligningen ingen løsninger

• Hvis $d = 0$ har ligningen én løsning: $x = \frac{-b}{2a}$

• Hvis $d > 0$ har ligningen to løsninger: $x = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

$$x_- = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}, \quad x_+ = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a}$$

Eksempel:

Find skæring med y-akse og x-akse for

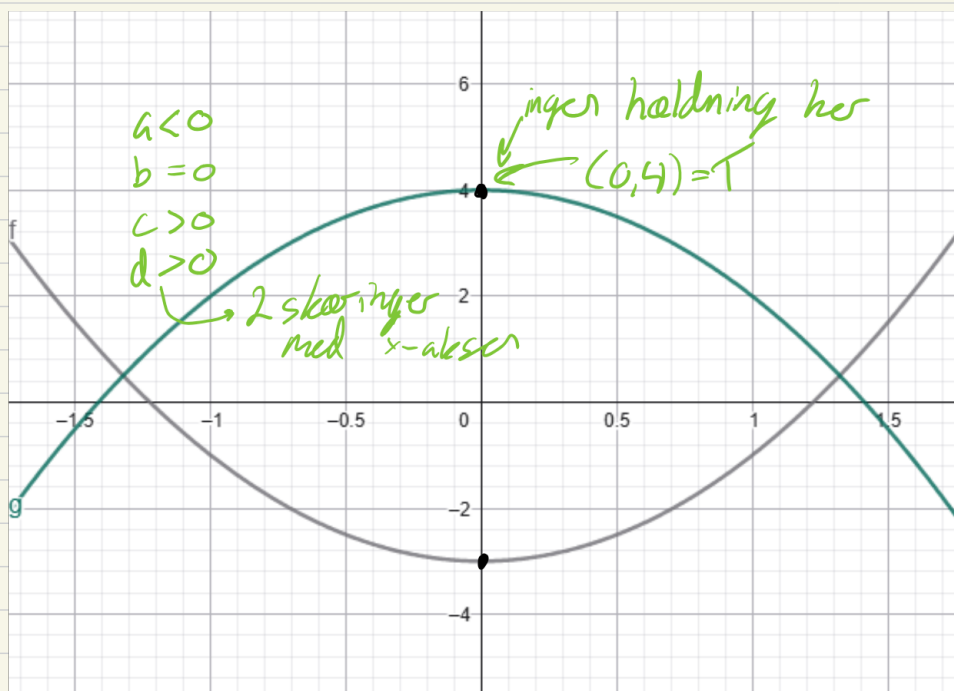
$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

Skæring med y-aksen ($x=0$)

Skæring med x-aksen ($y=0$)

Toppunkt

Toppunktet er enten vores max eller min



Toppunktet koordinatsæt kan regnes ved:

Sætning 7.3.1.2

En parabel givet ved:

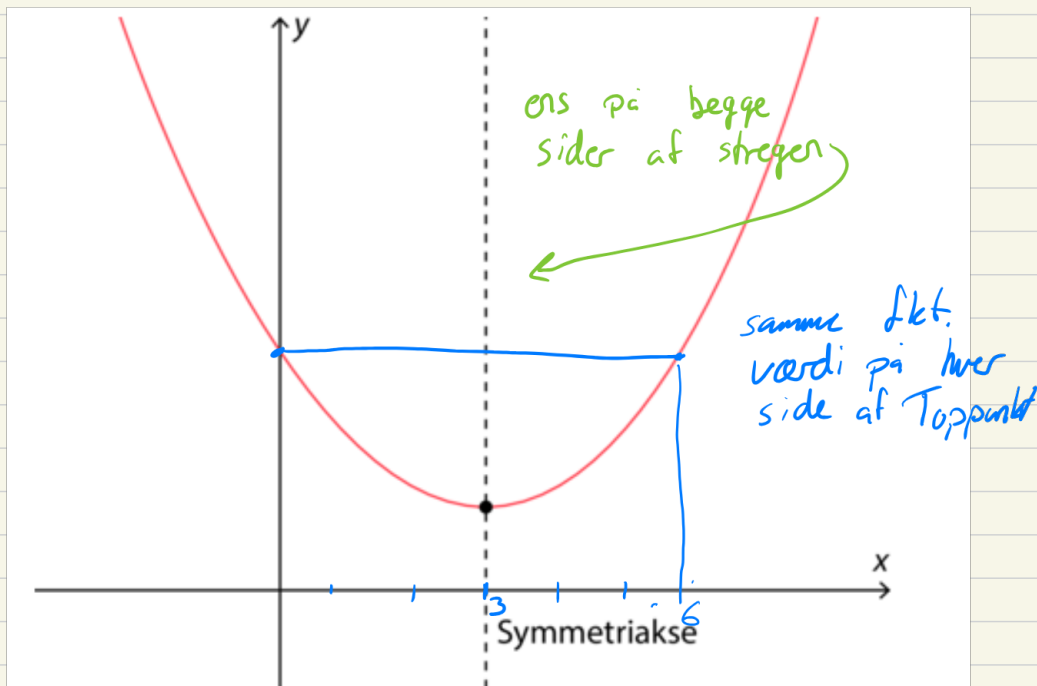
$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

har toppunktet:

$$T = \left(-\frac{b}{2 \cdot a}, -\frac{D}{4 \cdot a} \right)$$

$$d = b^2 - 4ac$$

Vd over at vores toppunkt er vores max/min er det også vigtigt at der er symmetri omkring vores toppunkt.



Eksempel: Udregn toppunktet for

$$f(x) = 4x^2 - 2x + 2$$

$$T = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-d}{4a} \right)$$

Step 1: Udregn $d = b^2 - 4ac$

$$a = 4 \quad b = -2 \quad c = 2$$

$$d = (-2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = 4 - 32 = -28$$

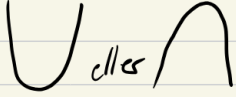
ingen løsning med x-aksen

Step 2: Udregn T

$$T = \left(\frac{-(-2)}{2 \cdot 4}, \frac{-(-28)}{4 \cdot 4} \right) = \left(\frac{2}{8}, \frac{28}{16} \right) = \left(\frac{1}{4}, \frac{7}{4} \right)$$

$$= (0,25; 1,75)$$

Skitsering

Husk at det er en parabel: 

→ Meget vigtigt: symmetrisk omkring vores toppunkt

Hvor mange informationer i bruger er op til jer, men vi skal bruge toppunkt.

Eksempel:

Skitser følgende funktion:

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

- Hvordan vender grenene???

- hvor skærer den y-aksen???

$$a = 1 \quad b = -6 \quad c = 5$$

Udregn Toppunkt $T = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{d}{4a} \right)$

$$d = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 36 - 20 = 16$$

$$T = \left(-\frac{-6}{2 \cdot 1}, -\frac{16}{4 \cdot 1} \right) = (3, -4)$$

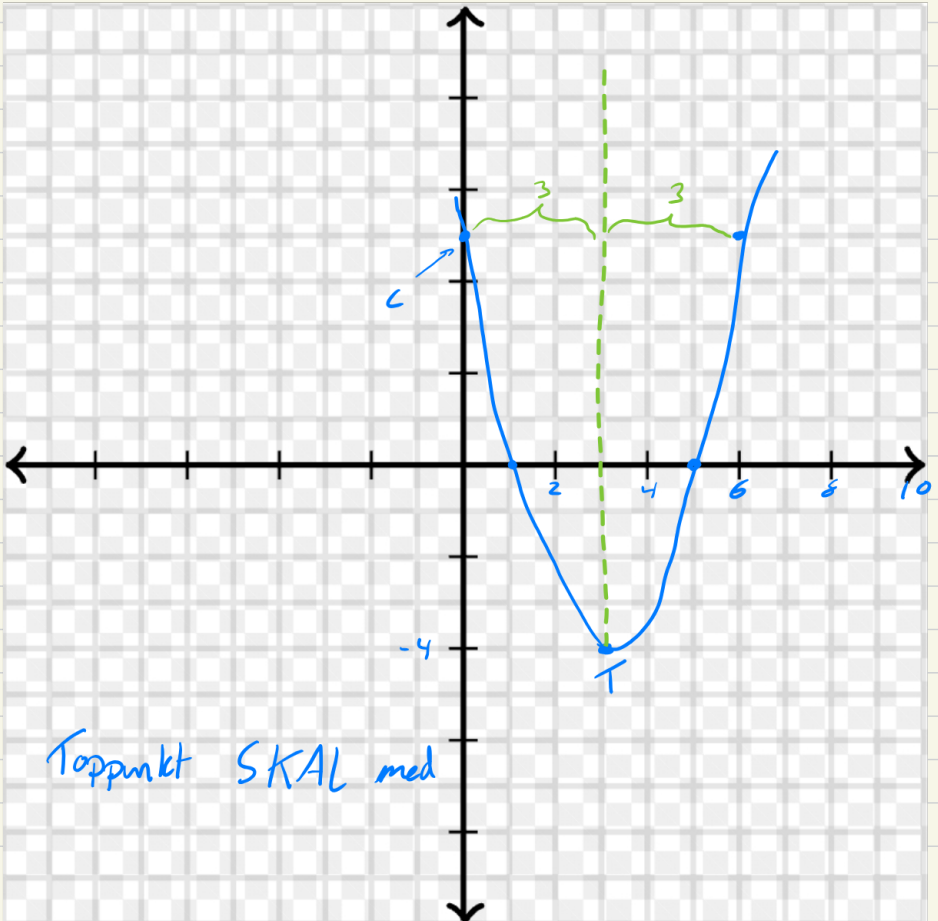
skæring med x-aksen \rightarrow dvs $y=0$

$$0 = ax^2 + bx + c$$

↑
Udregn rødderne $x = \frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

$$x = \frac{-(-6) + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{6+4}{2} = 5 \rightarrow (5, 0)$$

$$x = \frac{-(-6) - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{6-4}{2} = 1 \rightarrow (1, 0)$$



Øvelser



Opgave 7.3.1



En parabel har forskriften:

$$f(x) = 2 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 3$$

1. Afbild parabeln i et koordinatsystem.
2. Beregn koordinaterne til parablens skæringspunkt med y-aksen.
3. undersøg om punkterne $(2,3)$, $(3,6)$, $(3,15)$
 $(5,32)$



Opgave 7.3.2



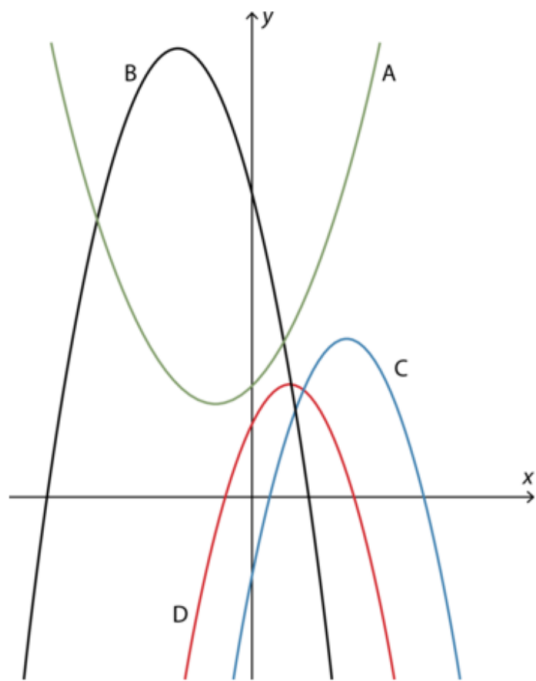
Forskriften for en parabel er givet ved:

$$g(x) = -0,5 \cdot (x - 2)^2 + 8$$

1. Bestem koordinaterne til toppunktet.
2. Bestem koordinaterne til parablens skæringspunkt med y-aksen.
3. Bestem koordinaterne til parablens skæringspunkter med x-aksen.



Opgave 7.3.8



Herover ses graferne A, B, C og D, som alle er parabler.

1. Afgør, hvilken af funktionsforskrifterne herunder der passer til hhv. A, B, C og D:

- $f(x) = -2x^2 + 5x - 1$
- $g(x) = -2x^2 - 4x + 4$
- $h(x) = -2x^2 + 2x + 1$
- $i(x) = x^2 + x + 1,5$

Opgave 1 – Grundlæggende forståelse af a, b og c

Givet et andengradspolynomium:

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 5$$

- Hvad er værdierne af **a**, **b** og **c**?
- Forklar kort, hvad fortegnet på **a** fortæller om grafens udseende.
- Aflæs **skæring med y-aksen**.
- Beregn **toppunktet**.

Opgave 2 – Skæring med x-aksen

Givet funktionen:

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5$$

- Identificer **a**, **b** og **c**.
- Bestem **nulpunkterne** (skæring med x-aksen).
- Bestem **skæring med y-aksen**.
- Er toppunktet et maksimum eller minimum, og hvorfor?

Opgave 3 – Toppunkt og fortolkning

$$f(x) = 0.5x^2 - 6x + 4$$

- Angiv a, b og c.
- Beregn toppunktet (x_t, y_t) .
- Hvad fortæller toppunktet om grafens form og placering?
- Beregn skæringspunkterne med x-aksen (kan give irrationelle rødder).

Opgave 4 – Anvendelse i praksis

En bolds højde over jorden beskrives af modellen:

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 1$$

- Identificér a, b og c og forklar betydningen i denne sammenhæng.
- Beregn tidspunktet hvor bolden er højest (toppunkt).
- Bestem den maksimale højde.
- Beregn, hvornår bolden rammer jorden (x-aksen).

Opgave 5 – Sammensat opgave (progression: alle metoder)

$$f(x) = -2x^2 + 8x + 10$$

- a) Bestem a, b og c og forklar, hvilken type parabel det er.
- b) Beregn skæring med **y-aksen**.
- c) Beregn **toppunktet** og forklar betydningen.
- d) Beregn **skæringerne med x-aksen**.
- e) Tegn grafen i et koordinatsystem ud fra dine fund.