Eksponentielle funktioner

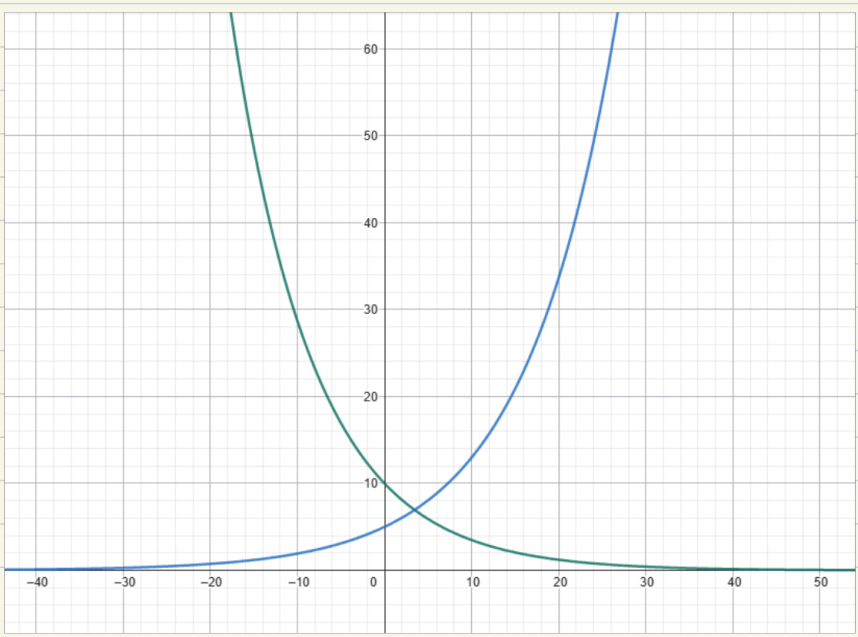
Eksponentielle udviklinger

Funktioner, der vokser eller aftager med samme procentsats, kaldes eksponentialfunktioner og har forskriften

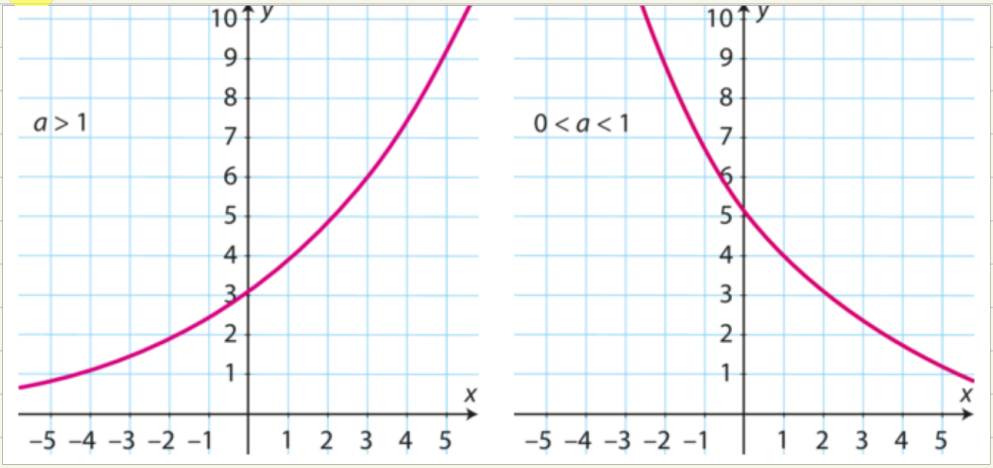
$$f(x) = b \cdot a^x = b \cdot (1 + r)^x \text{ hvor } a > 0 \text{ og } b > 0$$

- a kaldes funktionens fremskrivningsfaktor
- b kaldes funktionens begyndelsesværdi
- r kaldes funktionens relative tilvækst
- x kaldes eksponenten.

Hvad kan vi bruger dette til i den virkelige verden?



a:



Når grundtallet $a > 1$, er funktionen voksende i hele definitionsmængden.

Når $0 < a < 1$, er funktionen aftagende i hele definitionsmængden.

b: begyndelsesværdi → ed andre ord, skæring med y-aksen

$f(0)$

Hvad er vores definitionsmængde og værdimængden

Eksempel:

I starter en opsparing, hvor i sætter 10.000 kroner ind og får en positiv rente på 5% hvert år
opskriv som en eksponentiel funktion, hvor f(x) er dine penge og x er år

I vil nu undersøge hvor mange penge i har efter 6 år

I vil købe en ny pc til 12.500, undersøg hvor mange år der går før i kan købe denne pc

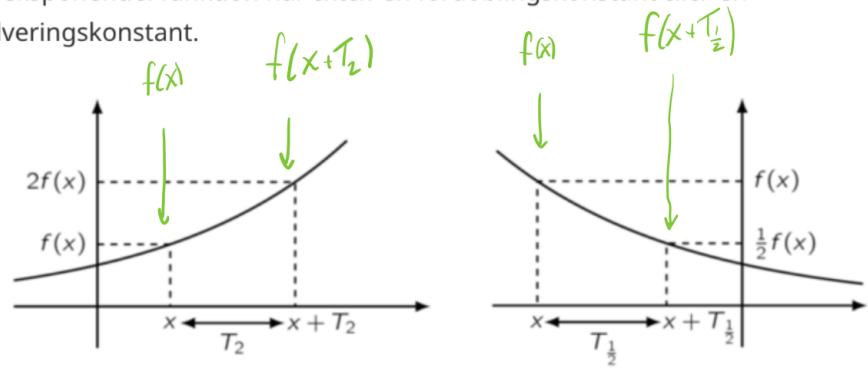
Regne regel:
$\log(a^x) = x \cdot \log(a)$

Fordobling- og halveringskonstant

Ud over at eksponentiel funktionen er en procentvis stigning eller fald kan man også finde:

Fordoblingskonstant og halveringskonstant

En eksponentiel funktion har *enten* en fordoblingskonstant *eller* en halveringskonstant.



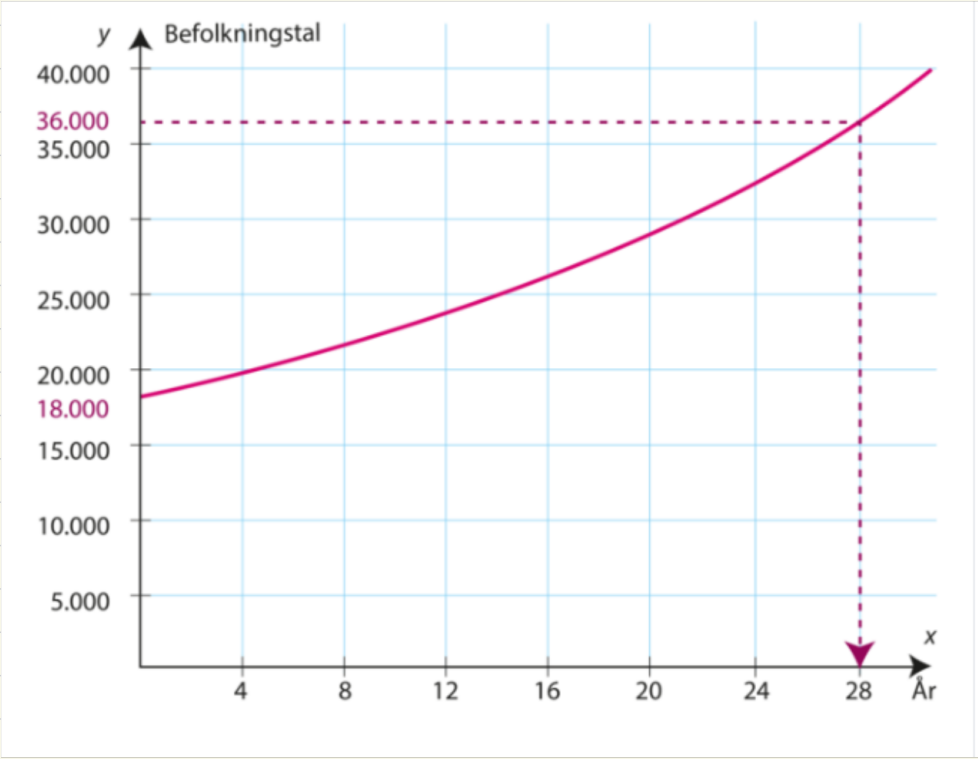
Figur 6.7.1

Formlerne til beregning af fordoblings- og halveringskonstanterne T_2 og $T_{\frac{1}{2}}$ er således:

$$T_2 = \frac{\ln 2}{\ln(a)}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln \frac{1}{2}}{\ln(a)}$$

Eksempel


y
Befolkningstal
40.000
36.000
35.000
30.000
25.000
20.000
18.000
15.000
10.000
5.000
x
4
8
12
16
20
24
28
År

Øvelser

Opgave 3.3 (H)

aflæs hvor mange procent den stiger/falder med

Angiv for hver af nedenstående eksponentialfunktioner vækstraten i procent r og startværdien $b = f(0)$.

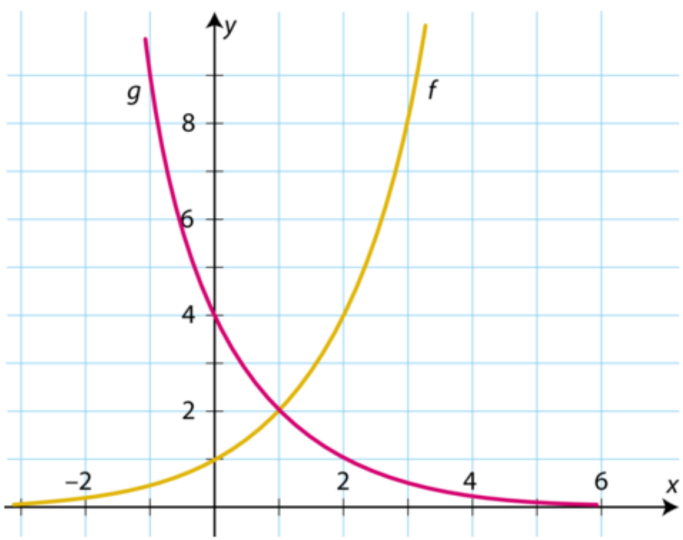
a. $f(x) = 2 \cdot 1{,}27^x$

b. $f(x) = 0{,}5 \cdot 0{,}95^x$

c. $f(x) = 127 \cdot 1{,}04^x$

d. $f(x) = 0{,}027 \cdot 0{,}10^x$

Opgave 3.4 (H)

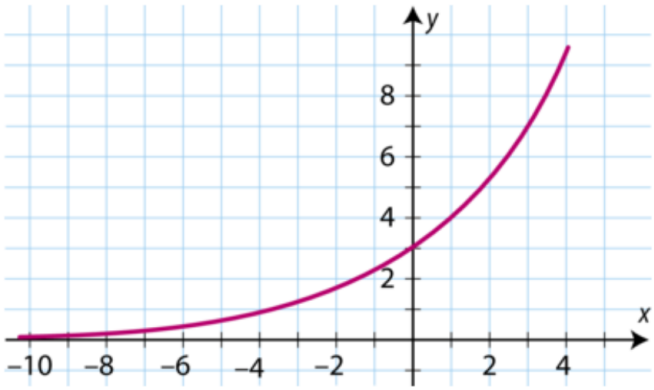


I ovenstående graf er tegnet to eksponentialfunktioner.

a. Angiv begyndelsesværdien for de to funktioner.

b. Angiv, hvilken af de to funktioner som er henholdsvis en voksende eksponentialfunktion og en aftagende eksponentialfunktion

Opgave 3.8 (H)



Figuren viser et billede af en voksende eksponentialfunktion f.

a. Aflæs $f(0)$ og $f(1)$.

Opgave 3.23 (H) og (LR)

Løs følgende ligninger ved beregning:

a. $3 \cdot 1{,}5^x = 18$

b. $12 \cdot 1{,}25^x = 45$

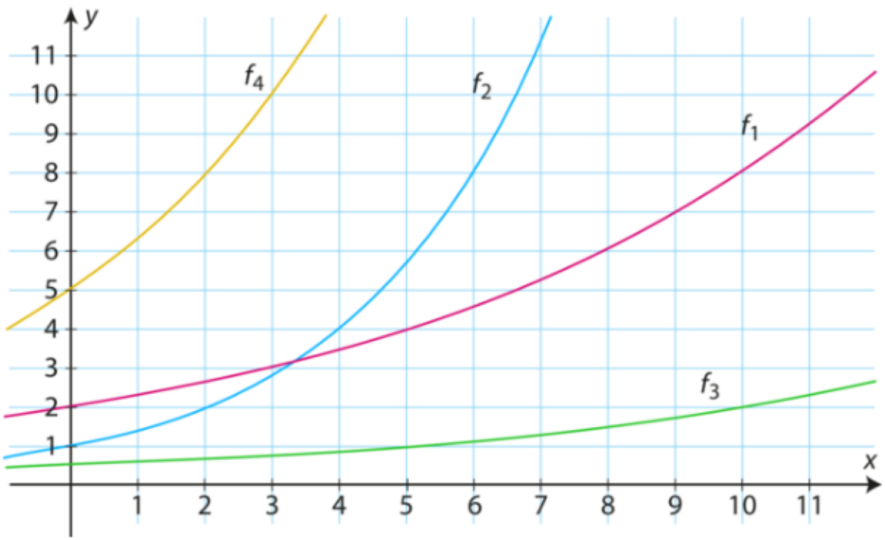
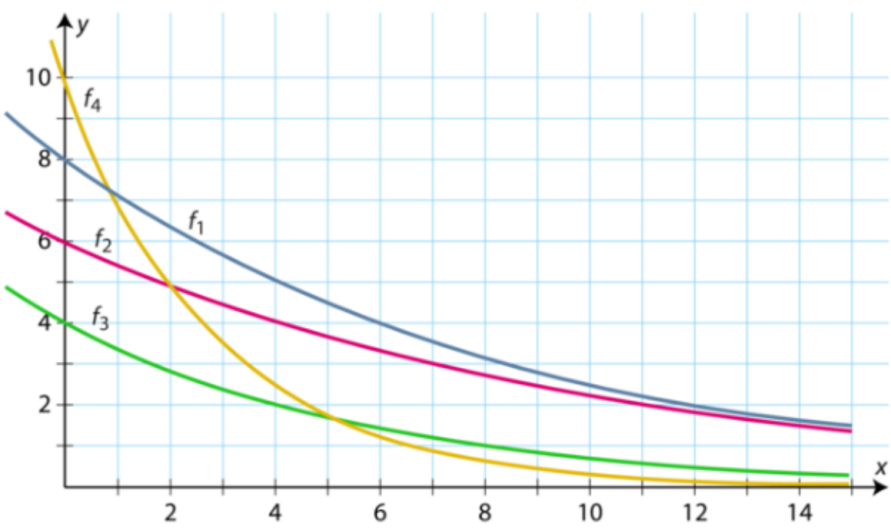
c. $1{,}4 \cdot 0{,}82^x = 0{,}5$

d. $35 \cdot 1{,}7^x = 5$

Øvelse 3.6.1 (H)

Nedenfor er tegnet graferne for en række eksponentielle udviklinger i et koordinatsystem.

Aflæs for hver af disse funktioner deres fordoblingskonstant. Dette gøres lettest ved først at aflæse den enkelte funktions skæring med y-aksen og herefter se på grafen, hvor værdien er dobbelt så stor. x-værdien til punktet angiver da fordoblingskonstanten.



Aflæs halveringskonstanten for nedenstående eksponentielle udviklinger.