


Areal af vilkårlige bokstaver



areal

Areal af denne
trekant kendes i
alerede

$$T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$$

hvor grundlinjen her er b

$$T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot b$$

Nu tænker vi tilbage til sinus relationer, hvor
vi har:

$$\sin(A) = \frac{h}{c} \quad \begin{matrix} \nearrow \text{hos} \\ \searrow \text{hyp} \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad h = \sin(A) \cdot c$$

Dette indsættes nu:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sin(A) \cdot c \cdot b = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$$

Kender vi de andre vinkler kan areal også
udregnes:

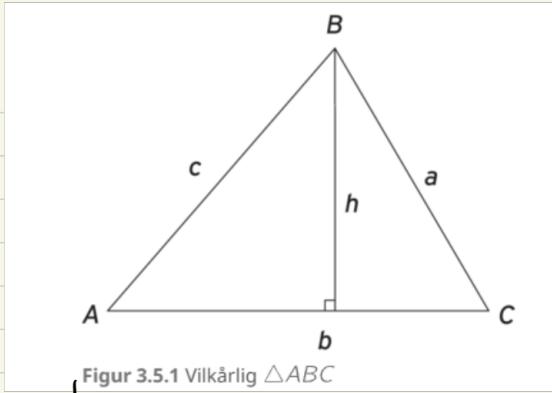
Sætning 3.5.1

Arealet af en vilkårlig trekant $\triangle ABC$ beregnes som:

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin B$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$



Figur 3.5.1 Vilcårlig $\triangle ABC$

Eksempel 3.5.2

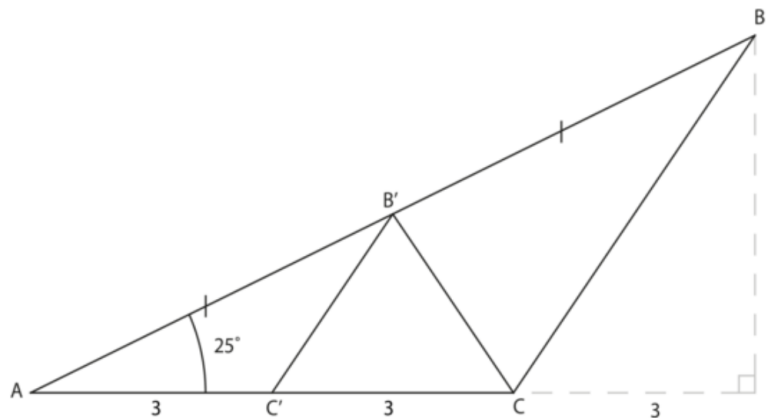
I byggeriet anvendes gitterspær i tagkonstruktioner. På figur 3.5.4 ses et gitterspær til en større fabriksbygning.



Figur 3.5.4 Gitterspær

Foto: iStockphoto

Et lignende gitterspær har dimensioner som vist på figur 3.5.5. Tegningen viser den ene halvdel af spæret. Den halve spærbredde er 9 m. Taghældningen er 25° .



Figur 3.5.5 Gitterspær med længder og vinkler

Stykkerne AB' og $B'B$ er lige lange.

Stykkerne $AC' = C'C = 3$ m. Vinkel $A = 25^\circ$.

Spæret er lavet af træ. Vi skal finde ud af, hvor meget træ der skal anvendes.

Stykket $AB = c$ beregnes med formlen:

$$\cos v = \frac{b}{c} \Leftrightarrow c = \frac{b}{\cos v}$$

Vi indsætter:

$$c = 9 \text{ m} \cdot \cos 25^\circ = 9,93 \text{ m}$$

Vi fortsætter med $\triangle ABC$. Vi beregner siden a ved hjælp af en cosinusrelation:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Leftrightarrow$$
$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$$

Vi indsætter kendte værdier, idet $b = 6$:

$$a = \sqrt{(6 \text{ m})^2 + (9,93 \text{ m})^2 - 2 \cdot 6 \text{ m} \cdot 9,93 \text{ m} \cdot \cos 25^\circ} = 5,16 \text{ m}$$

Vi fortsætter med $\triangle AB'C'$. Vi beregner siden a' :

$$a' = \sqrt{b'^2 + c'^2 - 2b'c' \cos A}$$

Her er $b' = 3 \text{ m}$, $c' = \frac{c}{2} = 4,965$. Vi får:

$$a' = \sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4,965 \text{ m})^2 - 2 \cdot 3 \text{ m} \cdot 4,965 \text{ m} \cdot \cos 25^\circ} = 2,58 \text{ m}$$

På grund af symmetrien er stykket $B'C = a' = 2,58 \text{ m}$.

Nu kan vi beregne, hvor mange meter træ der skal bruges:

$$l = 5,16 \text{ m} + 9,93 \text{ m} + 3 \text{ m} + 3 \text{ m} + 2 \cdot 2,58 \text{ m} \Leftrightarrow$$

$$l = 26,25 \text{ m}$$

Vi kan nu også bestemme arealet af trekanten ABC , fordi vi har bestemt længderne c og b :

$$T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$

Vi indsætter kendte værdier, idet $b = 6 \text{ m}$, $c = 9,93 \text{ m}$ og $A = 23^\circ$:

$$T = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9,93 \cdot \sin 23^\circ = 12,59 \text{ m}^2$$

Øvelser



Opgave 3.5.1

Om trekant ABC oplyses at:

- $A = 34^\circ$
- $b = 5$
- $c = 7$

1. Beregn arealet af trekant ABC .
2. Beregn længden af siden a .



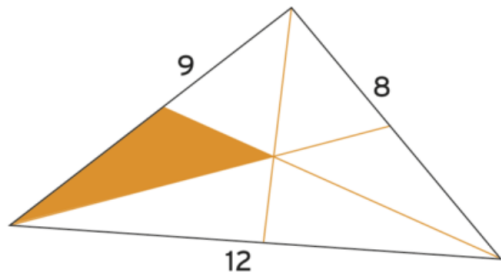
Opgave 3.5.2

Sidelængden i den ligesidede trekant ABC er 8,5 cm.

1. Beregn trekantens areal.



Opgave 3.5.4



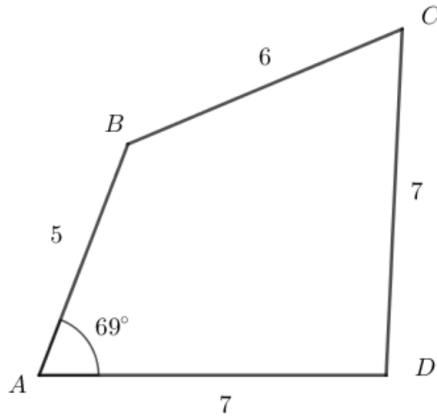
Trekant med kendte sidelængder

En trekant er tegnet med dens vinkelhalveringslinjer. Tallene er trekantens sidelængder.

1. Bestem arealet af det orange felt.



Opgave 3.5.7



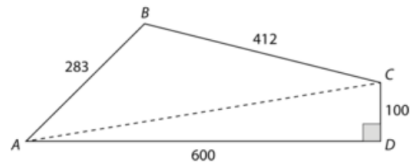
På figuren herover ses firkant $ABCD$.

Det oplyses at $A = 69^\circ$, $|AB| = 5$, $|BC| = 6$, og $|CD| = |AD| = 7$.

1. Beregn firkantens øvrige vinkler.
2. Beregn arealet af firkanten.



Opgave 3.4.16



På billedet herover ses facaden på et moderne højhus. På tegning ses målene på et af vinduerne.

Alle mål er i cm.

1. Beregn længden af diagonalen AC
2. Beregn vinklerne i trekant ACD
3. Beregn vinklerne i trekant ABC .
4. Beregn vinduets areal, T .