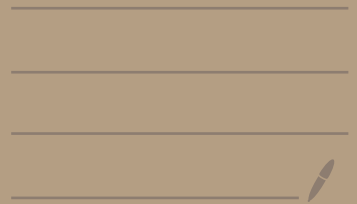


# Areal af vilkårlige bokstaver



areal

Areal af denne  
trekant kendes i  
alderde

$$T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$$

hvor grundlinjen her er  $b$

$$T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot b$$

$$\sin(V) = \frac{\text{mod}}{\text{hyp}}$$

Nu tænker vi tilbage til sinus relationen, hvor vi har:

$$\sin(A) = \frac{h}{c} \quad \begin{matrix} \text{mod} \\ \text{hyp} \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad h = \sin(A) \cdot c$$

Dette indsættes nu:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sin(A) \cdot c \cdot b = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin(A)$$

Kender vi de andre vinkler kan areal også udregnes:

### Sætning 3.5.1

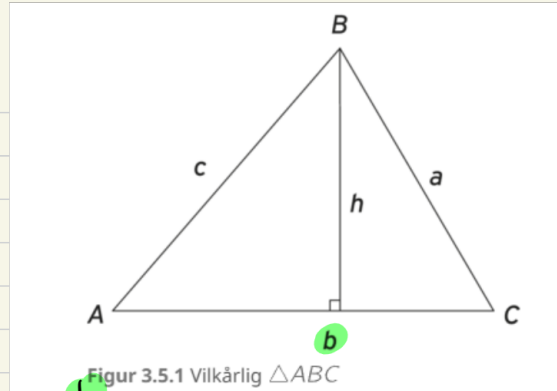
Arealet af en vilkårlig trekant  $\triangle ABC$  beregnes som:

Kend 1 vinkel og de  
2 hosliggende sider

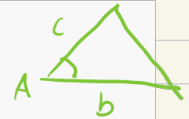
$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C$$

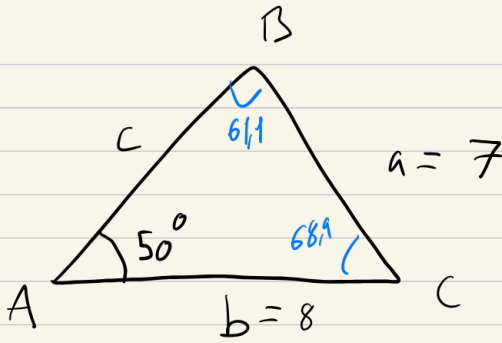
$$T = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin B$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$



Figur 3.5.1 Vilcårlig  $\triangle ABC$





Find area:

Bring sin rule  
vinke! B:

$$\frac{\sin(50)}{7} = \frac{\sin(B)}{8}$$

$$\frac{\sin(50)}{7} \cdot 8 = \sin(B)$$

$$B = \sin^{-1}\left(\frac{\sin(50)}{7} \cdot 8\right) = 61,1^\circ$$

$$C = 180 - (50 + 61,1) = 68,9$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \sin(68,9) = 26,12$$

### Eksempel 3.5.2

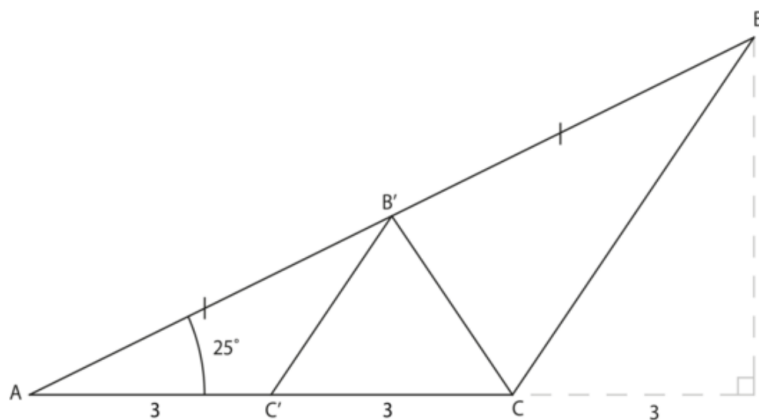
I byggeriet anvendes gitterspær i tagkonstruktioner. På figur 3.5.4 ses et gitterspær til en større fabriksbygning.



Figur 3.5.4 Gitterspær

Foto: iStockphoto

Et lignende gitterspær har dimensioner som vist på figur 3.5.5. Tegningen viser den ene halvdel af spæret. Den halve spærbredde er 9 m. Taghældningen er  $25^\circ$ .



Figur 3.5.5 Gitterspær med længder og vinkler

Stykkerne  $AB'$  og  $B'B$  er lige lange.

Stykkerne  $AC' = C'C = 3$  m. Vinkel  $A = 25^\circ$ .

Spæret er lavet af træ. Vi skal finde ud af, hvor meget træ der skal anvendes.

Stykket  $AB = c$  beregnes med formlen:

$$\cos v = \frac{b}{c} \Leftrightarrow c = \frac{b}{\cos v}$$

Vi indsætter:

$$c = 9 \text{ m} \cdot \cos 25^\circ = 9,93 \text{ m}$$

Vi fortsætter med  $\triangle ABC$ . Vi beregner siden  $a$  ved hjælp af en cosinusrelation:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Leftrightarrow$$
$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$$

Vi indsætter kendte værdier, idet  $b = 6$ :

$$a = \sqrt{(6 \text{ m})^2 + (9,93 \text{ m})^2 - 2 \cdot 6 \text{ m} \cdot 9,93 \text{ m} \cdot \cos 25^\circ} = 5,16 \text{ m}$$

Vi fortsætter med  $\triangle AB'C'$ . Vi beregner siden  $a'$ :

$$a' = \sqrt{b'^2 + c'^2 - 2b'c' \cos A}$$

Her er  $b' = 3 \text{ m}$ ,  $c' = \frac{c}{2} = 4,965$ . Vi får:

$$a' = \sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4,965 \text{ m})^2 - 2 \cdot 3 \text{ m} \cdot 4,965 \text{ m} \cdot \cos 25^\circ} = 2,58 \text{ m}$$

På grund af symmetrien er stykket  $B'C = a' = 2,58 \text{ m}$ .

Nu kan vi beregne, hvor mange meter træ der skal bruges:

$$l = 5,16 \text{ m} + 9,93 \text{ m} + 3 \text{ m} + 3 \text{ m} + 2 \cdot 2,58 \text{ m} \Leftrightarrow$$

$$l = 26,25 \text{ m}$$

Vi kan nu også bestemme arealet af trekanten  $ABC$ , fordi vi har bestemt længderne  $c$  og  $b$ :

$$T = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A$$

Vi indsætter kendte værdier, idet  $b = 6 \text{ m}$ ,  $c = 9,93 \text{ m}$  og  $A = 23^\circ$ :

$$T = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9,93 \cdot \sin 23^\circ = 12,59 \text{ m}^2$$

## Øvelser



### Opgave 3.5.1

Om trekant  $ABC$  oplyses at:

- $A = 34^\circ$
- $b = 5$
- $c = 7$

1. Beregn arealet af trekant  $ABC$ .
2. Beregn længden af siden  $a$ .



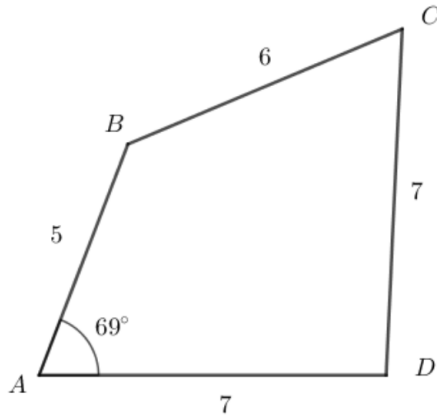
### Opgave 3.5.2

Sidelængden i den ligesidede trekant  $ABC$  er 8,5 cm.

1. Beregn trekantens areal.



### Opgave 3.5.7



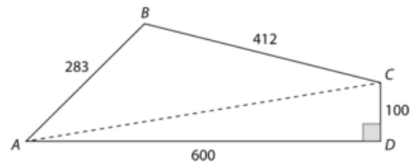
På figuren herover ses firkant  $ABCD$ .

Det oplyses at  $A = 69^\circ$ ,  $|AB| = 5$ ,  $|BC| = 6$ , og  $|CD| = |AD| = 7$ .

1. Beregn firkantens øvrige vinkler.
2. Beregn arealet af firkanten.



### Opgave 3.4.16



På billedet herover ses facaden på et moderne højhus. På tegning ses målene på et af vinduerne.

Alle mål er i cm.

1. Beregn længden af diagonalen  $AC$
2. Beregn vinklerne i trekant  $ACD$
3. Beregn vinklerne i trekant  $ABC$ .
4. Beregn vinduets areal,  $T$ .