

1/4

Sidste prøve - Besvarelse af KM

Opg 1

2. kvadrat sætning benyttes til at reducere udtrykket.

$$5ab - 4a^2 + (2a - b)^2 = 5ab - 4a^2 + 4a^2 + b^2 - 4ab = \underline{\underline{ab + b^2}}$$

Opg 2 $y' = x \cdot y + 5$, f er løsning og går gennem $P(1, 10)$.a) Benyt tangentligning $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

Bestem først $f'(1) = 1 \cdot 10 + 5 = 15$

$$y = 15(x - 1) + 10 = 15x - 15 + 10 = \underline{\underline{15x - 5}}$$

Opg 3vektorfunktion $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t^3 - 4t \end{pmatrix}$ P er dobbelt punkt med $t=2$ og $t_0=t$.a) Koordinatsæt til P indsat $t=2$ i $\vec{r}(t)$.

$$\vec{r}(2) = \begin{pmatrix} 2^2 \\ 2^3 - 4 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 - 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Så koordinatsættet er givet $(4, 0)$.b) For at bestemme t_0 skal jeg løse ligningssystemet

$$t^2 = 4 \quad \wedge \quad t^3 - 4t = 0$$

$$t^2 = 4 \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow t = \pm 2$$

2/4

$$t^3 - 4 \cdot t = 0 \Leftrightarrow t \cdot (t^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \pm 2$$

Så $t_0 = -2$

Opg 4

Jeg benytter integration ved substitution for at løse integralet.

$$\int \frac{2x+3}{x^2+3x} dx = \int \frac{1}{t} dt = \ln|t| + k = \ln|2x+3| + k$$

hvor $t = g(x) = x^2 + 3x$ og $t' = g'(x) = 2x + 3$

Opg 5

Hændelser:

L : 'For lidt slik'

M_1 : 'Maskine 1'

M_2 : 'Maskine 2'

Sandsynligheder:

$$P(M_1) = 0,7$$

$$P(M_2) = 0,3$$

$$P(L|M_1) = 0,2$$

$$P(L|M_2) = 0,1$$

Vi benytter loven om total sandsynlighed:

$$P(L) = P(L|M_1) \cdot P(M_1) + P(L|M_2) \cdot P(M_2)$$

$$= 0,2 \cdot 0,7 + 0,1 \cdot 0,3 = 0,14 + 0,03 = 0,17$$

Så sandsynligheden for at en pose indeholder for lidt slik er 17%.

3/4 | opg 6 | $f(x,y) = x^2 + y^2 + 2x$

a) Bestem det stationære punkt. (x_0, y_0, z_0)

Dvs. bestem $\nabla f = \begin{pmatrix} f'_x(x,y) \\ f'_y(x,y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\nabla f = \begin{pmatrix} f'_x(x,y) \\ f'_y(x,y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+2 \\ 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow x_0 = -1 \wedge y_0 = 0$$

Find z_0 : $f(-1, 0) = (-1)^2 + 0^2 + 2 \cdot (-1) = 1 - 2 = -1$

Så punktet er $(-1, 0, -1)$

b) Bestem arten. Så bestemmes r , t og s .

$$r = f''_{xx}(-1, 0) = 2$$

$$s = f''_{xy}(-1, 0) = 0$$

$$t = f''_{yy}(-1, 0) = 2$$

beresn $r \cdot t - s^2 = 2 \cdot 2 - 0^2 = 4 > 0$ og $r = 2 > 0$.

Så vores stationære punkt er et lokalt minimum.

4/4

Opg 2

Circle $x^2 + y^2 + a \cdot x - 6 \cdot y = 0$

a) Indsæt $P(2,6)$ i ligningen og bestem a .

$$2^2 + 6^2 + a \cdot 2 - 6 \cdot 6 = 0 \Rightarrow$$

$$4 + 36 + 2a - 36 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2a}{2} = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow a = \underline{\underline{-2}}$$

b) Bestem de 2 værdier af a , hvor radius er 5.

omskrivning af cirkels ligning ved kvadratsætninger.

$$x^2 + y^2 + a \cdot x - 6y = 0 \Leftrightarrow$$

$$\left(x + \frac{1}{2}a\right)^2 + (y - 3)^2 = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + 9$$

Hvis radius skal være 5 skal $\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + 9 = 25$

$$\Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow$$

$$a = \underline{\underline{\pm 8}}$$