

**Øvelse 1**

En funktion  $f$  er givet ved regneforskriften:

$$f(x) = 0.1 \cdot e^{-0.1x} \quad \text{hvor } x \geq 0$$

- a) Gør rede for, at  $f$  er en tæthedsfunktion og tegn grafen for  $f$ .

Funktionen  $f$  beskriver levetiden for den radioaktive isotop Terbium-161 på følgende måde:

$x$  er levetiden og  $f(x)$  er sandsynligheden pr døgn for at atomet henfalder til tiden  $x$ . Det betyder, at sandsynligheden for, at et givet Terbium-161 atom henfalder i tiden mellem  $a$  og  $b$  døgn, kan beregnes af formlen

$$\int_a^b f(x) \, dx.$$

- b) Beregn sandsynligheden for, at atomet henfalder efter 1 til 2 døgn.  
 c) Beregn sandsynligheden for, at atomet henfalder inden der er gået 2 døgn.  
 d) Beregn sandsymligheden for, at atomet henfalder efter mere end 3 døgn.

Den gennemsnitlige levetid for Terbium-atomet kan beregnes af formlen  $T_{\text{middel}} = \int_0^{\infty} x \cdot f(x) \, dx$ .

- e) Beregn den gennemsnitlige levetid.  
 f) Beregn halveringskonstanten for funktionen  $f$ .

En funktion  $F$  defineres ved at  $F(x) =$  sandsynligheden for at Terbiomatomet henfalder inden  $x$  døgn.

- g) Find regneforskriften for  $F$ .

**Øvelse 2**

En funktion  $g$  er givet ved regneforskriften

$$g(x) = \frac{1}{10\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x-500)^2}{200}\right) \quad \text{hvor } x \in \mathbb{R}.$$

- a) Gør rede for, at  $g$  er en tæthedsfunktion.  
 b) Bestem den værdi af  $x$ , for hvilken  $g$  har maksimum og tegn grafen for  $g$ .

Funktionen  $g$  beskriver vægten af et rugbrød fra en bestemt fabrik forstået på følgende måde.

$x$  er vægten af rugbrødet målt i gram og  $g(x)$  er sandsynligheden pr gram for at rugbrødet har vægten  $x$ . Det betyder, at sandsynligheden for, at et tilfældigt rugbrød fra fabrikken vejer mellem  $a$  og  $b$  gram, kan beregnes som

$$\int_a^b g(x) \, dx$$

- c) Beregn sandsynligheden for at rugbrødet vejer mellem 495 og 505 gram.  
 d) Beregn sandsynligheden for at rugbrødet vejer mindre end 490 gram.  
 e) Beregn sandsynligheden for at rugbrødet vejer mere end 510 gram.  
 f) Hvad er sandsynligheden for, at brødet vejer mere end 20 gram forskelligt fra 500 gram?

Middelværdien  $\mu$  og spredningen  $\sigma$  kan beregnes af formlerne:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot g(x) \, dx \quad \text{og} \quad \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \cdot g(x) \, dx$$

**g)** Beregn middelværdien og spredningen for rugbrødets vægt.