5. Differentialligninger

Delprøve 1

5.D1.1

a) Undersøg, om $f(x) = x \cdot e^x + 3x$ er en løsning til differentialligningen

$$y' = y + \frac{y}{x} - 3x.$$

5.D1.2

a) Undersøg, om funktionen $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ er en løsning til differentialligningen

$$y \cdot \frac{dy}{dx} = x.$$

5.D1.3

a) Gør rede for, at funktionen $f(x) = (x+1) \cdot e^x$ er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = y + \frac{y}{x+1}.$$

5.D1.4

En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = y \cdot (x-1),$$

og grafen for f går gennem punktet $P(3,5)$.

a) Bestem linjeelementet i P, og gør rede for betydningen af dette.

b) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet P.

5.D1.5

En funktion f er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 3x + 2y.$$

Det oplyses, at tangenten til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$ har hældningskoefficienten 9.

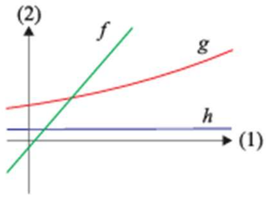
a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$.

5.D1.10 Figuren viser graferne for tre funktioner f, g og h. Hver af de tre funktioner er løsning til netop en af differentialligningerne:

$$A: \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

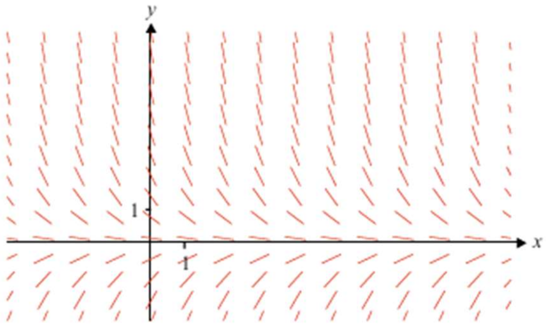
$$B: \quad \frac{dy}{dx} = 2$$

$$C: \quad \frac{dy}{dx} = 0{,}1 \cdot y$$



a) Gør rede for, hvilken af differentialligningerne A, B og C, der hører til hvilken graf for funktionerne f, g og h.

5.D1.11 Figuren viser et hældningsfelt for en differentialligning.

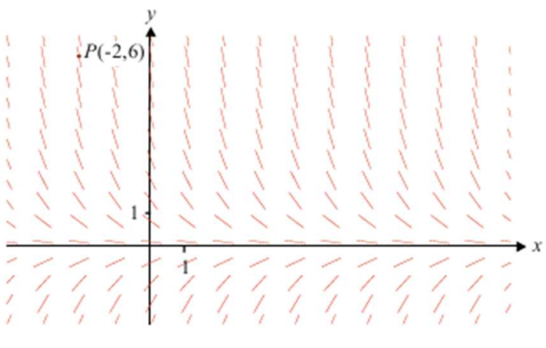


a) Afgør, om funktionen

$$f(x) = 3 \cdot e^x$$

kan være en løsning til differentialligningen.

5.D1.12 På figuren ses hældningsfeltet hørende til en differentialligning.



a) Skitsér den løsningskurve, der går gennem punktet $P(-2,6)$.

5.D1.13 En funktion *f* er løsning til differentialligningen

$$y' = -0,5 \cdot y.$$

Grafen for *f* går gennem punktet $P(2,1)$.

a) Bestem en forskrift for *f*.

5.D1.14 En funktion *f* er løsning til differentialligningen

$$y' = 3 - a \cdot y,$$

hvor a er en konstant.

Det oplyses, at $(0,2;-1)$ er et linjeelement for differentialligningen.

a) Bestem a.

b) Bestem en forskrift for *f*.

5.D1.15 En funktion *f* er løsning til differentialligningen

$$y' = y \cdot (1 - 0,2 \cdot y).$$

Grafen for *f* går gennem punktet $P(0,1)$.

a) Bestem en forskrift for *f*.

5.D1.17 Differentialligningen

$$f'(x) = 1 + \frac{f(x)}{x}$$

har en løsning *f*, hvis graf går gennem punktet $P(1,2)$.

a) Angiv en ligning for grafens tangent i *P*.

En funktion *g* er bestemt ved

$$g(x) = \frac{1}{x} \cdot f(x), \quad x > 0.$$

b) Gør rede for, at $g'(x) = \frac{1}{x}$, og benyt dette resultat til at bestemme $f(x)$.

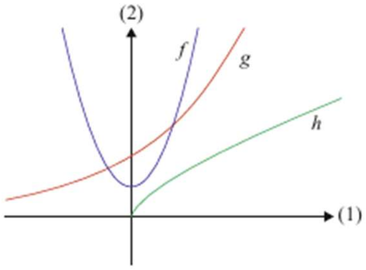
5.D1.18 En funktion *f* er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 5y - y^2,$$

a) Bestem væksthastigheden, når $y = 2$.

b) Bestem de y-værdier, hvor væksthastigheden er 4.

5.D1.19 På figuren ses graferne for tre funktioner f, g og h.

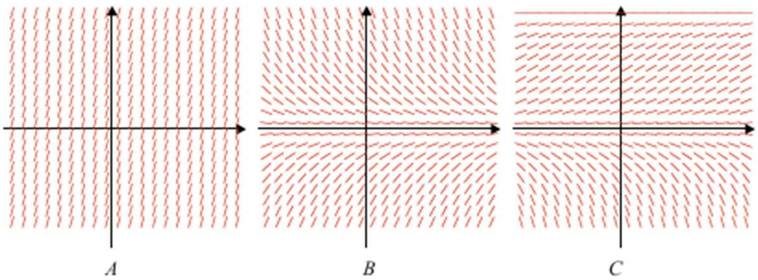


Det oplyses, at en af de tre funktioner er løsning til differentialligningen

$$y' = 0{,}3 \cdot y.$$

a) Argumentér for, hvilken af de tre funktioner der er løsning til differentialligningen.

5.D1.20 På figurerne ses 3 forskellige hældningsfelter, der hver hører til en differentialligning.



a) Argumentér for, hvilket af de tre hældningsfelter, der hører til differentialligningen

$$y' = -0{,}6y.$$