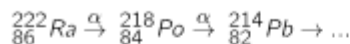


Henfaldskæde

Det er jo langt fra altid, at datterkernen i et radioaktivt henfald er stabil. Derfor ser man ofte lange henfaldskæder, som fx



Vi kan med henfaldsloven let bestemme antallet af Ra-222 (det første nuklid i kæden) som funktion af tiden.

A standard periodic table of elements with elements color-coded by groups: noble gases (purple), halogens (red), chalcogens (orange), transition metals (green), and other metals (blue).

Colourbox.com

Men hvor mange kerner er der af andet led i kæden som funktion af tiden?

Vi ser på de første to led i henfaldskæden og kalder den første kerne for a og den næste for b .

1. Argumenter for, at der gælder følgende to differentialligninger:

$$\frac{dN_a}{dt} = -k_a \cdot N_a \quad \text{og} \quad \frac{dN_b}{dt} = -\frac{dN_a}{dt} - k_b \cdot N_b$$

2. Løs differentialligningen:

$$\frac{dN_a}{dt} = -k_a \cdot N_a$$

3. Argumentér for, at de to differentialligninger kan sammenskrives til nedenstående. Forklar, hvorfor det er en differentialligning af typen $y' + g(x)y = h(x)$.

$$\frac{dN_b}{dt} + k_b \cdot N_b = k_a \cdot N_a$$

4. Argumentér for, at en løsning til differentialligningen er (husk at N_a og N_b er funktioner af tiden og egentligt burde hedde $N_a(t)$ og $N_b(t)$):

$$N_b = e^{-k_b \cdot t} \int k_a \cdot N_a \cdot e^{k_b \cdot t} dt$$

5. Brug, at $N_a = N_0 \cdot e^{-k_a \cdot t}$ til at argumentere for at ovenstående også kan skrives som:

$$N_b = e^{-k_b \cdot t} \cdot k_a \cdot N_0 \int e^{(k_b - k_a) \cdot t} dt$$

$\Leftrightarrow$

$$N_b = e^{-k_b \cdot t} \cdot k_a \cdot N_0 \left(\frac{1}{k_b - k_a} \cdot e^{(k_b - k_a) \cdot t} + c \right)$$

6. Vi antager, at $N_b(0) = 0$. Brug dette til at bestemme konstanten c , og vis at ovenstående kan skrives som:

$$N_b = \frac{k_a}{k_b - k_a} \cdot N_0 \cdot (e^{-k_a \cdot t} - e^{-k_b \cdot t})$$

7. Vis, at hvis kerne b er stabil, dvs. $k_b = 0$, så gælder, at $N_b = N_0 - N_a$. Forklar, hvorfor det giver god mening.
8. Vi ser nu på en anden henfaldskæde. Tegn grafen for $N_b(t)$ når $T_{1/2}^a = 10$ s og $T_{1/2}^b = 20$ s. Diskutér grafens udseende. Sæt desuden halveringstiden for kerne b til at være meget stor, og diskutér den fremkomne graf.