Brøker

Det er vigtigt, at man er fortrolig med at forstå, hvordan man kan regne med og omskrive brøker. Herunder følger der forklaringer og opgaver, som man skal gennemgå stille og roligt.

Først det basale - en brøk her en tæller, en nævner og en brøkstreg, og tallene er hele tal. Eksempler - hvor den foretrukne måde at skrive brøker på (vandret brøkstreg) er benyttet.

$$\frac{3}{14}, -\frac{12}{19}, \frac{1}{2}$$

Følgende forvirrer ofte, men lad os slå fast at:

$$-\frac{3}{17} = \frac{-3}{17} = \frac{3}{-17}$$

Opgave Skriv brøken negativ (minus) fire divideret med femten op på de tre måder som er vist for negativ (minus) 3 divideret med 17. Den første form, er den man oftest bruger.

I mange tilfælde er det nyttigt at huske på nedenstående (eksempler) - forstår du, hvad der står her?

$$9 = \frac{9}{1}$$
$$-12 = -\frac{12}{1}$$
$$a = \frac{a}{1}$$

Det er også nyttigt at huske på følgende - kan du også følge dette?

$$\frac{12}{12} = 1$$
$$\frac{a}{a} = 1$$
$$\frac{abc}{abc} = 1$$
$$\frac{x+981}{x+981} = 1$$

Opgave I eksemplet $\frac{x+981}{x+981} = 1$ må x ikke være -981.

Hvorfor må x ikke være -981?

Note: Vi kan skrive, at mængden af tal vi kan arbejde med er $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -981\}$ eller vi kan skrive $A = \mathbb{R} \setminus \{-981\}$ eller vi kan skrive $A =]-\infty; -981[\cup]-981; \infty[$.

Man skal gerne kende til, hvordan man forkorter og forlænger en brøk.

Her vises et eksempel på at forkorte en brøk, hvor man dividerer tæller og nævner med det samme hele tal:

$$\frac{15}{25} = \frac{\frac{15}{5}}{\frac{25}{5}} = \frac{3}{5}$$

Opgaver Forkort nu disse to brøker.

a) $\frac{9}{15} =$

b) $\frac{16}{36} =$

Her vises et eksempel på at forlænge en brøk, hvor man ganger tæller og nævner med det samme hele tal:

$$\frac{4}{9} = \frac{8 \cdot 4}{8 \cdot 9} = \frac{32}{72}$$

Opgaver Forlæng nu disse to brøker, som det er angivet.

a) Forlæng denne brøk med 3: $\frac{2}{5} =$

b) Forlæng denne brøk med 2: $\frac{12}{5} =$

Addition og subtraktion (Lægge brøker sammen og at trække dem fra hinanden.)

Her er flere ting centrale, men først skriver vi lige, at følgende gælder:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{for plus og tilsvarende for minus} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Noter venligst at de to brøker, der lægges sammen, har den samme nævner. Dette er et krav.

Eksempel:

$$\frac{3}{11} + \frac{2}{11} = \frac{3+2}{11} = \frac{5}{11}$$

Opgaver Brug nu din viden om at forlænge eller forkorte en brøk til at beregne følgende.

a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{8} =$

b) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} =$

Nu kommer et eksempel, som man ofte ser driller lidt.

Når man skal beregne

$$3+\frac{2}{3}=$$

$$2+\frac{2}{5}=$$

… hvad gør man så?

HUSK PÅ følgende: $3=\frac{3}{1}$ og $2=\frac{2}{1}$. Nu bruger man viden fra tidligere således, hvor der et sted er en brøk der forlænges med 3. Kan du se hvor?

$$3+\frac{2}{3}=\frac{3}{1}+\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 3}{3\cdot 1}+\frac{2}{3}=\frac{9}{3}+\frac{2}{3}=\frac{9+2}{3}=\frac{11}{3}$$

Opgave. Gennemfør på lignende vis beregninger for $2+\frac{2}{5}$.

Når man trække to brøker fra hinanden foregår det på samme måde. Det er igen et krav, at man finder en fælles nævner for de to brøker. Blot et enkelt eksempel:

$$\frac{2}{3}-\frac{9}{12}=\frac{4\cdot 2}{4\cdot 3}-\frac{9}{12}=\frac{8}{12}-\frac{9}{12}=\frac{8-9}{12}=-\frac{1}{12}$$

Vigtigt - den ”omvendte” operation - at ”splitte” en brøk

I flere beviser, at det meget vigtigt at læse $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ ”omvendt”. (Kan også være med minus).

Her følger forklaringen på, hvad der menes. Man ved at:

$$\frac{a+3}{8}$$

Læser vi nu brøkreglen ”fra højre”, så kan man se at følgende gælder:

$$\frac{a+3}{8}=\frac{a}{8}+\frac{3}{8}$$

Opgaver Prøv det selv med disse to opgaver.

a) $\frac{5+d}{12}=$

b) $\frac{3-x}{5}=$

Multiplikation (At gange to brøker med hinanden)

Lad os her starte med at vise den generelle regel:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Det er relativt enkelt. Man ganger tæller med tæller og nævner med nævner. Et eksempel - og så et par opgaver.

$$\frac{3}{11} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{11 \cdot 7} = \frac{15}{77}$$

Opgaver

a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} =$

b) $-\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{6} =$

Opgaver hvor formelsamlingen skal bruges

Nu skal man gerne være rimeligt fortrolig med basale eksempler fra brøkregningen. Det er tid til at bruge brøkreglerne i formelsamlingen.

Vi starter med (10), som er ret vigtig, og som mange har vanskeligt ved at huske. Lad os lige dvæle lidt ved denne regel:

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

Kan vi nemt forstå den regel, ved at bruge viden fra tidligere? Well - kan du følge dette?

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{1 \cdot c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

Opgaver

a) $3 \cdot \frac{5}{2} =$

b) $6 \cdot \frac{1}{9} =$

c) $-2 \cdot \frac{3}{4} =$

Nu skal man prøve at bruge reglerne (11)-(13) fra formelsamlingen.

Brug nu regel (11) til at beregne:

a) $\frac{5}{\left(\frac{2}{3}\right)} =$

Brug nu regel (12) til at beregne:

a) $\frac{\left(\frac{3}{5}\right)}{8}$

Brug nu regel (13) til at beregne:

a) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{5}{8}\right)} =$