

# Beregninger i retvinklede trekanter - 9. december

3. december 2024 18:57

## Sætning 1.12

I en retvinklet trekant  $ABC$ , hvor  $C$  er den rette vinkel er

$$\sin(A) = \frac{a}{c}, \quad \cos(A) = \frac{b}{c} \quad \text{og} \quad \tan(A) = \frac{a}{b}.$$

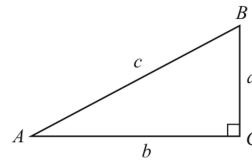
Nu er det jo ikke alle trekanter der hedder  $ABC$ . Sætning 1.12 skrives derfor også nogle gange op på følgende måde:

## Sætning 1.13

I en retvinklet trekant hvor  $v$  er én af de spidse vinkler, er

$$\begin{aligned} \sin(v) &= \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}, \\ \cos(v) &= \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}}, \\ \tan(v) &= \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}. \end{aligned}$$

## Retvinklet trekant



Pythagoras' sætning (33)  $c^2 = a^2 + b^2$

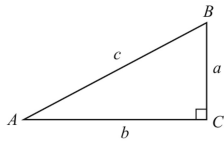
cosinus (34)  $\cos(A) = \frac{b}{c}$

sinus (35)  $\sin(A) = \frac{a}{c}$

tangens (36)  $\tan(A) = \frac{a}{b}$

## EKSEMPLER FRA BOGEN

### Retvinklet trekant



Pythagoras' sætning (33)  $c^2 = a^2 + b^2$

cosinus (34)  $\cos(A) = \frac{b}{c}$

sinus (35)  $\sin(A) = \frac{a}{c}$

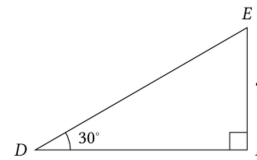
tangens (36)  $\tan(A) = \frac{a}{b}$

## Sætning 1.13

I en retvinklet trekant hvor  $v$  er én af de spidse vinkler, er

$$\begin{aligned} \sin(v) &= \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}}, \\ \cos(v) &= \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}}, \\ \tan(v) &= \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}. \end{aligned}$$

**Eksempel 1.14** I en retvinklet trekant  $DEF$  er  $\angle D = 30^\circ$  og  $|EF| = 7$ . En skitse af trekanten ser således ud:



Siden  $EF$  er den modstående katete til  $\angle D$ , og  $DE$  er hypotenusen, så ifølge sætning 1.13 er

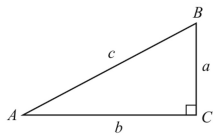
$$\sin(30^\circ) = \frac{7}{|DE|}.$$

Denne ligning løses, og man får

$$|DE| = \frac{7}{\sin(30^\circ)} = 14.$$

Den sidste side kan nu bestemmes vha. Pythagoras' sætning, og den sidste vinkel bestemmes ud fra at vinkelsummen i en trekant er  $180^\circ$ .

### Retvinklet trekant



Pythagoras' sætning (33)  $c^2 = a^2 + b^2$

cosinus (34)  $\cos(A) = \frac{b}{c}$

sinus (35)  $\sin(A) = \frac{a}{c}$

tangens (36)  $\tan(A) = \frac{a}{b}$

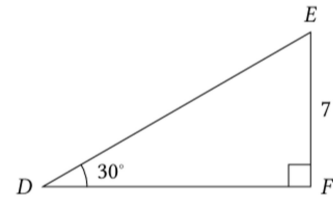
#### Sætning 1.13

I en retvinklet trekant hvor  $v$  er én af de spidse vinkler, er

$$\sin(v) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hypotenusen}},$$

$$\cos(v) = \frac{\text{hosliggende katete}}{\text{hypotenusen}},$$

$$\tan(v) = \frac{\text{modstående katete}}{\text{hosliggende katete}}.$$



**Eksempel 1.15** Hvis man skal bestemme længden af kateten  $DF$  i trekanten fra eksempel 1.14, kan dette gøres ved at benytte tangens.

Siden  $DF$  er den hosliggende katete til  $\angle D$ , og  $EF$  er den modstående. Man får så ifølge sætning 1.13 at

$$\tan(30^\circ) = \frac{7}{|DF|}.$$

Løser man denne ligning, får man

$$|DF| = \frac{7}{\tan(30^\circ)} = 12,1.$$

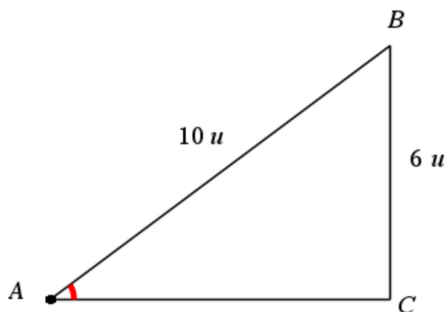
Med formlerne, kan I nu læse nogle opgaver med retvinklede trekanter. Brug Nspire. Brug formelsamlingen (34), (35) og (36)

Start med at finde ud af, hvilken formel der skal bruges.

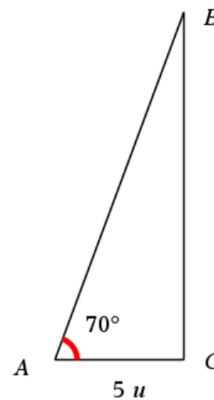
Overvej altid:

HVAD VED DU .... HVAD SKAL DU BEREGNE?

Beregn  $\angle A$



Beregn sidelængden  $c$  i denne trekant.

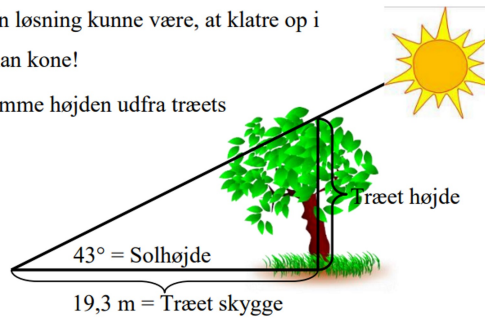


... og I kan løse denne opgave:

En mand skal fælde et træ! I den forbindelse er han interesseret i, at kende træets højde da han ikke ønsker, at det skal vælte ned i hans hus! En løsning kunne være, at klatre op i træet med et målebånd - men det er for farligt mener han kone!

På nettet har hun i stedet fundet en metode til, at bestemme højden ud fra træets skygge og solens højde over horisonten!

Beregn træets højde?



Opgaver i bogen Geometri side 14.

Øvelse 1.8 og øvelse 1.9.

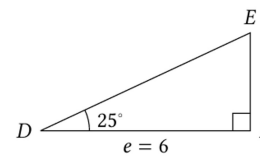
### Øvelse 1.8

Trekant  $ABC$  er retvinklet, og  $C$  er den rette vinkel. Tegn en skitse af trekanten, og bestem de manglende sidelængder når

- a)  $\angle A = 30^\circ$ ,  $c = 7$       b)  $\angle B = 40^\circ$ ,  $b = 5$   
c)  $\angle B = 51^\circ$ ,  $c = 1$       d)  $\angle A = 12^\circ$ ,  $b = 9,6$

### Øvelse 1.9

Den retvinklede trekant  $DEF$  er afbildet nedenfor. Nogle af trekantens mål kan ses på figuren.



- a) Bestem den manglende vinkel og de manglende sidelængder i trekant  $DEF$ .  
b) Bestem trekantens areal.