

## BAKTERIERS VÆKST OG EKSPONENTIEL UDVIKLING

Et godt eksempel på eksponentiel vækst er hos bakterier. Antag at man til tiden 0 tæller 1000 bakterier i en beholder, hvor bakterierne har ubegrænset adgang til næringsstoffer. Antag også at antallet af bakterier fordobles, for hver time der går.

Beregn nu, hvor mange bakterier der er efter 1 time, 2 timer, 3 timer og 5 timer. Vis datapunkter for tid og antallet af bakterier i et punktplot.

Ovenstående er en eksponentiel udvikling, og man bruger forskriften

$$f(x) = b \cdot a^x \quad (1)$$

hvor det gælder at  $a > 0$  og  $b > 0$ . Definitionsmængden er givet ved  $Dm(f) = \mathbb{R}$  mens værdimængden er givet ved  $Vm(f) = \mathbb{R}_+$ .

- **Forsøg** at opskrive eksemplet med bakterierne med forskriften givet ved (1).

## ARBEJDE MED NSPIRE-FIL

Nu skal vi arbejde med denne fil: *eksponentiel - eksperimentel undersøgelse elev*. (Filen ved modulet på Lectio).

Der er to opgaver i Nspire-filen, som hedder **Opgave 1** og **Opgave 2**.

**Først** undersøges nedenstående for **Opgave 1** og dernæst for **Opgave 2**.

- Undersøg ved at variere værdierne for  $a$  og  $b$ , hvilke værdier der bedst passer til punkterne.
- Hvad konkluderer du om  $a$  og  $b$  i forhold til grafens udseende?

**Dernæst** betragtes **Opgave 1** i Nspire-filen.

Du skal vælge den  $y$ -værdi i regnearket, der har  $x$ -værdien 8 og den  $y$ -værdi i regnearket, der har  $x$ -værdien 9.

- Hvad er den absolutte tilvækst mellem de to  $y$ -værdier? Benyt igen følgende (slutværdi - begyndelsesværdi).
- Hvad er den relative tilvækst (i procent)? Benyt følgende:  $\frac{\text{slutværdi} - \text{begyndelsesværdi}}{\text{begyndelsesværdi}}$

**Gentag** denne øvelse, men nu skal du vælge  $y$ -værdierne for de to  $x$ -værdier 81 og 82. Hvad kan du konstatere?

**Gentag** øvelsen du netop har udført, men denne gang for **Opgave 2** i Nspire-filen.

- Relater de tal du har bestemt til udseendet af punkter og graf.
- Udfør eksponentiel regression på datapunkterne i Opgave 1 og Opgave 2 og skriv forskrifterne ned. Forhold dig til de tal, som du finder ved den eksponentielle regression. Minder de tal om noget, du så tidligere?

## FREMSKRIVNINGSAKTOR OG VÆKSTRATE

Lad os igen betragte forskriften

$$f(x) = b \cdot a^x$$

Her kalder vi  $a$  for *fremskrivningsfaktoren*.

I det vi lader  $r$  være vækstraten gælder det at  $r = a - 1$  og derfor  $a = 1 + r$ .

Betragt nu de resultater du fandt frem til ved arbejdet med Nspire filerne og eksponentiel regression. Hvad er fremskrivningsfaktoren og vækstraten for de to eksempler?

## Forskrift, $f(0)$ og grafen

Du bliver givet forskriften  $f(x) = 8 \cdot 1,03^x$

- Beregn  $f(0)$ .
- Tegn grafen for funktionen  $f$  i Nspire.
- Hvad fortæller  $f(0)$  dig?
- Vi kalder  $b$  for begyndelsesværdien. Giver det mening for dig?
- Er der tale om en voksende eller aftagende funktion?
- Hvad er fremskrivningsfaktoren?
- Hvad er vækstraten?

## Forskrift, vækst og graf

Du bliver givet forskriften  $f(x) = 75 \cdot 0,91^x$

- Er der tale om en aftagende eller voksende funktion?
  - Du må gerne tegne grafen for funktionen  $f$  i Nspire.
- Hvad er fremskrivningsfaktoren?
- Hvad er vækstraten?
- Definer funktionen  $f$  i Nspire.
- Beregn  $f(12)$ ,  $f(13)$  og  $\frac{f(13)}{f(12)}$ . Kommenter resultatet.
- Beregn  $\frac{f(x+1)}{f(x)}$  i Nspire. Kommenter resultatet.

- Betragt nu det generelle tilfælde, hvor  $f(x) = b \cdot a^x$ .

Find et stykke papir frem og luk computeren.

Bestem nu hvad du kan komme frem til for dette udtryk ved at reducere det mest muligt:

$$\frac{f(x+1)}{f(x)} =$$