Arbejdsark om kombinatorik

Navn: ________________ Klasse: __________ Gruppe: __________

Dette arbejdsark hjælper dig først med at undersøge centrale begreber i kombinatorik: additionsprincippet, multiplikationsprincippet og fakultet.

Gennem opgaverne skal dig og din gruppe også selv opdage hvad der menes med ordene permutation og kombination i matematik.

Ordene *og* og *eller* er meget vigtige i kombinatorik. Når vi bruger ***eller***, betyder det ofte, at vi skal **lægge antal muligheder sammen** (additionsprincippet). Når vi bruger ***og***, betyder det ofte, at vi skal **gange** antal muligheder sammen (multiplikationsprincippet).

1. Additionsprincippet

Dette kaldes også *enten-eller-princippet*: Hvis vi har flere gensidigt udelukkende valg, skal vi lægge mulighederne sammen.

Opgave 1: En cafe tilbyder 3 slags kaffe og 2 slags te. Du har kun råd til en drikkevare. På hvor mange forskellige måder kan du vælge en drikkevare?

Opgave 2: En sportsforretning sælger 4 forskellige slags løbesko og 3 forskellige slags fodboldstøvler. Hvor mange slags fodtøj kan du vælge imellem?

Opgave 3: Et pizzeria har 5 slags pizzaer, 4 slags pastaretter og 3 slags salater. Du skal købe en enkelt ret. Hvor mange forskellige muligheder har du?

Additionsprincippet siger altså, at hvis en opgave kan løses på flere forskellige og gensidigt udelukkende måder, kan man finde det samlede antal muligheder ved at lægge dem sammen.

Læs (166) i formelsamlingen. Kan du koble det, der står der, sammen med ovenstående?

2. Multiplikationsprincippet

Multiplikationsprincippet bygger på ordet *og*. Hvis en opgave kan opdeles i flere valg, og hvert valg kan træffes uafhængigt af de andre, skal vi gange antal muligheder sammen for at finde det samlede antal kombinationer.

Dette kaldes også *både-og-princippet*: Hvis vi skal træffe flere valg i en kombination, skal vi multiplicere antallet af muligheder.

Opgave 4: Du skal vælge et tøj til skoledagen bestående af en T-shirt (5 muligheder) og et par bukser (3 muligheder). *Hvor mange* forskellige outfits kan du sammensætte?

Opgave 5: En kode består af først 2 bogstaver efterfulgt af 3 tal (hvert bogstav kan være A-Z, og hvert tal kan være 0-9). *Hvor mange* forskellige koder kan dannes?

Opgave 6: En burgerbar tilbyder 3 slags boller, 4 slags kød og 5 forskellige toppings. *Hvor mange* forskellige burgere kan man lave, hvis man vælger et element fra hver kategori?

Opgave 7: En turist skal planlægge en rejse, hvor hun vælger en af 4 destinationer, et af 3 hoteller i hver destination og en af 5 aktiviteter på hver destination. *Hvor mange* forskellige rejsekombinationer kan turisten lave?

Læs (165) i formelsamlingen. Kan du koble det, der står der, sammen med ovenstående?

3. Tegning af tælletræer

Tælletræer kan hjælpe med at visualisere valg og kombinatoriske problemer.

Opgave 8: Tegn et tælletræ for opgave 5 (T-shirts og bukser). Hvor mange grene har træet?

Opgave 9: Tegn et tælletræ for en situation, hvor en person vælger mellem tre transportmidler (bus, tog eller cykel) og derefter vælger mellem fire forskellige restauranter. Hvor mange muligheder er der i alt?

4. Fakultet (n!)

Opgave 10: Fire personer skal stille sig i en række, men de kan ikke blive enige om, hvem der skal stå hvor. På hvor mange måder kan de lave en opstilling, hvis det har betydning, hvem der står i position 1, 2, 3 og 4? Diskuter i gruppen, og prøv at finde en metode til at beregne det.

Opgave 11: På hvor mange måder kan 6 forskellige bøger placeres på en hylde? (Tip: Tænk over, hvor mange muligheder der er for hver bog, når du placerer dem én efter én.)

Definition: Fakultet af et tal n skrives som $n!$ og beregnes som:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$$

Eksempel: $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Diskutér i gruppen: Kan jeres svar fra opgave 11 og 12 relateres til fakultet?

Læs (167) i formelsamlingen. Kan du genkende noget?

Beregn 8!

Opgave 12: Forestil jer, at I skal arrangere 0 elementer. Hvor mange måder kan det gøres på? Brug denne tanke til at diskutere, hvorfor det giver mening at sige, at 0! = 1.

5. At vælge '3 af 5' – permutationer og kombinationer

Nu skal I arbejde med at vælge et antal elementer ud af en større mængde.

Opgave 13: I jeres gruppe vælges først en mængde med fem personer (elementer). Det kan være en god ide at give konkrete navne til fem fiktive personer. Det kan også være en god ide at tegne noget til opgaven.
Der skal nu vælges tre personer ud af de fem.
Udvælg først en person, der skal være formand for gruppen, så en person der skal være næstformand og dernæst en person der skal være fejemand.
I skal tælle, hvor mange forskellige måder dette kan gøres på.

Opgave 14: I jeres gruppe vælges først en mængde på fem personer: Vælg tre personer til en gruppeopgave, hvor rækkefølgen *ikke* betyder noget. Tæl hvor mange forskellige måder dette kan gøres på.
Her anbefales det kraftigt, at man prøver at tegne/skrive sig frem til svaret.

Diskuter forskellen mellem situationen i opgave 14 og situationen i opgave 13.

Opgave 15: Forestil jer, at I har 7 personer i gruppen i stedet for 5. Hvordan ændrer det jeres svar i opgave 13 og 14? Prøv at regne det ud. Opgave 13 er noget nemmere end opgave 14 i dette tilfælde.

Diskussion i gruppen:

- Hvad er forskellen på opgave 13 og opgave 14?
- Hvornår skal man bruge permutationer, og hvornår skal man bruge kombinationer?

Læs formlerne (168) og (169).

Gå tilbage til spørgsmålene 13 og 14.

I hvilken opgave skal man bruge (168), og i hvilken opgave skal man bruge (169?

Hvad er n og r i de to opgaver 13 og 14?

Indsæt værdierne for n og r i formlerne (168) og (169) og beregn resultat uden at bruge en lommeregner eller Nspire. Man skal kunne regne dette ud med 'pen og papir'. Vær smart/doven!

Beregn nu følgende ved brug af 'pen og papir'. Skriv det op stille og roligt og tænk …

$$P(8,3) =$$

$$K(10,6) =$$