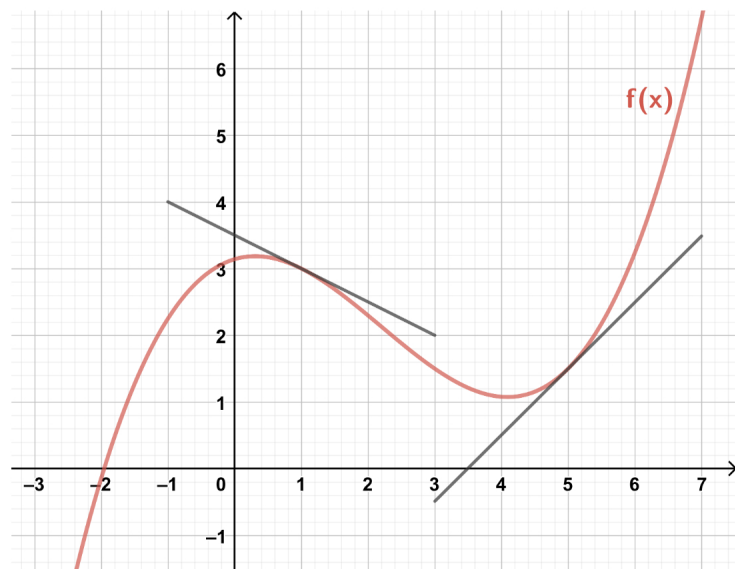


Differentialkvotient 1

Opgave 1



På figuren herunder ses to tangenter til grafen for funktion f . Aflæs differentialkvotienterne $f'(1)$ og $f'(5)$.



Differentialkvotient 1

Opgave 2

Bestem den afledte funktion for følgende funktioner:

$$f_1(x) = 6x + 22$$

$$f_2(x) = -\frac{2}{5}x - 4$$

$$f_3(x) = \frac{1}{3}x^3 + 4x - 4$$

$$f_4(x) = -4x^2$$



Differentialkvotient 1

Opgave 3

Bestem $f'(2)$ for følgende funktioner:

$$f_1(x) = 4x + 8$$

$$f_2(x) = \frac{5}{2}x^2 + 9x + 1$$

$$f_3(x) = 0$$

$$f_4(x) = 11 - 0,22x^2 + 0,21x$$



Facit

Opgave 1:

$$f'(1) = -\frac{1}{2}$$

$$f'(5) = 1$$

Opgave 2:

$$f'_1(x) = 6 \quad f'_2(x) = -\frac{2}{5}$$

$$f'_3(x) = x^2 + 4 \quad f'_4(x) = -8x$$

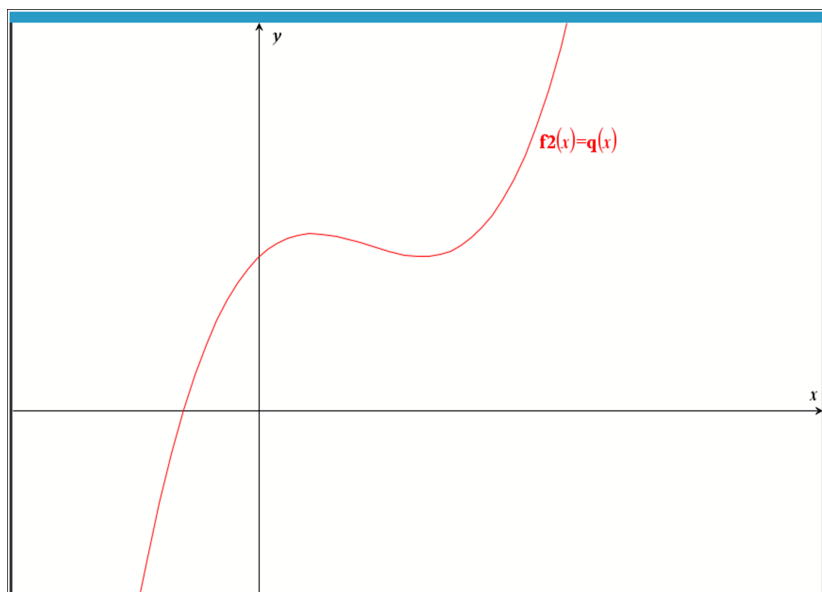
Opgave 3:

$$f'_1(2) = 4 \quad f'_2(2) = 19$$

$$f'_3(2) = 0 \quad f'_4(2) = -0,67$$

Monotoniforhold

Opgave 1



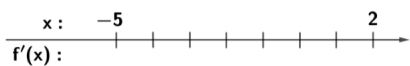
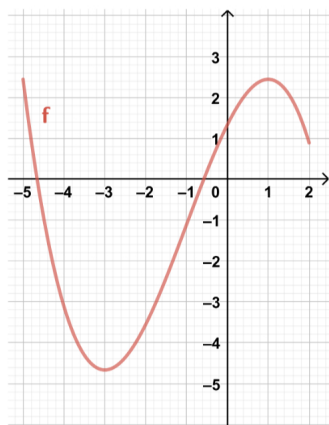
Figuren herunder viser grafen for funktionen

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 9$$

Bestem funktionens monotoniforhold ved hjælp af $f'(x)$.

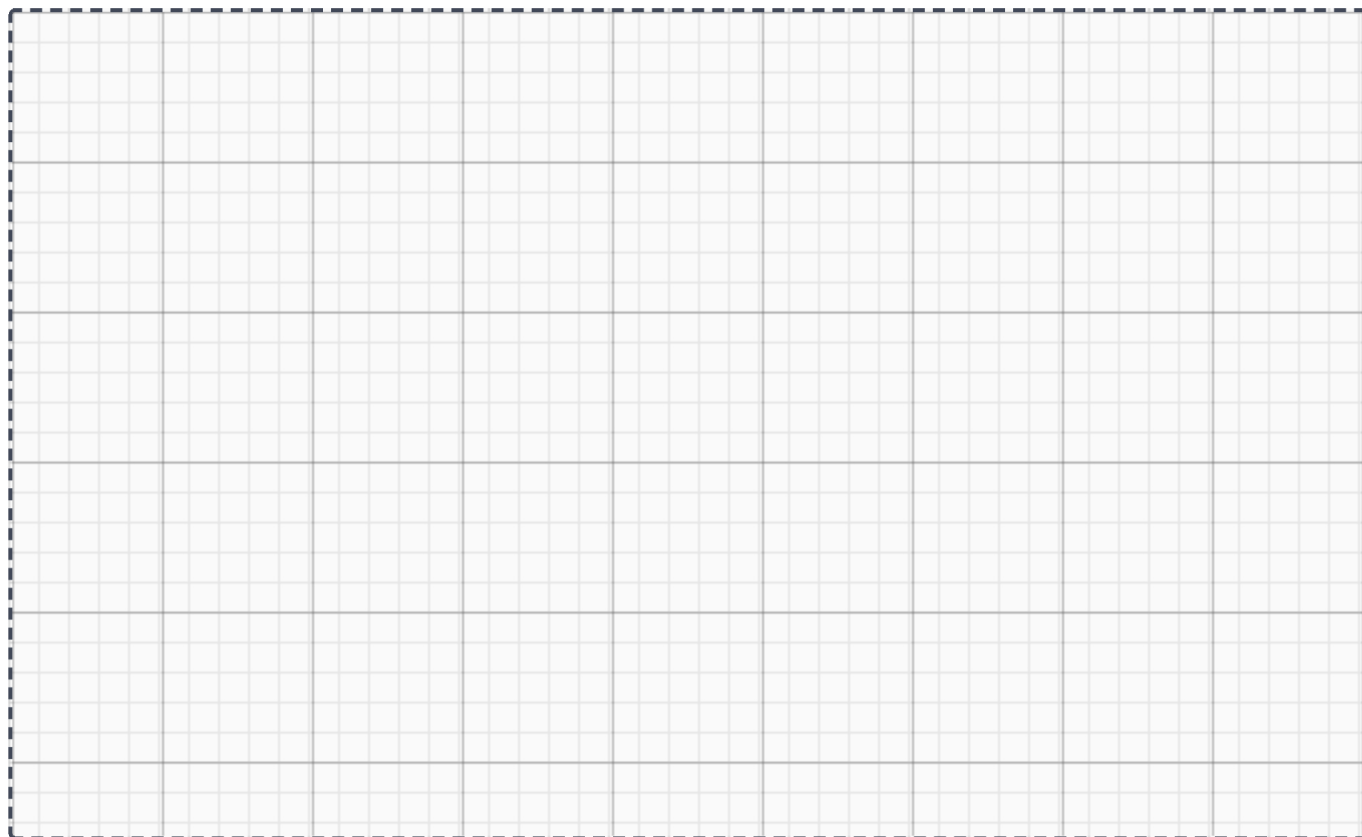
Monotoniforhold

Opgave 2



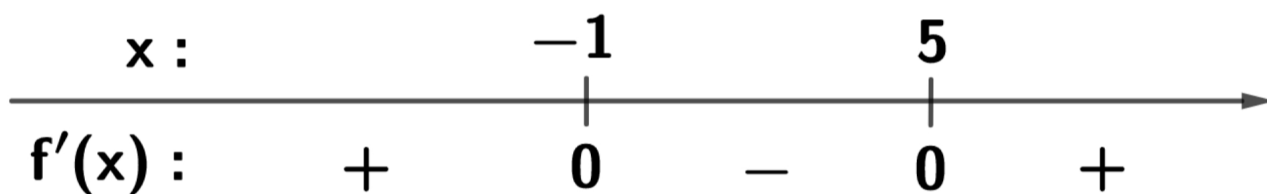
På figuren herunder ses grafen for en funktion f . Nedenunder ses en fortegnslinje for $f'(x)$.

Udfyld fortegnslinjen.



Monotoniforhold

Opgave 3



En differentiabel funktion f opfylder følgende:

$$f(-2) = -4 \quad \text{og} \quad f(1) = 2$$

Nulpunkter og fortegn for $f'(x)$ er angivet på fortegnslinjen nedenunder.

Benyt dette til at skitsére en graf for f (der er mange mulige grafer for f).



Facit

Opgave 1:

Voksende i $] -\infty; 1]$

Aftagende i $[1; 3]$

Voksende i $[3; \infty[$

Opgave 2:

INGEN

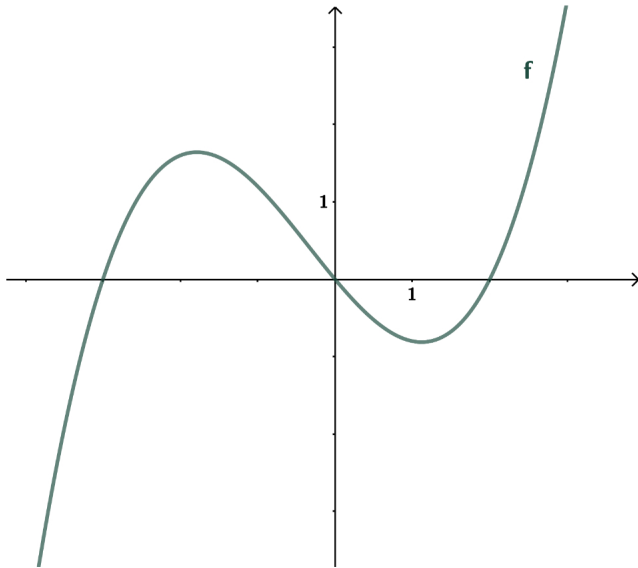
Opgave 3:

Grafen for funktionen:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{15}{4}x + 14$$

Tangentbestemmelse

Opgave 1



Herunder ses grafen for funktionen

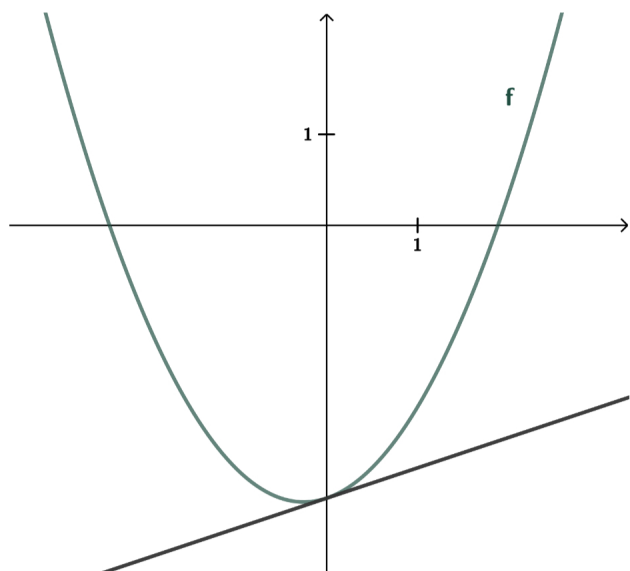
$$f(x) = \frac{1}{5}x^3 + \frac{1}{5}x^2 - \frac{6}{5}x$$

Bestem $f'(-1)$ og $f'(2)$, og gør rede for, hvad disse tal fortæller om grafen.



Tangentbestemmelse

Opgave 2



På figuren herunder ses grafen for andengradspolynomiet

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 3$$

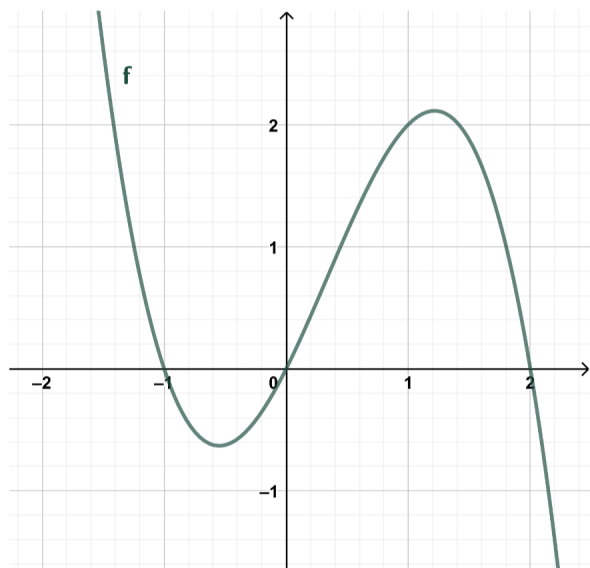
samt tangenten til grafen i punktet $(0; f(0))$.

a) Bestem en ligning for tangenten.



Tangentbestemmelse

Opgave 3

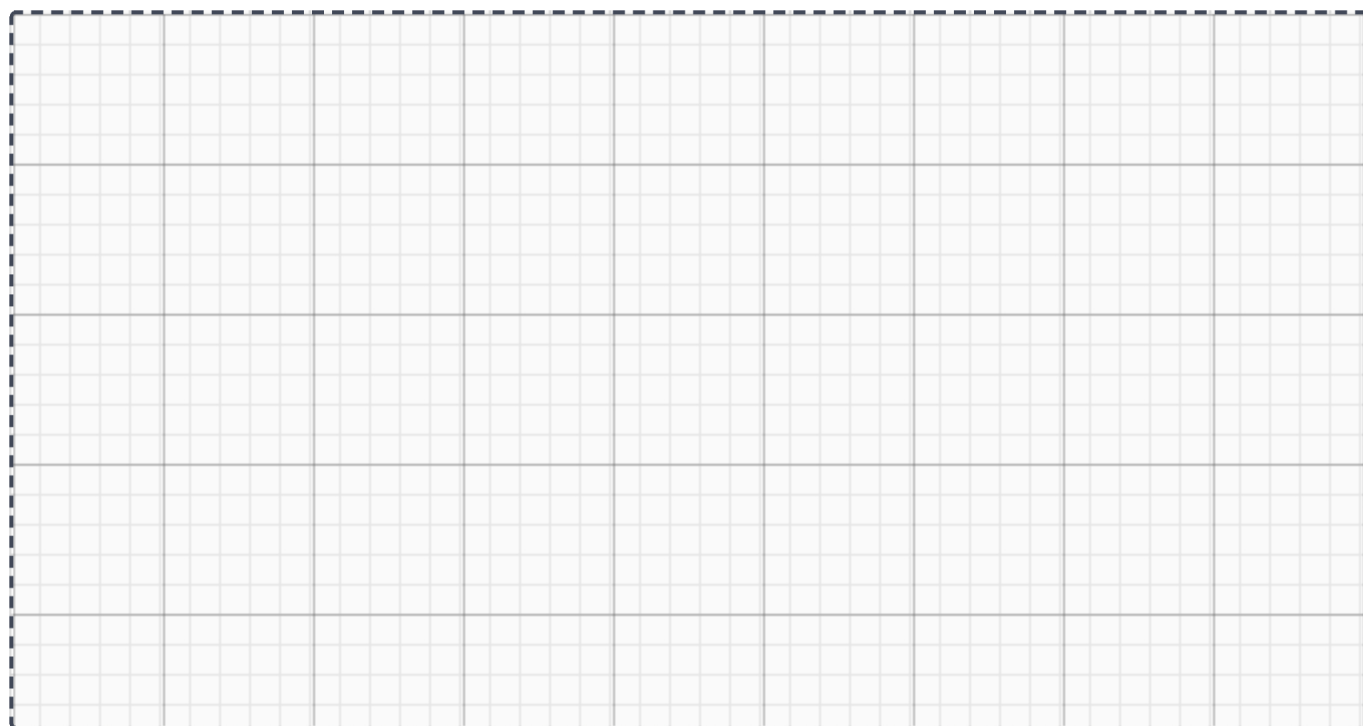


På figuren herunder ses grafen for funktionen

$$f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$$

Bestem en ligning for tangenten til grafen i punktet (1; 2).

Tegn herefter tangenten i samme koordinatsystem som grafen for f .



Facit

Opgave 1:

$$f'(-1) = -1 \text{ og } f'(2) = 2$$

Grafens hældningen i punkterne $x = -1$ og $x = 2$.

Opgave 2:

$$y = \frac{1}{3}x - 3$$

Opgave 3:

$$y = x + 1$$

Differentialkvotient 2

Opgave 1

Angiv uden brug af CAS $f'(x)$ og kontrollér derefter ved hjælp af CAS.

$$f_1(x) = e^{4x}$$

$$f_2(x) = 3e^x - xe^3$$

$$f_3(x) = e^x - e^{-3x}$$



Differentialkvotient 2

Opgave 2

Bestem $f'(x)$ for hver af følgende funktioner:

$$f_1(x) = 2\sqrt{x} + 2x^2$$

$$f_2(x) = -\sqrt{x} + 3x^2 + x$$

$$f_3(x) = -4\sqrt{x} + 3x$$



Differentialkvotient 2

Opgave 3

Bestem $f'(x)$ for hver af følgende funktioner:

$$f_1(x) = 4 \ln(x)$$

$$f_2(x) = 2 \ln(x + 1)$$

$$f_3(x) = -3 \ln(x^2 + x + 1)$$



Facit

Opgave 1:

$$f_1'(x) = 4e^{4x}$$

$$f_2'(x) = 3e^x - e^3$$

$$f_3'(x) = e^x + 3e^{-3x}$$

Opgave 2:

$$f_1'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 4x_0$$

$$f_2'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}} + 6x + 1$$

$$f_3'(x) = -\frac{2}{\sqrt{x}} + 3$$

Opgave 3:

$$f_1'(x) = \frac{4}{x}$$

$$f_2'(x) = \frac{2}{x+1}$$

$$f_3'(x) = \frac{-6x-3}{x^2+x+1}$$

Differentialkvotient 3

Opgave 1

Brug bl.a. produktreglen til af finde differentialkvotienten for følgende tre funktioner:

$$f_1(x) = (2x + 5)(4 - 6x)$$

$$f_2(x) = (4\sqrt{x} + x) \cdot \sqrt{x}$$

$$f_3(x) = -x^2(\ln(x) + 4)$$



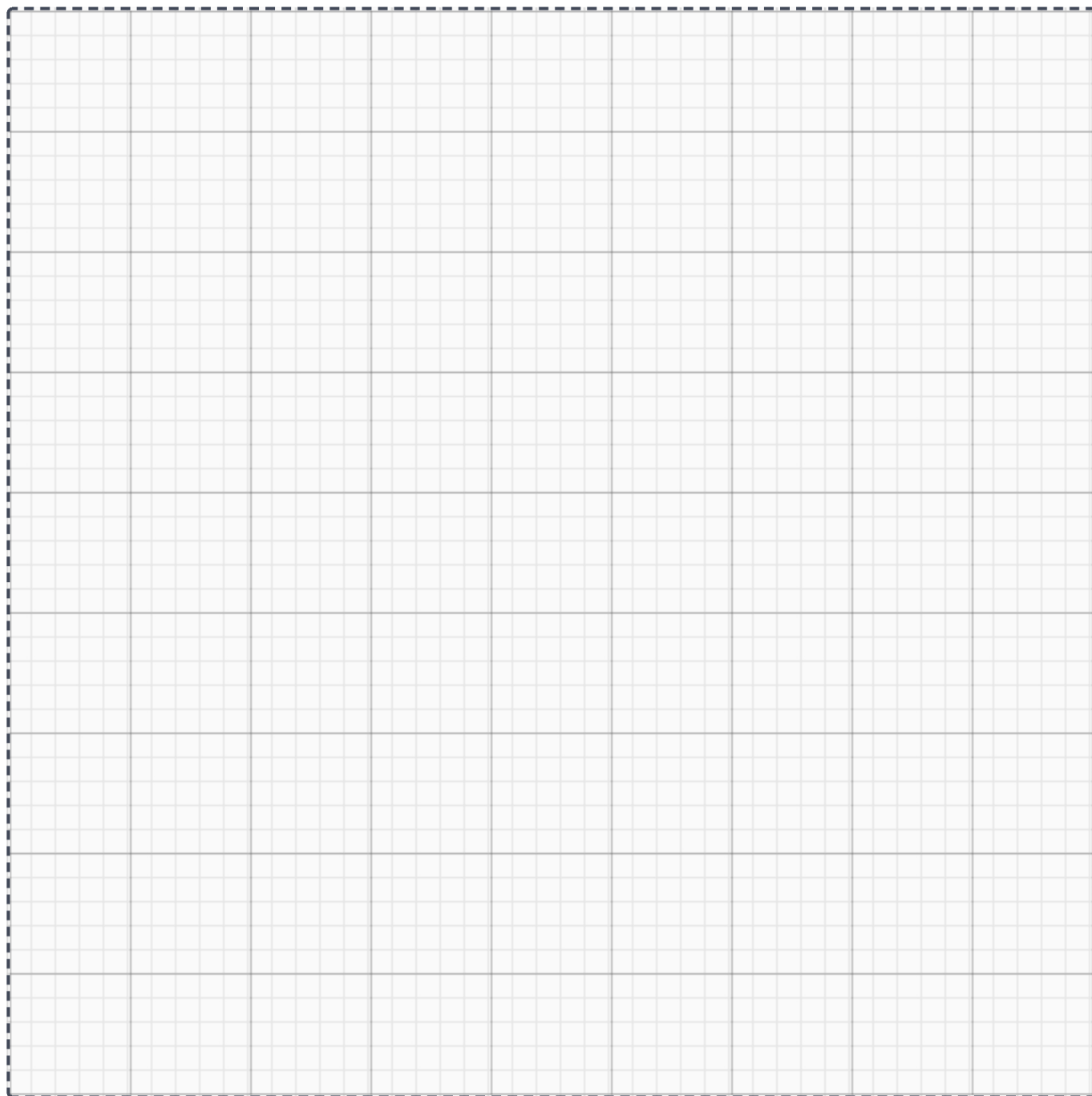
Differentialkvotient 3

Opgave 2

Funktionen f er givet ved

$$f(x) = e^{-2x} + 2x^3 + 2$$

Bestem det eksakte udtryk for $f(1)$ og $f'(1)$.



Differentialkvotient 3

Opgave 5

Bestem uden hjælpemidler den afledede funktion for følgende funktioner. Angiv samtidig de regneregler, som du anvender, og hvor de anvendes.

$$f_1(x) = (4x + 5)^3$$

$$f_2(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$$

$$f_3(x) = (e^{2x} + e^{-2x})^2$$

$$f_4(x) = \ln(e^{-3x} + 3x^4)$$



Facit

Opgave 1:

$$f_1'(x) = -24x - 22$$

$$f_2'(x) = 4 + \frac{3}{2\sqrt{x}}$$

$$f_3'(x) = -2x \ln(x) - 9x$$

Opgave 2:

$$f(1) = e^{-2} + 4$$

$$f'(1) = -2e^{-2} + 6$$

1