

## Før hypotesetest i binomialfordelingen

Arbejdsarket repeterer centrale begreber fra sandsynlighedsregning og binomialfordelingen. Det fungerer også som en træning i at finde formler i den nye formelsamling, da den ikke var til rådighed, da vi arbejdede med emnet i 1.g.

Det er i flere tilfælde **ikke** en dybdegående forklaring eller en dyb begrebsverden, der introduceres. Det er ikke meningen med arbejdsarket.

Der introduceres også afsluttende noget nyt!!!

... men her en stille og rolig start.

### Sandsynlighed – det helt grundlæggende begreb

Sandsynlighed er et tal mellem 0 og 1. Vi skriver fx  $p = 0,32$ .

#### Opgave

En seks-sidet terning kastes en gang. Husk på disse formler for et symmetrisk sandsynlighedsfelt, se formel (127) for detaljerne.

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

$$P(A) = \frac{\text{antal gunstige udfald}}{\text{antal mulige udfald}}$$

- Bestem sandsynligheden for at slå en 5'er.
- Bestem sandsynligheden for at slå et lige tal.
- Bestem sandsynligheden for at slå et tal større end 4.

### Stokastisk variabel

En stokastisk variabel er en variabel, der knytter et tal til hvert muligt udfald af et basiseksperiment med tilfældigt udfald.

#### Eksempel

Lad den stokastiske variabel  $X$  være antallet af 6'ere ved 100 kast med en terning. Mulige værdier: 0, 1, 2, 3, ..., 99, 100.

## Tabel for sandsynlighedsfordelingen

### Opgave 1 (pen og papir)

En stokastisk variabel  $X$  har følgende sandsynlighedsfordeling:

$x_i$	0	2	4	6
$P(X = x_i)$	0,30	0,20	0,40	0,10

- Bestem  $P(X = 2)$ .
- Bestem  $P(X \leq 2)$ .
- Bestem  $P(X \geq 2)$ .
- Bestem middelværdien af den stokastiske variabel  $X$ . (Brug formelsamlingen.)

### Opgave 2 (pen og papir)

En stokastisk variabel  $X$  har følgende sandsynlighedsfordeling:

$x_i$	-1	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,30	0,20	0,40	0,10

- Bestem  $P(X = -1)$ .
- Bestem  $P(X > 1)$ .
- Bestem middelværdien af den stokastiske variabel  $X$ . (Brug formelsamlingen.)

## Binomialfordelingen

En stokastisk variabel  $X$  er binomialfordelt, når:

- et basiseksperiment (forsøg) gentages  $n$  gange, hvor  $n$  er antalsparameteren.
- der er to mulige udfald (kan tænkes på som en succes eller en fiasko).
- sandsynligheden for succes er  $p$ , som betegnes sandsynlighedsparameteren.
- resultatet af basiseksperimenterne er uafhængige.
- $X$  tæller antallet af succeser i de  $n$  basiseksperimenter.

Se formel (133) i formelsamlingen for, hvordan dette skrives.

### Opgave

Antag, at der er tale om binomialfordelinger, og at den stokastiske variabel er  $X$ .

Læs nedenstående tekst og omform den til skrivemåden i (133).

- a) Der udføres 100 eksperimenter. Sandsynligheden for en succes er 60%.
- b) Der udføres 250 eksperimenter. Sandsynligheden for succes er 30%.

Betragt nu a) og besvar:

- c) Hvad er det forventede antal succeser?

Betragt nu b) og besvar:

- d) Hvad er det forventede antal succeser?

## **Binomialfordeling – mere med Nspire**

### Opgave – eksemplet fra tidligere

Lad den stokastiske variabel  $X$  være antallet af 6'ere ved 100 kast med en terning.  
Mulige værdier: 0, 1, 2, 3, ..., 99, 100.

Bestem ved at bruge en eller flere forskellige kommandoer i Nspire:

- a)  $P(X = 20)$
- b)  $P(X = 8)$
- c)  $P(X \leq 18)$
- d)  $P(X > 18)$
- e)  $P(X \geq 15)$

### Opgave

Antag, at der er tale om en binomialfordeling.

En fodboldspiller sparkes 200 straffespark. Sandsynligheden for en scoring er 83%.

Lad den stokastiske variabel  $X$  være antallet af scoringer.

- Bestem  $P(X = 161)$ .
- Bestem  $P(X \leq 170)$ .
- Bestem  $P(X \geq 170)$ .
- Bestem  $P(164 \leq X \leq 167)$ .
- Bestem sandsynligheden for at  $P(X = 161)$  eller  $P(X = 165)$

### Opgave

I Flimsted holder 75% af alle indbyggerne med det lokale baseballhold. Der udvælges tilfældigt en stikprøve på 140 personer. Den stokastiske variabel  $X$  betegner antallet af personer i denne stikprøve, der holder med baseballholdet.

Det antages, at  $X$  er binomialfordelt med antalsparameter  $n = 140$  og sandsynlighedsparameter  $p = 0,83$ .

- Bestem sandsynligheden  $P(X \geq 110)$ , og forklar betydningen af dette tal.
- Hvad er det mest sandsynlige antal personer, der holder med baseballholdet, ud af de 140 personer i stikprøven.

### Et usædvanligt udfald eller ej? Det er spørgsmålet!

I en meningsmåling for hele den danske befolkning støtter 52% et forslag.

Der udtages en stikprøve på 1000 personer i Danmark.

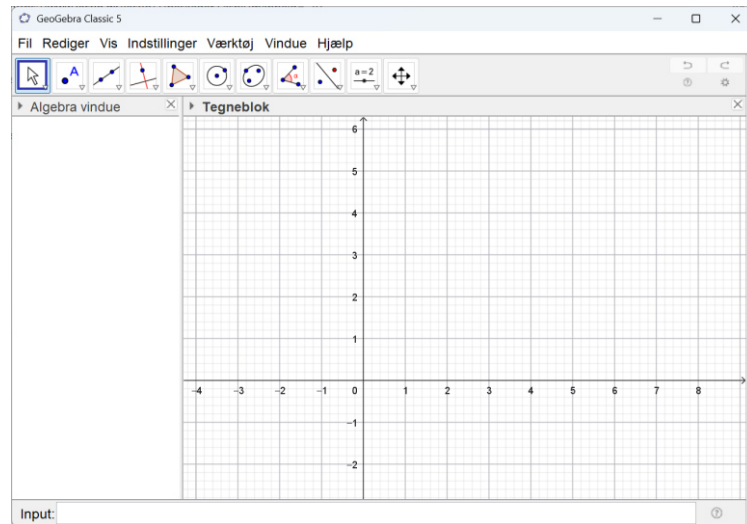
Lad den stokastiske variabel  $X$  betegne antallet af personer, der støtter forslaget.

- a) Hvad er det mest sandsynlige antal i stikprøven, der svarer, at de støtter forslaget?
- b) Bestem sandsynligheden for, at 600 af de adspurgte personer i stikprøven støtter forslaget.
- c) Bestem sandsynligheden for, at højst 450 af de adspurgte personer i stikprøven støtter forslaget.
- d) Tegn et søjlediagram for sandsynlighedsfordelingen af  $X$ .  
(Vis diagrammet, så man er tæt på middelværdien.)
- e) Brug nu både beregningerne og søjlediagrammet til følgende:  
Antag, at undersøgelsen reelt set viser, at 600 af de adspurgte personer støtter forslaget.  
Vurder (din egen vurdering) om 600 støtter af forslaget forekommer at være et usædvanligt udfald.

## GeoGebra og Nspire – THE COMBINATION

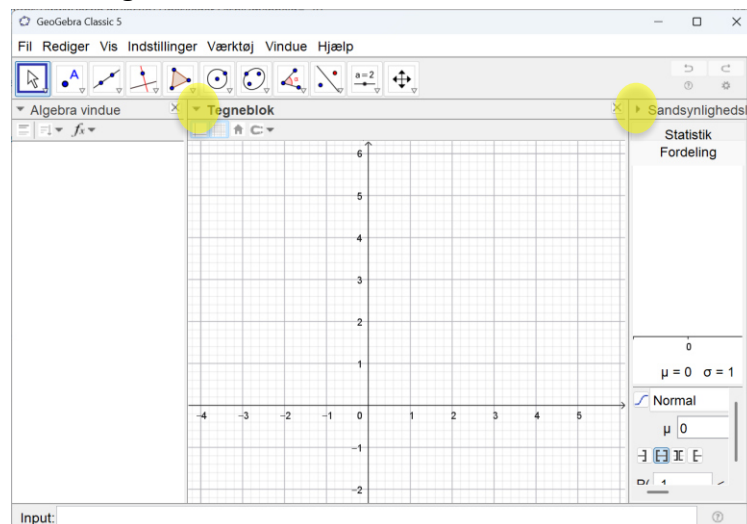
Prøv nu at følge denne vejledning, og besvar spørgsmålene undervejs.

- Start GeoGebra
- Med nogen sandsynlighed ser man nu dette på skærmen.

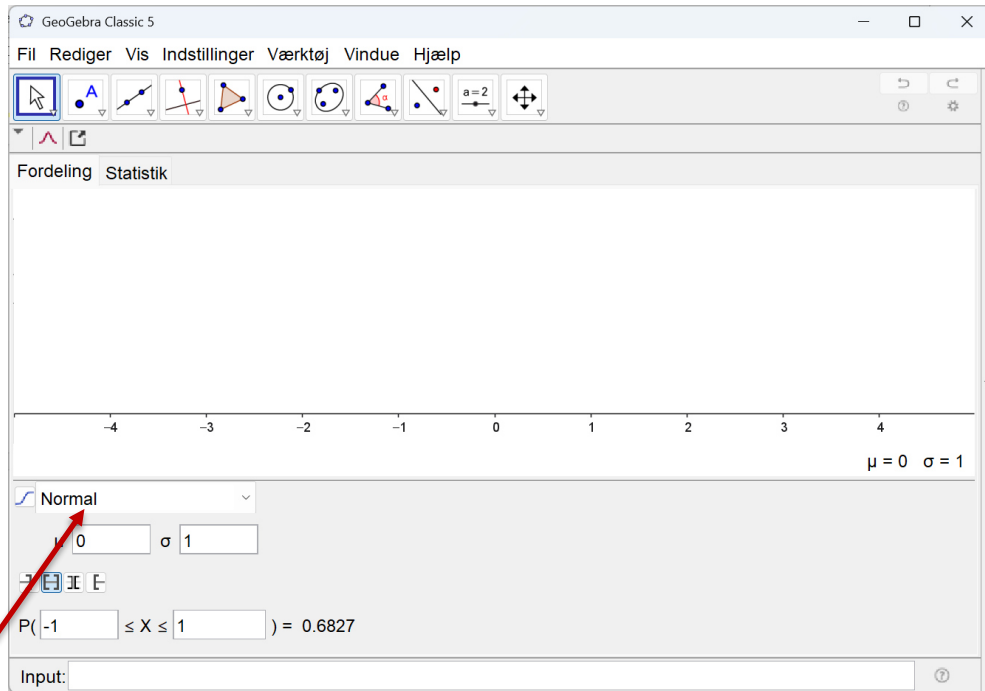


- Gå til **Vis** og vælg **Sandsynlighedsregner**.

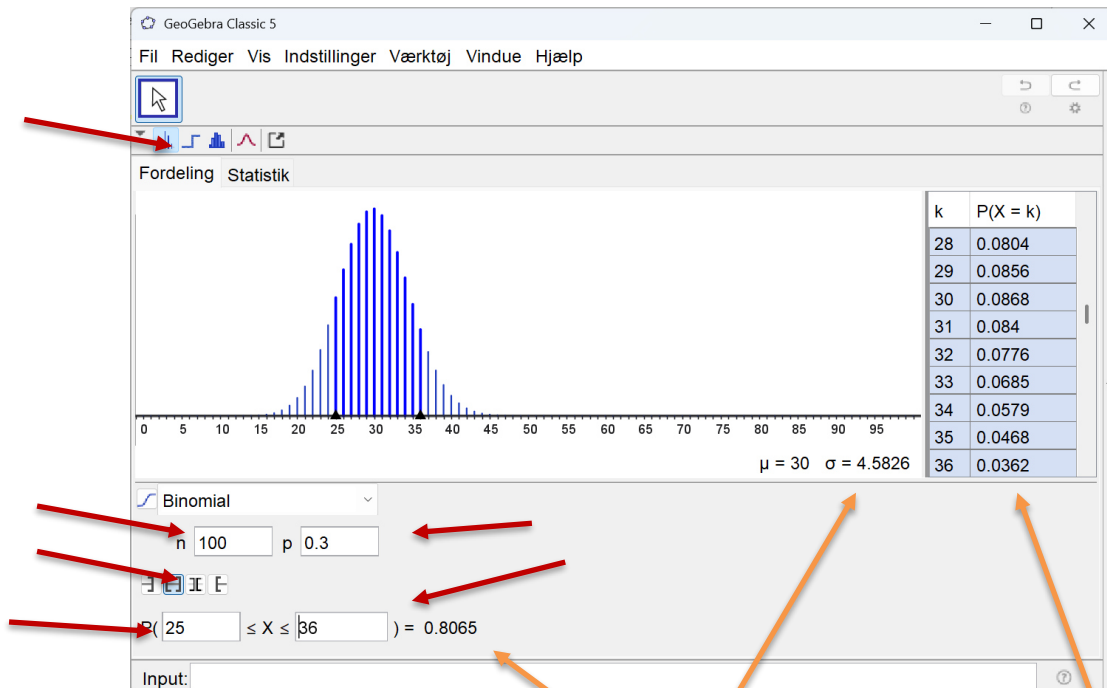
I en verden af i går, i dag og i morgen ser man nu dette (se nedenfor), og man klikker på de to kryds markeret med gult.



d) ... og man har forhåbentligt nedenstående.



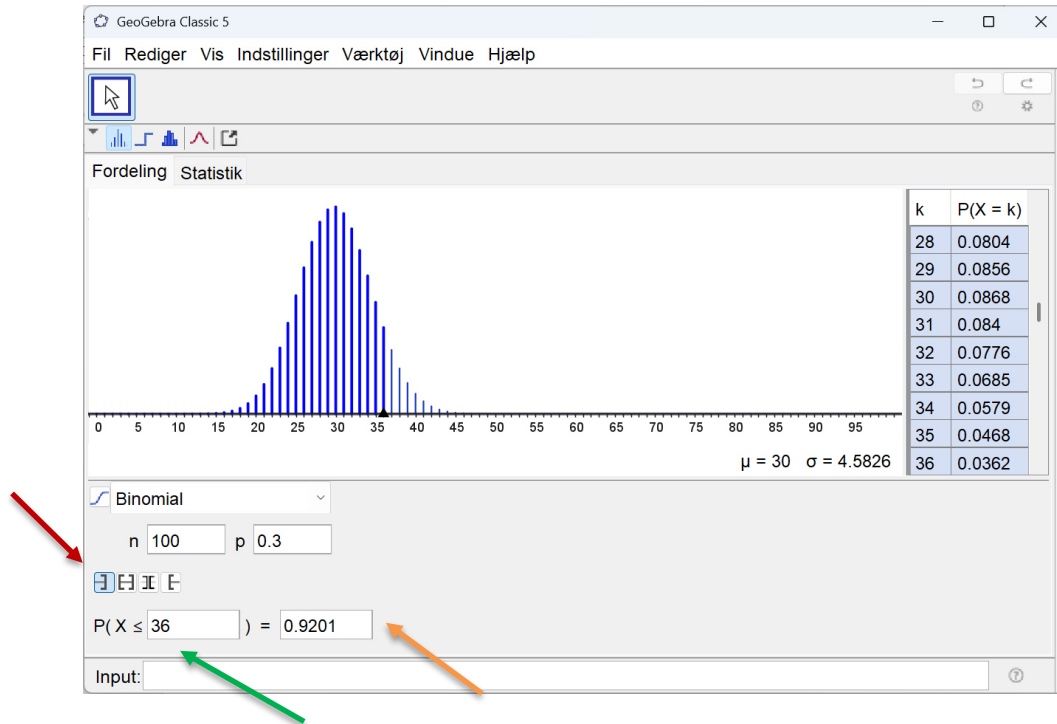
e) Nu ændres dette til Binomial, og man har nedenstående, efter man har foretaget nogle få andre justeringer af tal og måske et ikon, som er markeret her med de røde pile. Der er ikke zoomet ind på det interessante område, da det gøres (ret enkelt) i vinduet Tegneblok. (Man bør zoomme ved en besvarelse, men det udelades her, da vi skal betragte noget andet.)



Hmm. Hvad er det for nogle interessante tal?

Hvad viser denne tabel?

- f) Råb nu: SNIP SNAP SNUDE og klap både dig selv og din sidemakker på skulderen.  
Derefter er det tid til 10 englehop.
- g) Skift nu til det markerede (rød pil) og foretag ændringer af tallet markeret med den grønne pil.  
Hvad er det, der vises?  
Hvad er det, der beregnes?



- h) Ved at ændre tallet ved den grønne pil:  
Bestem de to tal, hvor sandsynligheden skifter fra at være mindre end 5% til at være større end 5%.  
I det nedenstående kaldes de to tal for  $s$  og  $t$ .
- i) Start Nspire, noter og et matematikfelt.  
Tast det nedenstående og relater det til svaret i opgave h)
1.  $\text{binomCdf}(100,0.3,s)$
  2.  $\text{binomCdf}(100,0.3,t)$

- j) Nu kommer der en ny og vigtig kommando:  
`invBinom(CumulativeProb, Num Trials, Prob, OutputForm)`

Skriv følgende og relater det til dine svar i spørgsmålene h) og i):

1. `invBinom(0.05,100,0.3,0)` ... man kan udelade 0.
2. `invBinom(0.05,100,0.3,1)`

Dette er en *invers* (omvendt) kommando, men *invers* af hvad?

Hvad er det denne kommando beregner?

Hvorfor er version 2. af kommandoen snedig? (Her antages det, at man synes, den er snedig.)

### **Et usædvanligt udfald eller ej? Det er spørgsmålet!**

#### **Version 2**

Opgave – gå tilbage til sektionen med stikprøven på side 5.

- a) Brug den viden, der nu er opnået til at bestemme det antal borgere, for hvilke den kumulerede sandsynlighed lige netop er under 5%, og det antal borgere for hvilken den kumulerede sandsynlighed er lige netop over 5%

Svaret kan man opnå med en enkelt kommando, men i det komplette svar skal dette inkluderes, så alt neden for understøtter svaret:

1. kommandoer i Nspire:  
    `binomcdf` og `invbinom`
2. Geogebra (brug søjlediagrammet)
3. Et søjlediagram i Nspire.