Forståelse for koblingen mellem invBinom og binomCdf i binomialtest

Antag en binomialmodel: $X \sim b(40, 0.35)$

Hvad beregner invBinom da for denne helt specifikke kommando?

$$\text{invBinom}(0.025,40,0.35) \blacktriangleright 8$$

Note:
$\text{binomCdf}(40,0.35,7) \blacktriangleright 0.012401$
$\text{binomCdf}(40,0.35,8) \blacktriangleright 0.030255$

Svar: Det mindste hele tal r, så $P(X \leq r) \geq 0{,}025$. Det er altså 8

Udgangspunktet for det efterfølgende er denne opgave fra tidligere.

En familie bruger en særlig 6-sidet juleterning, når de spiller om pakker til jul. På én af siderne er der en julemand.
I løbet af et spil kastes terningen i alt 72 gange.

Den stokastiske variabel X betegner antallet af gange, terningen lander med julemanden opad.

Det antages, at X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 72$ og sandsynlighedsparameter $p = \frac{1}{6}$.

Billedkilde: kickstarter

a) Bestem sandsynligheden $P(X = 10)$, og forklar, hvad dette tal betyder.

Familien ønsker at undersøge følgende nulhypotese:

Sandsynligheden er $\frac{1}{6}$ for, at terningen lander med julemanden opad.

I løbet af spillet lander terningen 16 gange med julemanden opad i de 72 kast.

b) Benyt et tosidet binomialtest med et signifikansniveau på 5 % til at vurdere, om nulhypotesen kan forkastes.

Fokus på spørgsmål b).

Under antagelse af, at nulhypotesen er sand, gælder følgende:

$$X \sim b\left(72, \frac{1}{6}\right)$$

1. Prøv at forstå Nspire-linjerne og besvar derefter:
   Hvorfor er det **mindste tal** i acceptområdet 6?
   Det er i venstre side nok lidt ret enkelt.

$$\text{invBinom}\left(0.025,72,\frac{1}{6},1\right) \blacktriangleright \begin{bmatrix} 5 & 0.013372 \\ 6 & 0.033275 \end{bmatrix}$$

$$\text{binomCdf}\left(72,\frac{1}{6},5\right) \blacktriangleright 0.013372$$

$$\text{binomCdf}\left(72,\frac{1}{6},6\right) \blacktriangleright 0.033275$$

2. Prøv at forstå Nspire-linjerne **OG** figurerne på den næste side og besvar derefter:
   Hvorfor er det **<u>største tal</u>** i acceptområdet 18?
   Det er i højre side nok vanskeligere at forstå, jævnfør samtalen i det seneste modul.

$$\mathrm{invBinom}\left(0.975,72,\frac{1}{6},1\right) \blacktriangleright \begin{bmatrix} 17 & 0.953786 \\ 18 & 0.975405 \end{bmatrix}$$

Note:

$$\mathrm{binomCdf}\left(72,\frac{1}{6},17\right) \blacktriangleright 0.953786$$

$$\mathrm{binomCdf}\left(72,\frac{1}{6},18\right) \blacktriangleright 0.975405$$

$$\mathrm{binomCdf}\left(72,\frac{1}{6},18,72\right) \blacktriangleright 0.046214$$

$$\mathrm{binomCdf}\left(72,\frac{1}{6},19,71\right) \blacktriangleright 0.024595$$

$$P(X\leq 17)+P(X)\geq(18)=0.953786+0.046214=1$$

$$\boxed{P(X\leq 18)}+P(X)\geq(19)=\boxed{0.975405}+\boxed{0.024595}=1$$

større end 97,5%

mindre end 2,5%

Vi er nødt til at "have 18 med" for at den kumulerede sandsynlighed for de resterende udfald er mindre end eller lig med 2,5%.

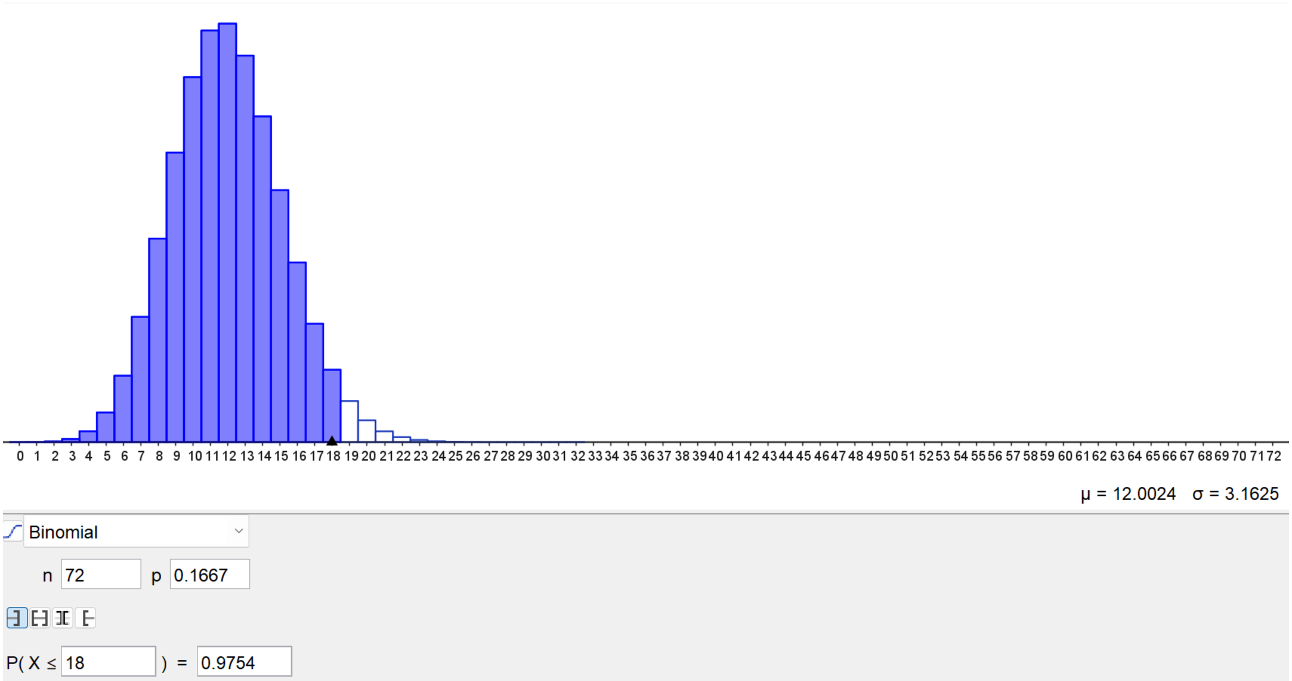
Gentager vi invBinom kommandoerne i eksemplerne, men denne gang med de enklere versioner, får man svaret mere direkte.

$$\mathrm{invBinom}\left(0.025,72,\frac{1}{6}\right) \blacktriangleright 6$$

$$\mathrm{invBinom}\left(0.975,72,\frac{1}{6}\right) \blacktriangleright 18$$

Området markeret med blåt er:

$$P(X \leq 18) = 97{,}54\%$$



Området markeret med blot er:

$$P(X \geq 19) = 2{,}46\%$$