



VEJLEDENDE ENKELTOPGAVER

Stx matematik B-niveau

Marts 2025

Forord til vejledende enkeltopgaver, stx B, marts 2025

Grundlaget for de skriftlige prøver i matematik stx B er beskrevet gennem henholdsvis læreplan, undervisningsvejledning, de vejledende og de stillede opgavesæt ved de skriftlige prøver.

Denne samling af vejledende enkeltopgaver kan ikke træde i stedet for læreplan og undervisningsvejledning, men skal alene ses som et supplerende materiale til støtte for undervisningen frem mod de skriftlige prøver. Opgaverne i denne samling viser, hvordan både nye og gamle emner kan komme til udtryk i henhold til 2024-læreplanen.

Opgavesamlingen udgør *ikke en udtømmende* beskrivelse af de opgavetyper, der kan og vil blive stillet ved de kommende skriftlige prøver, men repræsenterer en række forskelligartede måder, hvorpå et emne kan optræde i opgaver ved den skriftlige prøve. Antallet af opgaver inden for et bestemt emne er *ikke udtryk for en vægtning af det pågældende emne*. Opgavesamlingen er heller *ikke et udtryk for forholdet mellem lette og svære opgaver* i et prøvesæt

Opgavesamlingen er udarbejdet af opgavekommissionen for matematik stx med støtte fra Matematiklærerforeningen.

Indholdsfortegnelse

Indhold

1. Eksempler på Opgave 1-spørgsmål	3
2. Tal og algebra	19
Delprøve 1	19
Delprøve 2	24
3. Geometri og trigonometri	26
Delprøve 1	26
Delprøve 2	39
4. Funktioner og infinitesimalregning	41
Delprøve 1	41
Delprøve 2	57
5. Deskriptiv statistik	69
Delprøve 1	69
6. Kombinatorik og sandsynlighedsregning	74
Delprøve 1	74
Delprøve 2	77

1. Eksempler på Opgave 1-spørgsmål

1.D1.1

a) Løs følgende ligning ved hjælp af ligningsregler

$$4 \cdot (x - 3) = 32.$$

1.D1.2

a) Løs følgende ligning ved hjælp af ligningsregler

$$\frac{x + 14}{2} = 10.$$

1.D1.3

a) Undersøg, om $x = 3$ er en løsning til ligningen

$$5 \cdot (x - 1) = x + 7.$$

1.D1.4

Der er givet formlen

$$W = \frac{\sqrt{U + V}}{5}.$$

a) Bestem W , hvis $U = 60$ og $V = 40$.

1.D1.5

a) Reducér udtrykket

$$a^3 \cdot a^5.$$

1.D1.6

a) Reducér udtrykket

$$\frac{a^7}{a^2}.$$

1.D1.7

a) Reducér udtrykket

$$2 \cdot (a - 3).$$

1.D1.8

a) Reducér udtrykket

$$(5 - b)^2.$$

1.D1.9

a) Isolér T i udtrykket

$$3 \cdot S + T = 5.$$

1.D1.10 En akties pris er steget fra 200 kr. til 250 kr.

- a) Bestem den procentvise stigning i aktiens pris.

1.D1.11 Christian indsætter et beløb på en konto i en bank til en fast årlig rente på 3,2 %.

- a) Bestem den tilhørende fremskrivningsfaktor.

1.D1.12



Billedkilde: pixabay

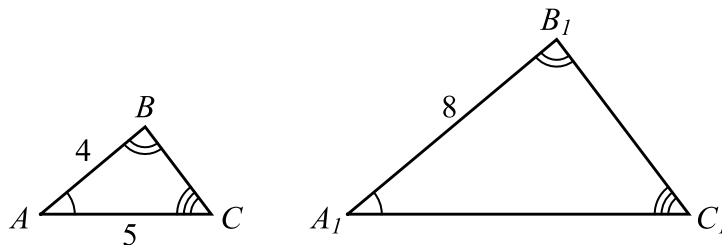
Beløbet på en bankkonto med en fast årlig procentvis rente kan beskrives ved formlen

$$K = 19000 \cdot 1,02^n,$$

hvor K er beløbets størrelse, målt i kr., og n er antal år, efter at beløbet blev indsat.

- a) Gør rede for betydningen af tallet 19000 i formlen.

1.D1.13

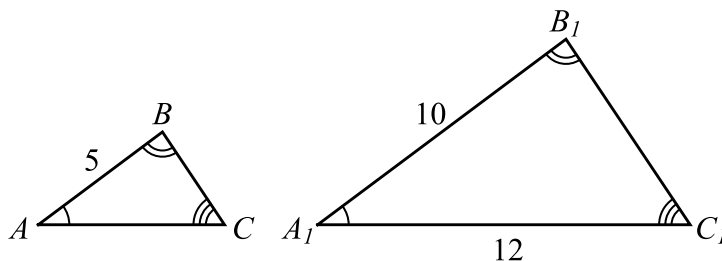


Figuren viser to ensvinklede trekanter ABC og $A_1B_1C_1$.

Nogle af trekanternes mål er angivet på figuren.

- a) Bestem længden af siden b_1 .

1.D1.14



På figuren ses to ensvinklede trekanter ABC og $A_1B_1C_1$.

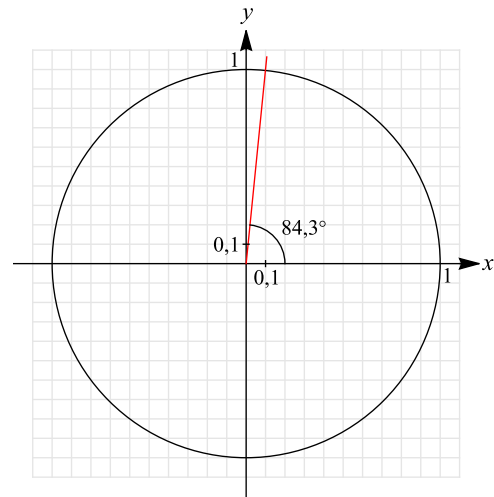
Nogle af trekanternes mål er angivet på figuren.

- a) Bestem længden af siden b .

1.D1.15

Figuren viser enhedscirklen, hvor en vinkel på $84,3^\circ$ er indtegnet.

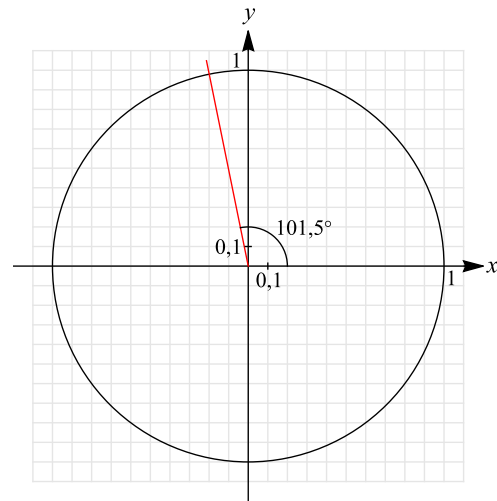
- a) Bestem $\cos(84,3^\circ)$.
Brug bilaget.



1.D1.16

Figuren viser enhedscirklen, hvor en vinkel på $101,5^\circ$ er indtegnet.

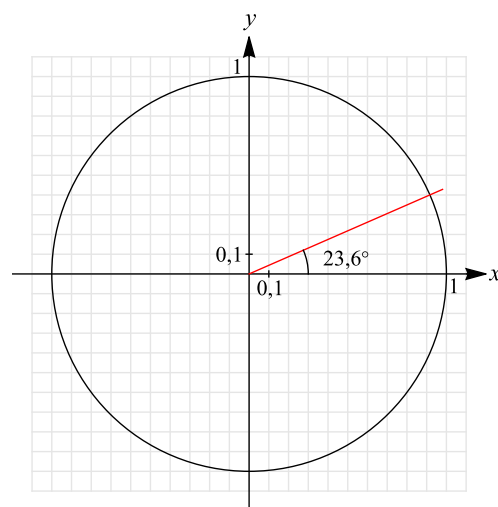
- a) Bestem $\cos(101,5^\circ)$.
Brug bilaget.



1.D1.17

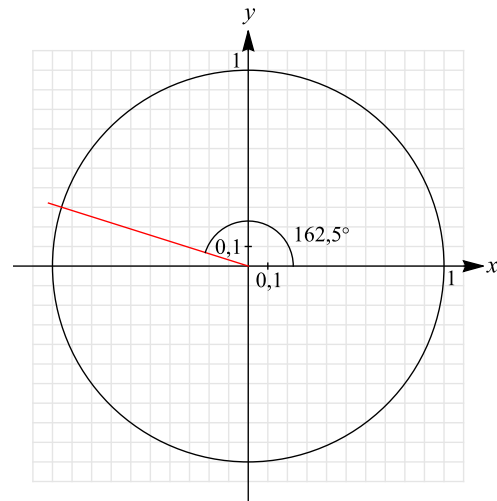
Figuren viser enhedscirklen, hvor en vinkel på $23,6^\circ$ er indtegnet.

- a) Bestem $\sin(23,6^\circ)$.
Brug bilaget.



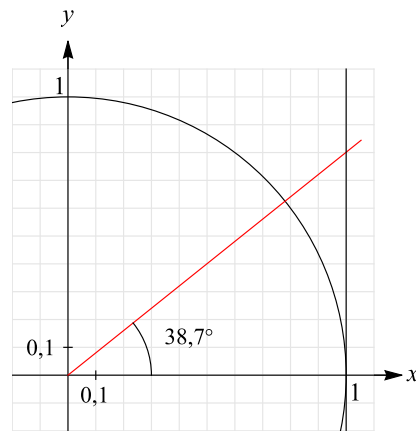
1.D1.18 Figuren viser enhedscirklen, hvor en vinkel på $162,5^\circ$ er indtegnet.

- a) Bestem $\sin(162,5^\circ)$.
Brug bilaget.



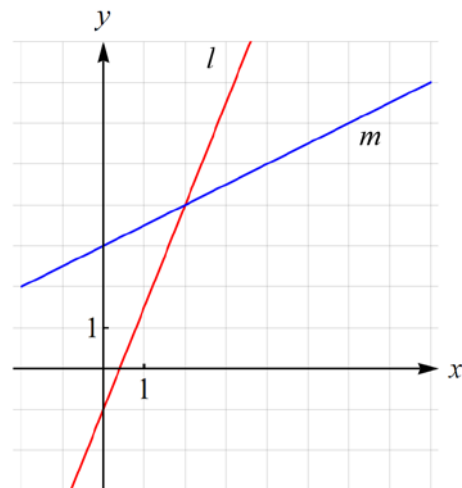
1.D1.19 Figuren viser enhedscirklen, hvor en vinkel på $38,7^\circ$ er indtegnet.

- a) Bestem $\tan(38,7^\circ)$.
Brug bilaget.



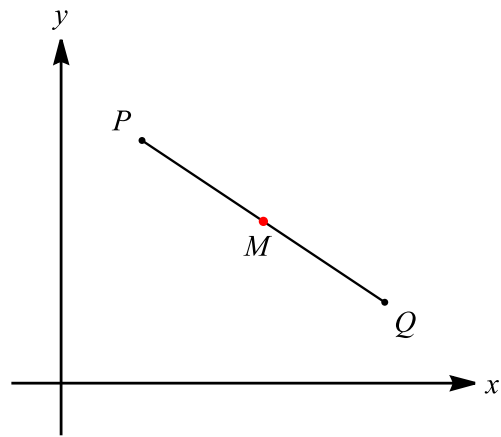
1.D1.20 På figuren ses to linjer l og m .

- a) Aflæs koordinatsættet til skæringspunktet mellem de to linjer.
Brug bilaget.



1.D1.21 I et koordinatsystem er punkterne $P(2,6)$ og $Q(8,2)$ givet.

- a) Bestem koordinatsættet til midtpunktet M for linjestykket PQ .



1.D1.22 En linje l har hældningen -3 , og en linje m har hældningen $\frac{1}{2}$.

- a) Vis, at linjerne l og m ikke er ortogonale.

1.D1.23 En cirkel er givet ved ligningen

$$(x-5)^2 + (y-2)^2 = 16.$$

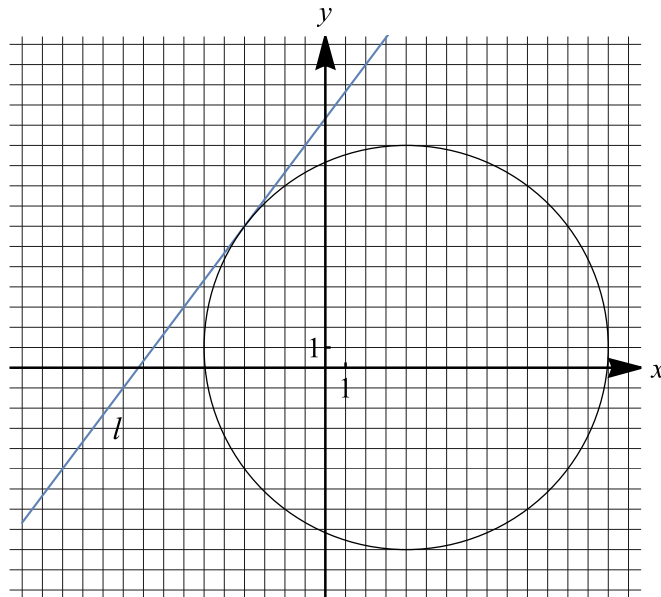
- a) Bestem koordinatsættet til cirkelns centrum.

1.D1.24 En cirkel er givet ved ligningen

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 = 9.$$

- a) Bestem cirkelns radius.

1.D1.25



På figuren ses en linje l og en cirkel.

Linjen er tangent til cirklen.

- a) Aflæs koordinatsættet til det punkt, hvor linjen rører cirklen.
Brug bilaget.

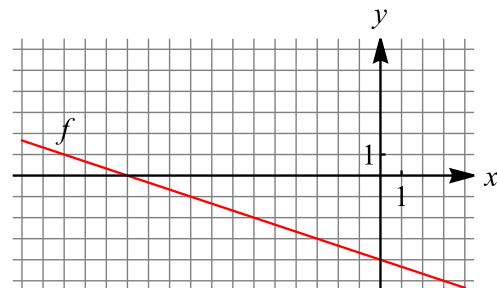
1.D1.26

En funktion f er givet ved

$$f(x) = a \cdot x - 4, \text{ hvor } a \text{ er et tal.}$$

På figuren ses grafen for f .

- a) Bestem tallet a .
Brug bilaget.



1.D1.27

En linje

$$l: y = a \cdot x + b$$

har hældningen $a = 5$ og går gennem punktet $P(1, 7)$.

- a) Bestem tallet b .

1.D1.28

En linje l er givet ved ligningen

$$y = 6x - 29.$$

- a) Undersøg, om punktet $P(7, 15)$ ligger på linjen l .

1.D1.29 Jesper træner i det lokale fitnesscenter.

Den samlede pris, som Jesper skal betale for medlemskab og brug af fitnesscentret i et år, kan beskrives ved

$$f(x) = 35x + 1200,$$

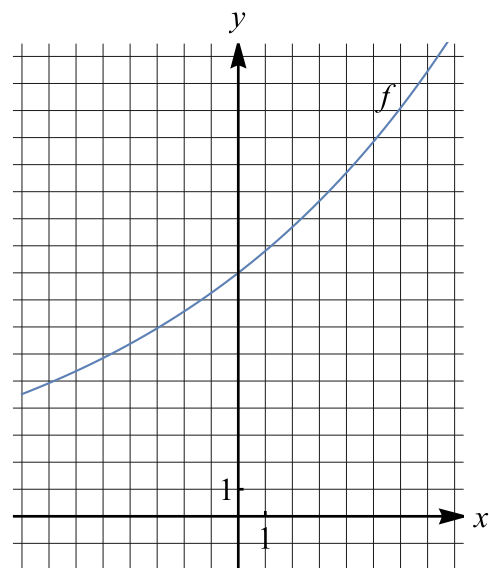
hvor $f(x)$ er den samlede pris (målt i kr.), og x er det antal gange, Jesper har benyttet centret i løbet af året.

- a) Hvad fortæller tallet 35 om Jespers udgifter til fitnesscenteret?

1.D1.30 Figuren viser grafen for en eksponentiel udvikling f givet ved

$$f(x) = b \cdot a^x.$$

- a) Bestem tallet b .
Brug bilaget.



1.D1.31 En eksponentiel udvikling f er givet ved

$$f(x) = 3 \cdot 1,47^x.$$

- a) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem grafen for f og y -aksen.

1.D1.32 For en bestemt web-shop kan udviklingen i den årlige omsætning beskrives ved

$$f(x) = 2,7 \cdot 1,16^x,$$

hvor $f(x)$ er den årlige omsætning (målt i mio. kr.), og x er antal år efter 2020.

- a) Hvad fortæller tallet 1,16 om udviklingen i web-shoppens omsætning?

1.D1.33 Mængden af koffein i en persons krop efter at have drukket en kop kaffe kan beskrives ved

$$f(x) = 200 \cdot 0,87^x,$$

hvor $f(x)$ er koffeinmængden (målt i mg), og x er antallet af timer, efter at kaffen blev drukket.

- a) Hvad fortæller tallet 0,87 om udviklingen i koffeinmængden i personens krop?

1.D1.34 Produktionen af en bestemt vare i en virksomhed kan beskrives ved en model f givet ved

$$f(x) = 1300 \cdot 0,96^x,$$

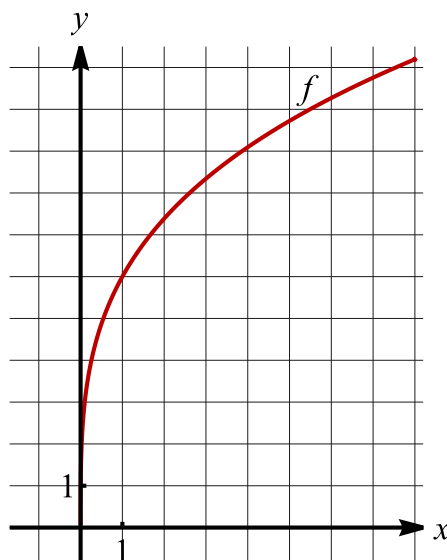
hvor $f(x)$ er mængden af den producerede vare, og x er antal år efter 2017.

- a) Har virksomhedens produktion af varen været voksende eller aftagende efter 2017? Begrund svaret.

1.D1.35 Figuren viser grafen for en potensfunktion f givet ved

$$f(x) = b \cdot x^a.$$

- a) Bestem tallet b .
Brug bilaget.



1.D1.36 En parabel er graf for andengradspolynomiet f bestemt ved

$$f(x) = x^2 + 2 \cdot x - 1.$$

- a) Bestem koordinatsættet til parablens skæringspunkt med y -aksen.

1.D1.37 En parabel er graf for et andengradspolynomium f givet ved

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 1.$$

- a) Bestem x -koordinaten til parablens toppunkt.

1.D1.38 Et andengradspolynomium f er bestemt ved

$$f(x) = x^2 + 2 \cdot x - 3.$$

- a) Bestem diskriminanten d .

1.D1.39 Et andengradspolynomium f er givet ved

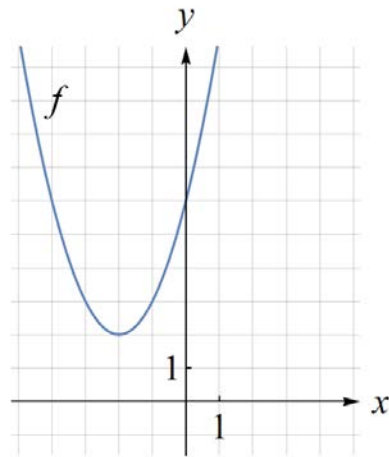
$$f(x) = 2x^2 - 4x - 5.$$

- a) Undersøg, om $x = 3$ er nulpunkt i $f(x)$.

1.D1.40 Figuren viser grafen for et andengrads-
polynomium f bestemt ved

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

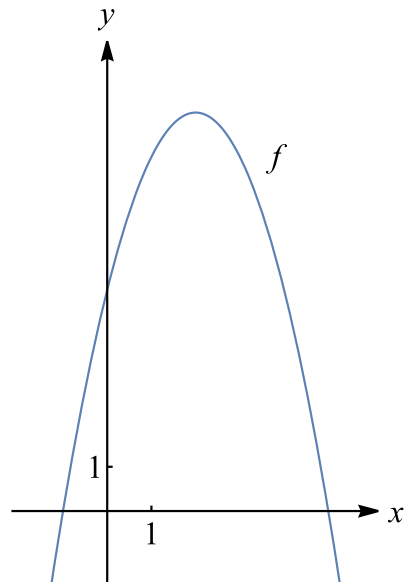
- a) Aflæs tallet c .
Brug bilaget.



1.D1.41 Figuren viser grafen for et andengrads-
polynomium f bestemt ved

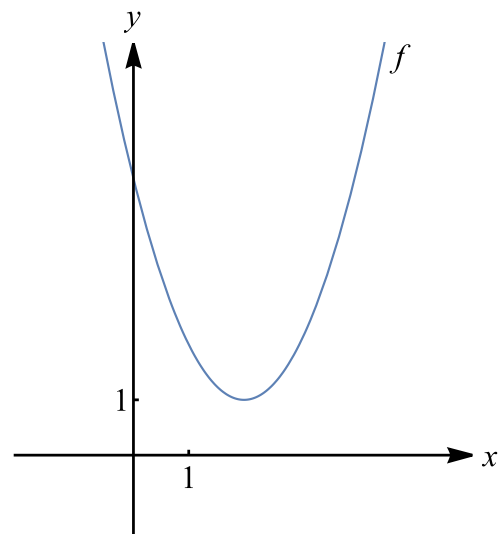
$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

- a) Bestem fortegnet for tallet a .



1.D1.42 Figuren viser grafen for et andengrads-polynomium f med diskriminant d .

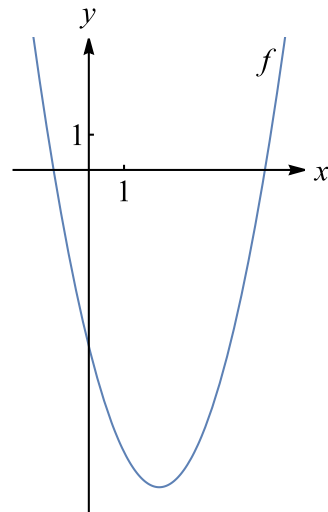
- a) Bestem fortegnet for tallet d .



1.D1.43 Figuren viser grafen for et andengrads-polynomium f bestemt ved

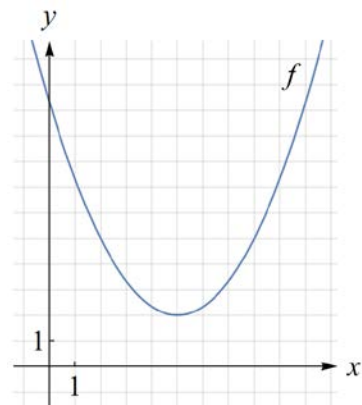
$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

- a) Bestem fortegnet for tallet b .
Brug bilaget.



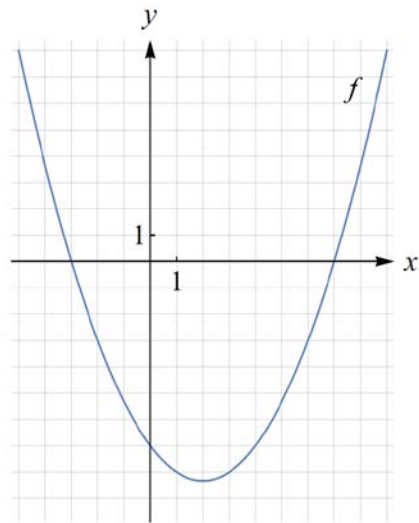
1.D1.44 Figuren viser en parabel.

- a) Aflæs koordinatsættet til parablens toppunkt.
Brug bilaget.



1.D1.45 Figuren viser grafen for et andengradspolynomium f .

- a) Aflæs rødderne i f .
Brug bilaget.



1.D1.46 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^2 + 4x - 15.$$

- a) Bestem $f(3)$.

1.D1.47 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \ln(x) + x.$$

- a) Bestem $f(1)$.

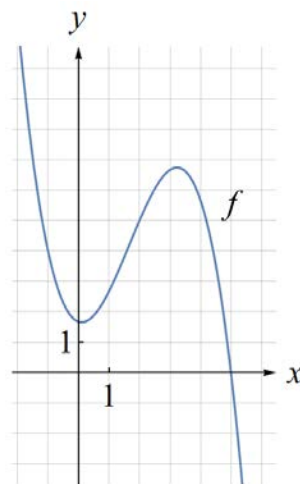
1.D1.48 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3.$$

- a) Bestem $f(2)$.

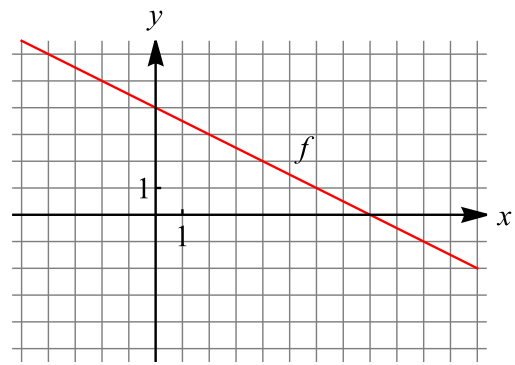
1.D1.49 På figuren ses grafen for en funktion f .

- a) Bestem $f(2)$.
Brug bilaget.



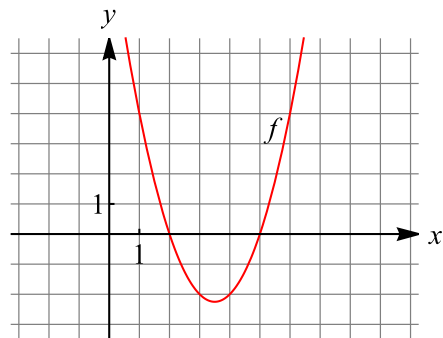
1.D1.50 På figuren ses grafen for en lineær funktion f .

- a) Løs ligningen $f(x) = 0$ grafisk.
Brug bilaget.



1.D1.51 På figuren ses grafen for et andengradspolynomium f .

- a) Løs ligningen $f(x) = 4$ grafisk.
Brug bilaget.



1.D1.52 Givet $f(x) = 5x$.

- a) Bestem $f'(x)$.

1.D1.53 Givet $f(x) = 3x^2$.

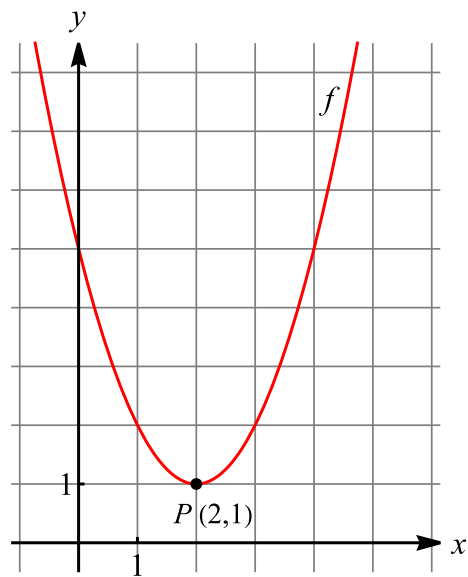
- a) Bestem $f'(x)$.

1.D1.54 Givet $f(x) = 4 \cdot \ln(x)$.

- a) Bestem $f'(x)$.

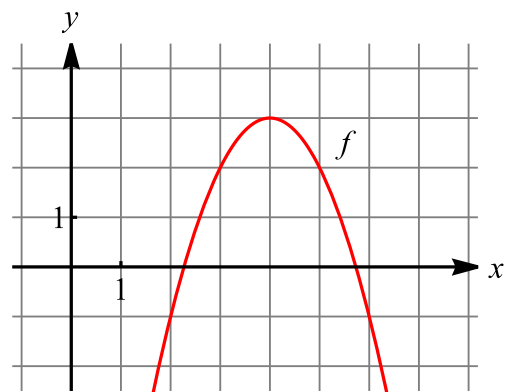
1.D1.55 Parablen på figuren er graf for en funktion f .
Parablens toppunkt er $T(2,1)$.

- a) Bestem $f'(2)$.
Brug bilaget.



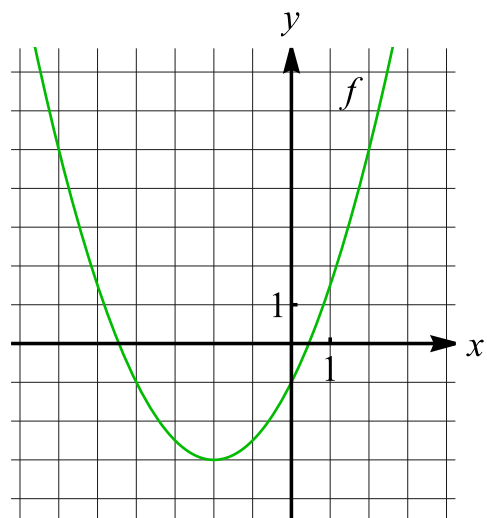
1.D1.56 Figuren viser grafen for et andengrads-polynomium f .

- a) Bestem x -koordinaten til det punkt på graf, hvor der er vandret tangent.
Brug bilaget.



1.D1.57 Figuren viser grafen for et andengrads-polynomium f .

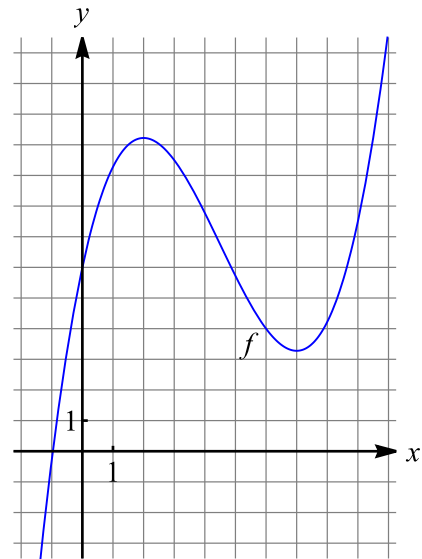
- a) Aflæs på grafen løsningen til ligningen $f'(x) = 0$.
Brug bilaget.



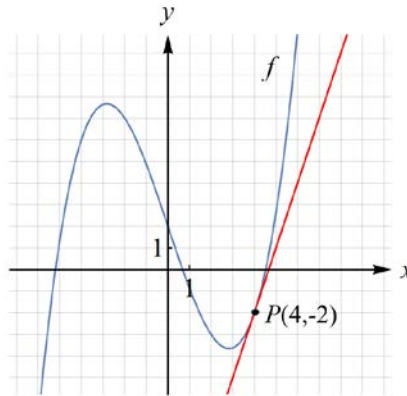
1.D1.58

På figuren ses grafen for et tredjegradspolynomium f .

- a) I hvilket interval er funktionen aftagende?
Brug bilaget.



1.D1.59



Figuren viser grafen for en funktion f og tangenten til grafen i punktet $P(4, -2)$.

- a) Bestem tangentens hældning ved aflæsning på figuren.
Brug bilaget.

1.D1.60

Nedenfor ses løbetiderne i sekunder for 8 elever på en bestemt strækning

42, 43, 44, 47, 49, 51, 53, 54.

- a) Bestem medianen for løbetiderne.

1.D1.61

Et ugrupperet datasæt består af observationerne

22, 25, 31, 32, 34, 36, 41, 44, 50, 52, 60.

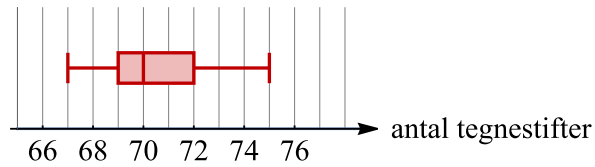
- a) Bestem nedre kvartil.

1.D1.62 Et ugrupperet datasæt består af nedenstående 20 observationer

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6.

- a) Tegn et søjlediagram over datasættet.
Brug bilaget.

1.D1.63

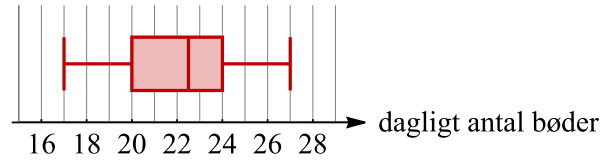


For en bestemt type tegnestifter har man optalt antallet af tegnestifter pr. æske.

Figuren viser et boksplot over antallet af tegnestifter pr. æske.

- a) Bestem kvartilsættet.
Brug bilaget.

1.D1.64

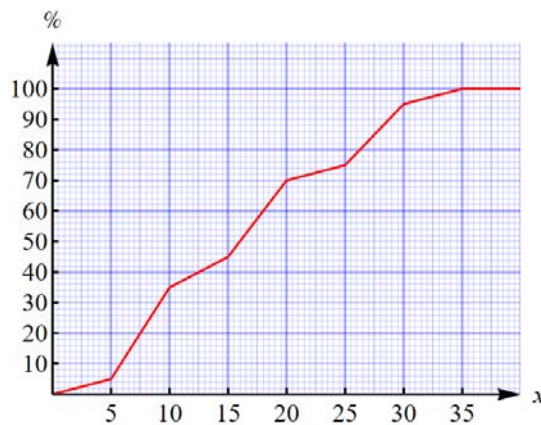


I et bestemt område har man i en måned registreret antallet af parkeringsbøder pr. dag.

Figuren viser et boksplot over antallet af parkeringsbøder pr. dag.

- a) Bestem kvartilbredden.
Brug bilaget.

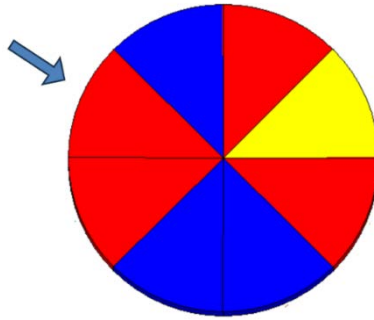
1.D1.65



Figuren viser sumkurven for et observationssæt.

- a) Bestem øvre kvartil.
Brug bilaget.

1.D1.66

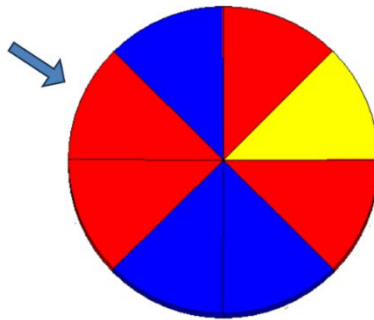


Figuren viser et lykkehjul med 8 felter. Lykkehjulet drejes, og spillets udfald er det felt, pilen peger på, når hjulet stopper. Alle felter har samme sandsynlighed.

Lykkehjulet drejes én gang.

- a) Bestem sandsynligheden for, at pilen peger på enten et rødt felt eller et gult felt.

1.D1.67



Figuren viser et lykkehjul med 8 felter. Lykkehjulet drejes, og spillets udfald er det felt, pilen peger på, når hjulet stopper. Alle felter har samme sandsynlighed.

Lykkehjulet drejes 2 gange.

- a) Bestem sandsynligheden for, at pilen peger på et blåt felt begge gange.

1.D1.68

- a) Bestem $K(7,2)$.

1.D1.69

En stokastisk variabel X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 12$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,4$.

- a) Bestem middelværdien af X .

2. Tal og algebra

Delprøve 1

2.D1.1

a) Reducér udtrykket

$$\frac{a^3 - 4a}{a}.$$

2.D1.2

a) Reducér udtrykket

$$\frac{a^5 \cdot a^3}{a^2}.$$

2.D1.3

a) Reducér udtrykket

$$3 \cdot (a + b) - 2a.$$

2.D1.4

a) Reducér udtrykket

$$a \cdot (a + b) - a^2.$$

2.D1.5

a) Reducér udtrykket

$$(a - b)^2 - a^2.$$

2.D1.6

a) Reducér udtrykket

$$(a + b) \cdot (a - b) + a^2 + 2b^2.$$

2.D1.7

a) Reducér udtrykket

$$(2a + b) \cdot (2a - b) + b^2.$$

2.D1.8

a) Løs følgende ligning ved hjælp af ligningsregler

$$3 \cdot (x - 2) = 21 - 6x.$$

2.D1.9

a) Løs følgende ligning ved hjælp af ligningsregler

$$\frac{x + 4}{2} = 5.$$

2.D1.10

a) Løs ligningen

$$(x-5) \cdot \sqrt{x} = 0.$$

2.D1.11

a) Løs ligningen

$$\ln(x) \cdot (6-3x) = 0.$$

2.D1.12

a) Bestem tallet k , så $x=3$ er en løsning til ligningen

$$x^3 = k \cdot x + 6.$$

2.D1.13

En andengradsligning er givet ved

$$x^2 - 7x + 10 = 0.$$

a) Bestem diskriminanten d , og forklar, hvad værdien af d fortæller om antallet af løsninger til ligningen.

2.D1.14

Der er givet andengradsligningen

$$2x^2 + 2x - 12 = 0.$$

a) Bestem diskriminanten d , og løs andengradsligningen.

2.D1.15

En andengradsligning er givet ved

$$4x^2 - 7x + c = 0, \text{ hvor } c \text{ er et tal.}$$

a) Bestem tallet c , når det oplyses, at $x=3$ er en løsning til ligningen.

2.D1.16

En andengradsligning er givet ved

$$-x^2 + b \cdot x - 6 = 0, \text{ hvor } b \text{ er et tal.}$$

a) Bestem tallet b , når det oplyses, at $x=2$ er en løsning til ligningen.

2.D1.17

a) Bestem tallet c , så andengradsligningen

$$2x^2 + 12x + c = 0$$

har netop én løsning.

2.D1.18

a) Bestem de værdier af b , hvor andengradsligningen

$$x^2 + b \cdot x + 16 = 0$$

har netop én løsning.

2.D1.19

a) Isolér V i udtrykket

$$4 \cdot V - W = 7.$$

2.D1.20

a) Isolér y i ligningen

$$15x + 5y - 50 = 0.$$

2.D1.21

a) Isolér L i udtrykket

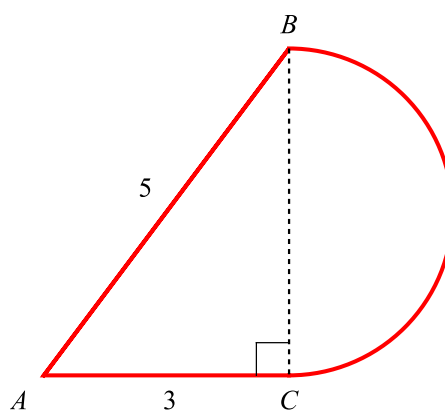
$$\frac{2 \cdot L + M}{N} = 9.$$

2.D1.22

Figuren til højre består af en retvinklet trekant ABC og en halvcirkel.

Det oplyses, at $|AB| = 5$ og $|AC| = 3$.

a) Bestem arealet af figuren.

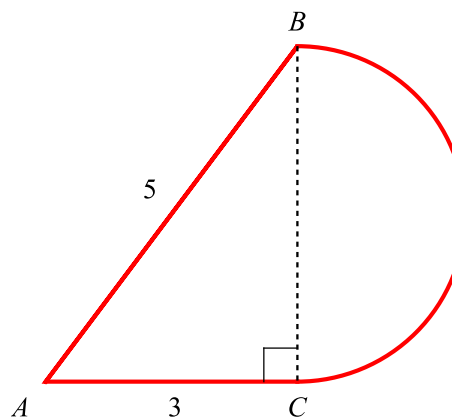


2.D1.23

Figuren til højre består af en retvinklet trekant ABC og en halvcirkel.

Det oplyses, at $|AB| = 5$ og $|AC| = 3$.

a) Bestem omkredsen af figuren.

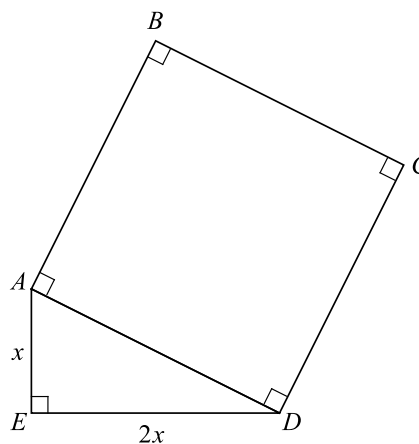


2.D1.24 Figuren til højre viser en femkant $ABCDE$.

Femkanten består af den retvinklede trekant ADE og kvadratet $ABCD$.

Det oplyses, at $|AE| = x$ og $|DE| = 2x$.

- a) Bestem arealet af femkant $ABCDE$ udtrykt ved x .

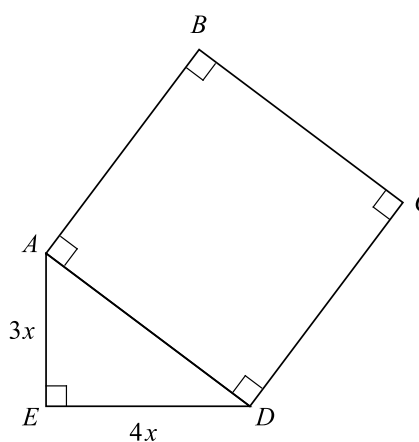


2.D1.25 Figuren til højre viser en femkant $ABCDE$.

Femkanten består af den retvinklede trekant ADE og kvadratet $ABCD$.

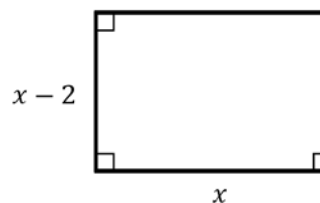
Det oplyses, at $|AE| = 3x$ og $|DE| = 4x$.

- a) Bestem omkredsen af femkant $ABCDE$ udtrykt ved x .



2.D1.26 Figuren viser et rektangel med sidelængderne x og $x - 2$.

- a) Bestem x , så rektanglet får arealet 15.



2.D1.27

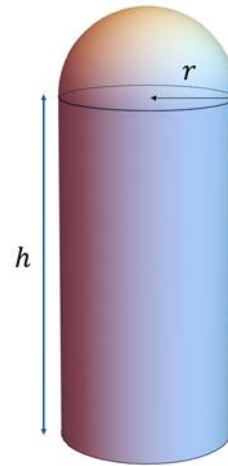
Figuren viser en model af en pullert, der bruges til trafiksikring.

En pullert består af en cylinder med radius r og højde h , og ovenpå cylinderen er der placeret en halvkugle med radius r .

Overfladearealet A af en sådan pullert kan beregnes med formlen

$$A = 2\pi \cdot r \cdot (h + r).$$

- a) Bestem overfladearealet af en pullert, hvor højden af cylinderen er 80 cm, og radius af halvkuglen er 20 cm.



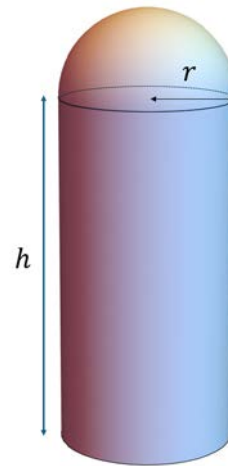
2.D1.28

Figuren viser en model af en pullert, der bruges til trafiksikring.

En pullert består af en cylinder med radius r og højde h , og ovenpå cylinderen er der placeret en halvkugle med radius r .

- a) Vis, at overfladearealet A af en sådan pullert kan beregnes med formlen

$$A = 2\pi \cdot r \cdot (h + r).$$



Delprøve 2

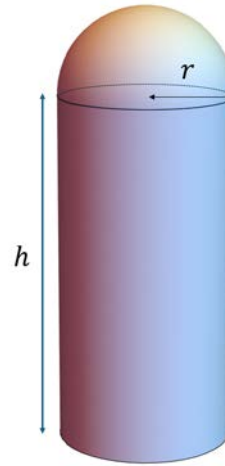
2.D2.1 Figuren viser en model af en pullert, der bruges til trafiksikring.

En pullert består af en cylinder med radius r og højde h , og ovenpå cylinderen er der placeret en halvkugle med radius r .

Rumfanget V af en sådan pullert kan beregnes med formlen

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot \left(h + \frac{2}{3}r\right).$$

- a) Bestem rumfanget af en pullert, hvor højden af cylinderen er 120 cm, og radius af halvkuglen er 25 cm.

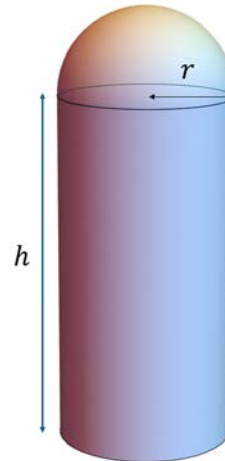


2.D2.2 Figuren viser en model af en pullert, der bruges til trafiksikring.

En pullert består af en cylinder med radius r og højde h , og ovenpå cylinderen er der placeret en halvkugle med radius r .

- a) Vis, at rumfanget af en sådan pullert kan beregnes med formlen

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot \left(h + \frac{2}{3}r\right).$$



2.D2.3 Erfaring viser, at følgende model kan anvendes til at afgøre, om kvæg får såkaldt "hede-stress"

$$H = 0,8 \cdot T + R \cdot (T - 14,4) + 46,4 ,$$

hvor H er hedeindeks-værdien, T er lufttemperaturen (målt i $^{\circ}\text{C}$), og R er luftfugtigheden (i decimaltal).

Det oplyses, at der er risiko for, at kvæg får hede-stress ved H -værdier over 68.

- a) Undersøg, om der er risiko for, at kvæg får hede-stress, hvis lufttemperaturen er 25°C , og luftfugtigheden er 65 %.

Kilde: pericoli

2.D2.4 I en model kan dugpunktet beregnes ved hjælp af formlen

$$D = \frac{243,0 \cdot N}{1 - N},$$

hvor D er dugpunktet (målt i °C), og

$$N = \frac{\ln(R) + \frac{17,6 \cdot T}{243,0 + T}}{17,6}.$$

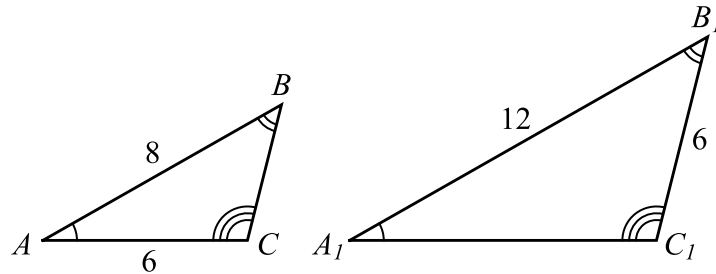
R er den relative luftfugtighed, og T er lufttemperaturen (målt i °C).

- a) Bestem dugpunktet D , hvis $R = 0,65$ og $T = 32$.

3. Geometri og trigonometri

Delprøve 1

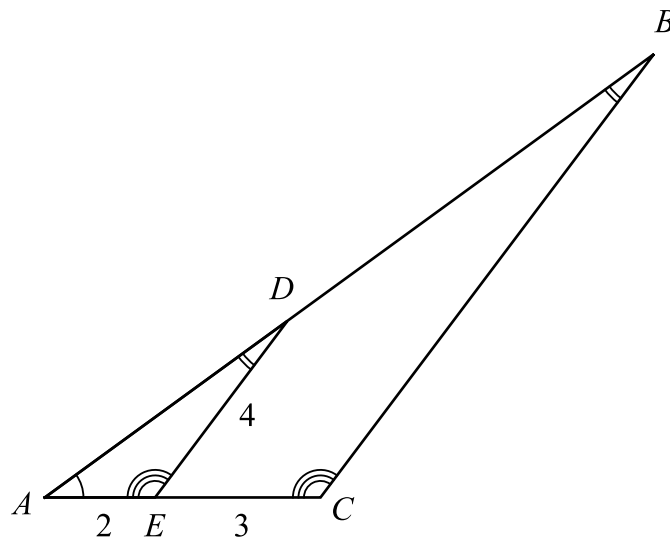
3.D1.1



Figuren viser to ensvinklede trekanter ABC og $A_1B_1C_1$.
Nogle af trekanternes mål er angivet på figuren.

- a) Bestem længden af siderne BC og A_1C_1 .

3.D1.2



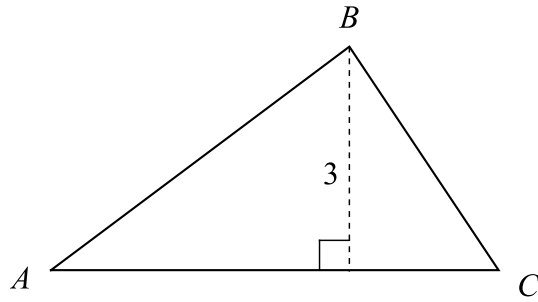
Figuren viser to ensvinklede trekanter ABC og ADE .

Det oplyses, at $|AE| = 2$, $|EC| = 3$ og $|ED| = 4$.

- a) Bestem længden af siden BC .

3. Geometri og trigonometri

3.D1.3



Figuren viser trekant ABC .

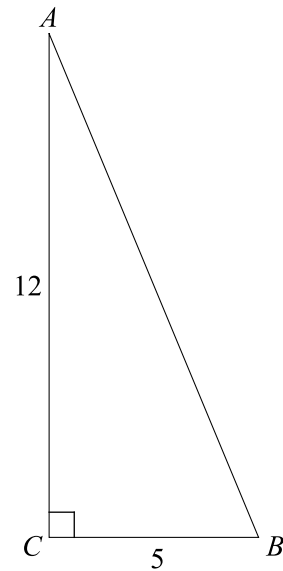
Det oplyses, at arealet af trekant ABC er 9, og at højden på siden b er 3.

- a) Bestem længden af siden AC .

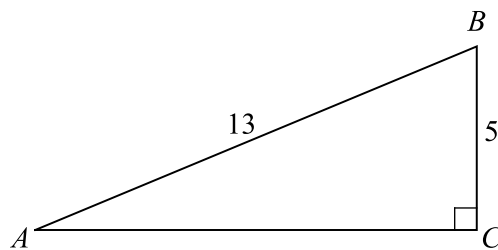
3.D1.4

Figuren viser den retvinklede trekant ABC . Nogle af trekantens mål er angivet på figuren.

- a) Bestem længden af siden c .



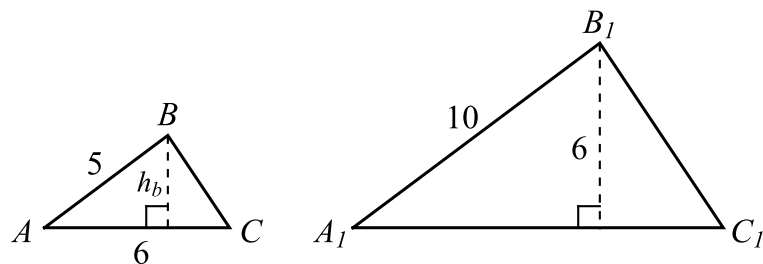
3.D1.5



Figuren viser en retvinklet trekant ABC . Nogle af trekantens mål er angivet på figuren.

- a) Bestem længden af siden b , og bestem arealet af trekant ABC .

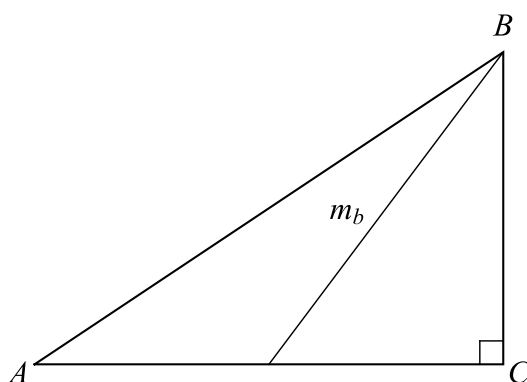
3.D1.6



På figuren ses to ensvinklede trekanter ABC og $A_1B_1C_1$.
Nogle af trekanternes mål er angivet på figuren.

- a) Bestem h_b , og bestem arealet af trekant ABC .

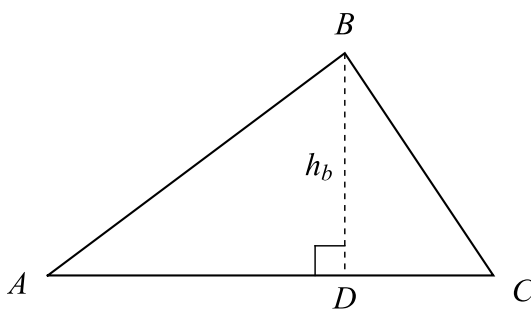
3.D1.7



På figuren ses den retvinklede trekant ABC .
Det oplyses, at $|AC| = 12$, og at medianen $m_b = 10$.

- a) Bestem længden af siden BC .

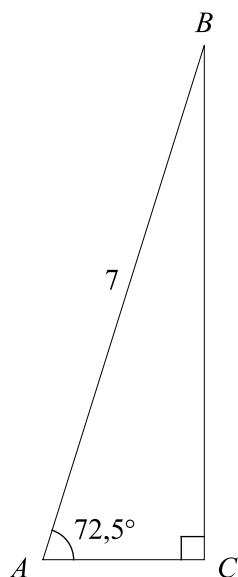
3.D1.8



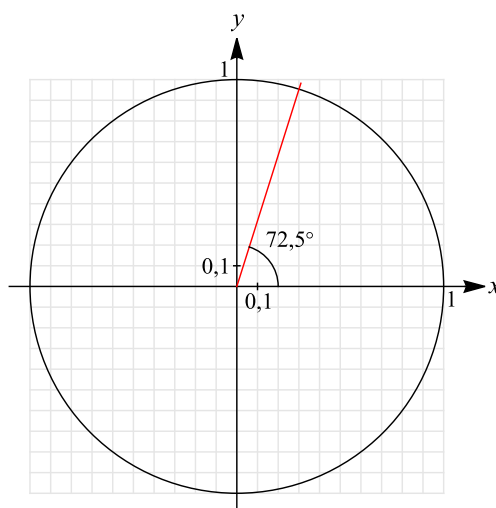
Figuren viser trekant ABC .
Det oplyses, at $|AB| = 5$, $h_b = 3$, og at arealet af trekant ABC er 9.

- a) Bestem længden af linjestykket AC , og bestem længden af linjestykket DC .

3.D1.9



Figur 1

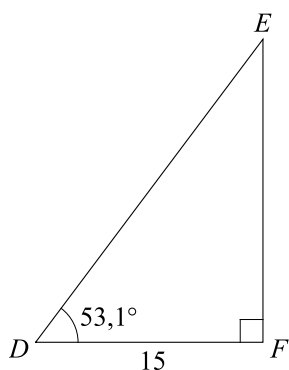


Figur 2

Figur 1 viser den retvinklede trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Figur 2 viser enhedscirklen, hvor trekantens vinkel A er indtegnet.

- a) Benyt en formel til at bestemme længden af siden b .
Brug bilaget.

3.D1.10

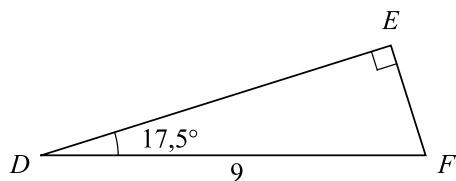


Trigonometritabel med én decimals nøjagtighed			
v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	$\tan(v)$
$53,1^\circ$	0,6	0,8	1,3

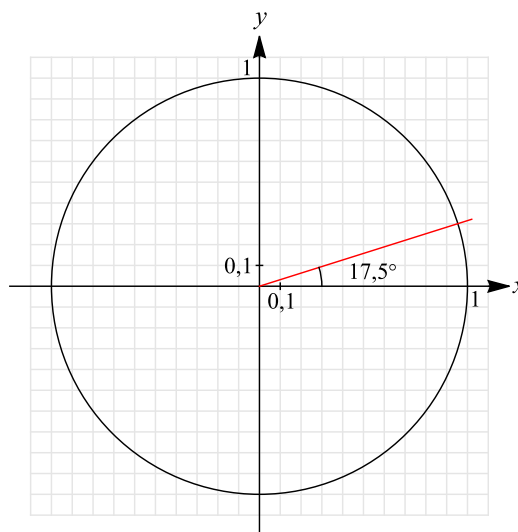
Figuren viser den retvinklede trekant DEF . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Tabellen viser udvalgte tabelværdier for cosinus, sinus og tangens.

- a) Benyt en formel til at bestemme længden af siden f .

3.D1.11



Figur 1

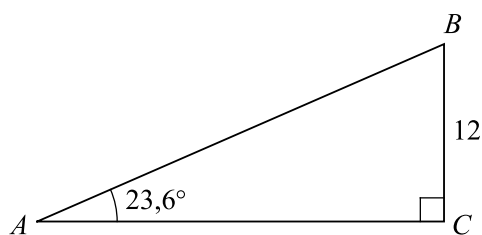


Figur 2

Figur 1 viser den retvinklede trekant DEF . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Figur 2 viser enhedscirklen, hvor trekantens vinkel D er indtegnet.

- a) Benyt en formel til at bestemme længden af siden d .
Brug bilaget.

3.D1.12

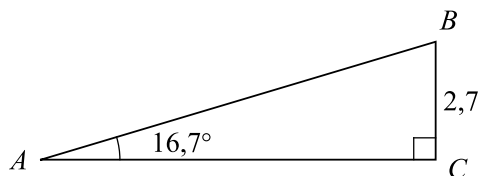


Trigonometritabel med én decimals nøjagtighed			
v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	$\tan(v)$
$23,6^\circ$	0,9	0,4	0,4

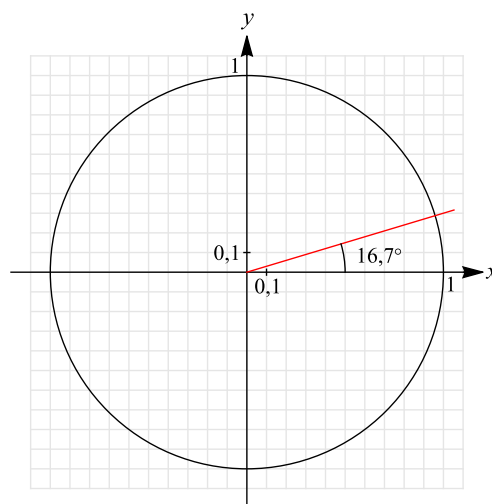
Figuren viser den retvinklede trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Tabellen viser udvalgte tabelværdier for cosinus, sinus og tangens.

- a) Benyt en formel til at bestemme længden af siden c .

3.D1.13



Figur 1

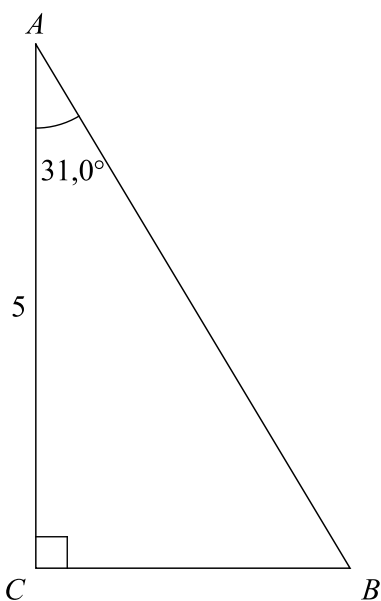


Figur 2

Figur 1 viser den retvinklede trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Figur 2 viser enhedscirklen, hvor trekantens vinkel A er indtegnet.

- a) Benyt en formel til at bestemme længden af siden b .
Brug bilaget.

3.D1.14



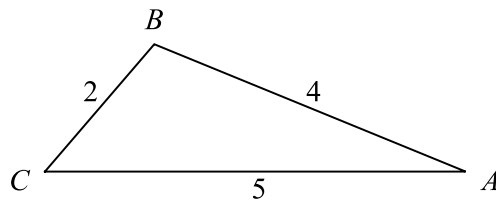
Trigonometritabel med én decimals nøjagtighed			
v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	$\tan(v)$
$31,0^\circ$	0,9	0,5	0,6

Figuren viser den retvinklede trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Tabellen viser udvalgte tabelværdier for cosinus, sinus og tangens.

- a) Benyt en formel til at bestemme længden af siden a .

3. Geometri og trigonometri

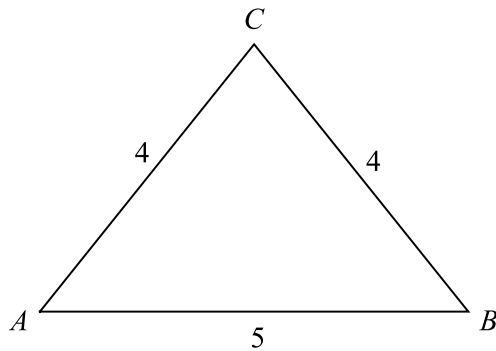
3.D1.15



Figuren viser trekant ABC. Nogle af trekantens mål fremgår af figuren.

- a) Bestem $\cos(C)$.

3.D1.16

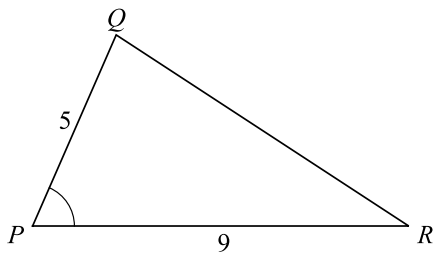


Figuren viser trekant ABC. Nogle af trekantens mål fremgår af figuren.

- a) Gør rede for, at

$$\cos(A) = \frac{5}{8}.$$

3.D1.17



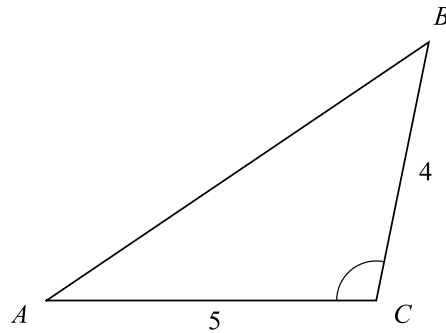
Trigonometritabel med én decimals nøjagtighed		
$\cos(P)$	$\sin(P)$	$\tan(P)$
0,4	0,9	2,3

Figuren viser trekant PQR. Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Tabellen viser udvalgte tabelværdier for cosinus, sinus og tangens.

- a) Gør rede for, at $p = \sqrt{70}$.

3. Geometri og trigonometri

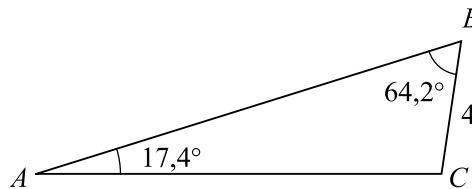
3.D1.18



Figuren viser trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Det oplyses, at $\cos(C) = -0,2$.

- a) Bestem længden af siden c .

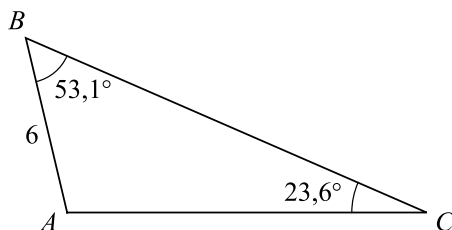
3.D1.19



Figuren viser trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Det oplyses, at $\sin(17,4^\circ) = 0,3$ og $\sin(64,2^\circ) = 0,9$.

- a) Bestem længden af siden b i trekant ABC .

3.D1.20



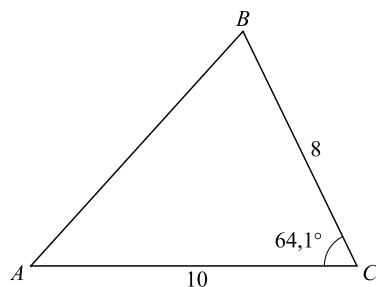
Trigonometritabel med én decimals nøjagtighed			
v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	$\tan(v)$
$23,6^\circ$	0,9	0,4	0,4
$53,1^\circ$	0,6	0,8	1,3

Figuren viser trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren. Tabellen viser udvalgte tabelværdier for cosinus, sinus og tangens.

- a) Bestem længden af siden b i trekant ABC .

3. Geometri og trigonometri

3.D1.21

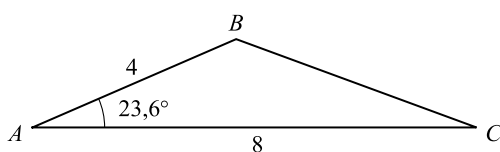


Figuren viser trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren.

Det oplyses, at $\sin(64,1^\circ) = 0,9$.

- a) Bestem arealet af trekant ABC .

3.D1.22



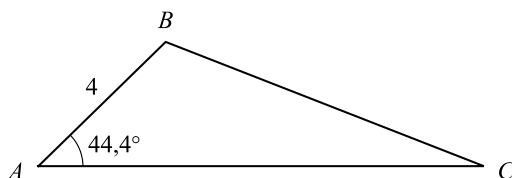
Trigonometritabel med én decimals nøjagtighed			
v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	$\tan(v)$
$23,6^\circ$	0,9	0,4	0,4

Figuren viser trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren.

Tabellen viser udvalgte tabelværdier for cosinus, sinus og tangens.

- a) Gør rede for, at arealet af trekanten er $6,4$.

3.D1.23



Trigonometritabel med én decimals nøjagtighed			
v	$\cos(v)$	$\sin(v)$	$\tan(v)$
$44,4^\circ$	0,7	0,7	1,0

Figuren viser trekant ABC . Nogle af trekantens mål fremgår af figuren.

Tabellen viser udvalgte tabelværdier for cosinus, sinus og tangens.

Det oplyses, at arealet af trekant ABC er lig 14 .

- a) Bestem længden af siden b i trekant ABC .

3. Geometri og trigonometri

3.D1.24 To linjer l og m er givet ved ligningerne

$$l: y = 5x - 6$$

$$m: y = -2x + 8$$

a) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem l og m .

3.D1.25 En linje l har ligningen

$$l: y = 3x + 7,$$

og en anden linje m har ligningen

$$m: y = c \cdot x - 8, \text{ hvor } c \text{ er et tal.}$$

a) Bestem værdien af c , så linjerne l og m er ortogonale.

3.D1.26 I et koordinatsystem er givet tre punkter $A(-6, -2)$, $B(0, 1)$ og $C(30, 16)$.

a) Undersøg, om punkterne A , B og C ligger på en ret linje.

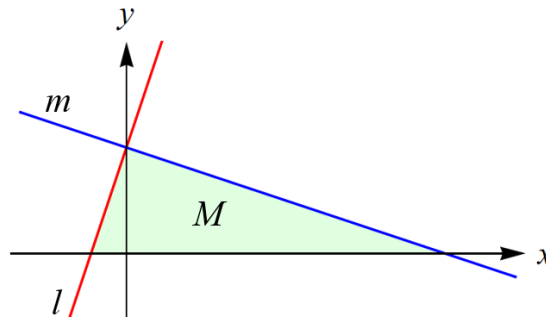
3.D1.27 En linje l er givet ved ligningen

$$y = 4x + 3.$$

Linjen m står vinkelret på l og går gennem punktet $P(0, 7)$.

a) Bestem en ligning for m .

3.D1.28



To linjer l og m er givet ved ligningerne

$$l: y = 3x + 6$$

$$m: y = -\frac{1}{3}x + 6$$

a) Undersøg, om linjerne l og m er ortogonale.

Sammen med x -aksen afgrænser l og m et trekantet område M , se figuren.

b) Bestem arealet af M .

3. Geometri og trigonometri

3.D1.29 En cirkel har centrum i punktet $C(3,7)$ og radius $r=5$.

- Bestem en ligning for cirklen.
- Vis, at punktet $P(7,11)$ ligger uden for cirklen.

3.D1.30 En cirkel er givet ved ligningen

$$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 25.$$

- Bestem cirkelens radius og koordinatsættet til cirkelens centrum.
- Bestem koordinatsættet til hvert af cirkelens skæringspunkter med y-aksen.

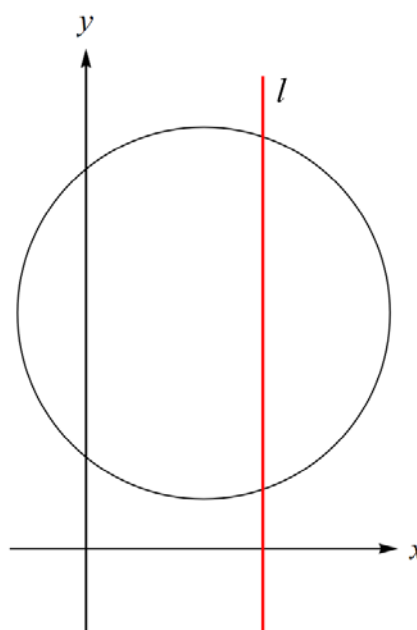
3.D1.31 På figuren ses en cirkel givet ved ligningen

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 10 = 0,$$

og en lodret linje l givet ved ligningen

$$l: x=3.$$

- Bestem koordinatsættene til hvert af skæringspunkterne mellem cirklen og linjen l .



3.D1.32 En cirkel er givet ved ligningen

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 100.$$

- Vis, at punktet $P(4,9)$ ligger på cirklen.
- Bestem en ligning for tangenten til cirklen i P .

3.D1.33 En cirkel er givet ved ligningen

$$x^2 + 4x + y^2 - 10y + 13 = 0.$$

- Vis, at cirklen har centrum i $C(-2,5)$.

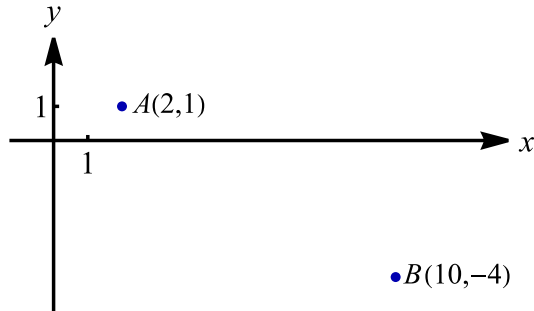
3. Geometri og trigonometri

3.D1.34 En cirkel er givet ved ligningen

$$x^2 - 6x + y^2 + 4y = 3.$$

- a) Bestem cirkelns radius og koordinatsættet til cirkelns centrum.

3.D1.35



Figuren viser to punkter

$$A(2,1) \text{ og } B(10,-4).$$

M betegner midtpunktet af linjestykket AB .

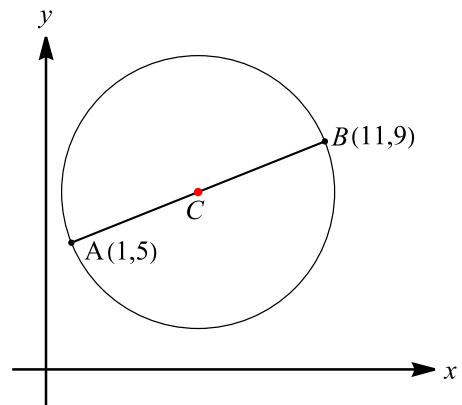
- a) Bestem koordinatsættet til M .

3.D1.36 En cirkel går gennem to punkter

$$A(1,5) \text{ og } B(11,9).$$

Linjestykket AB er en diameter i cirklen.
Se figuren.

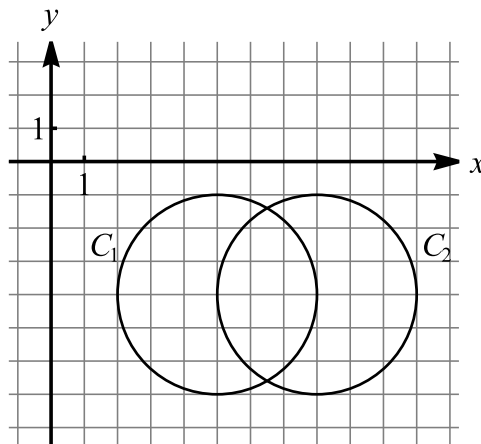
- a) Bestem en ligning for cirklen.



3.D1.37 En trekant ABC har vinkelspidserne $A(3,4)$, $B(5,-5)$ og $C(14,-3)$.

- a) Gør rede for, at trekant ABC har netop to lige lange sider.

3.D1.38



Figuren viser to cirkler C_1 og C_2 .

- a) Gør rede for, hvilken af cirklerne der har ligningen

$$(x-8)^2 + (y+4)^2 = 9.$$

3.D1.39

En cirkel er givet ved ligningen

$$(x-3)^2 + (y-8)^2 = 36,$$

og en vandret linje l er givet ved ligningen

$$y = 13.$$

- a) Gør rede for, at linjen l og cirklen har to punkter fælles.

3.D1.40

En cirkel har ligningen

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 10,$$

og en linje l har ligningen

$$y = \frac{1}{2}x - 7.$$

- a) Bestem en ligning for den linje m , der er parallel med l , og som går gennem cirkelns centrum.

3.D1.41

En cirkel har ligningen

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16,$$

og en linje l har ligningen

$$y = 2x - 7.$$

- a) Gør rede for, at linjen ikke skærer cirklen.

Delprøve 2

3.D2.1 En linje l er givet ved ligningen

$$y = 0,4x + 2,3.$$

- Bestem ved beregning hældningsvinklen for linjen l .
- Bestem afstanden fra punktet $P(4,2, -5.1)$ til linjen l .

3.D2.2 Linjen l er givet ved ligningen

$$y = 2x + 1.$$

- Bestem koordinatsættene til hvert af de to punkter på x -aksen, hvor afstanden til linjen l er 7.

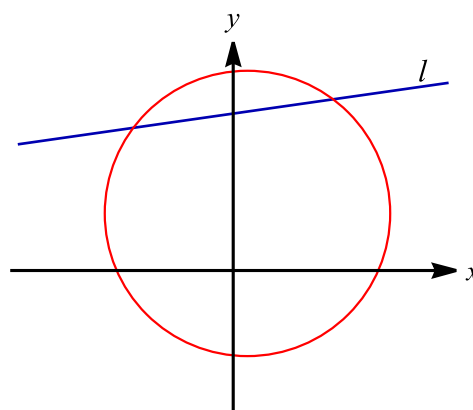
3.D2.3 På figuren ses en cirkel givet ved ligningen

$$(x-1)^2 + (y-4)^2 = 100$$

og en linje l givet ved ligningen

$$y = \frac{1}{7}x + 11.$$

- Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem cirklen og linjen l .
- Bestem en ligning for hver af de to tangenter til cirklen, som er parallelle med l .



3.D2.4 Linjen l har ligningen

$$l: y = -\frac{1}{2}x + 4.$$

- Bestem ved beregning hældningsvinklen for linjen.

En cirkel har centrum i punktet $C(6,5)$ og har linjen l som tangent.

- Bestem en ligning for cirklen.

3. Geometri og trigonometri

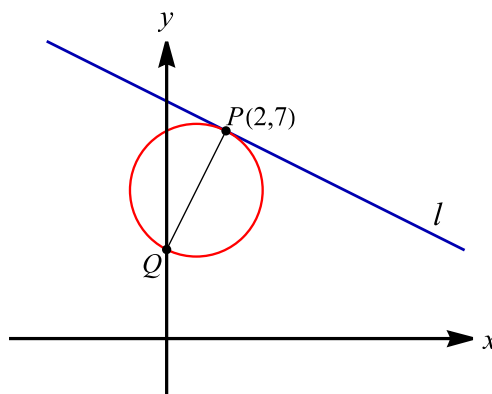
- 3.D2.5** På figuren vises en cirkel og en linje l .
Linjen l har ligningen

$$y = -\frac{1}{2}x + 8.$$

Linjen l er tangent til cirklen i punktet $P(2,7)$.

Punktet Q ligger på y -aksen, og linjestykket PQ er diameter i cirklen.

- a) Bestem koordinatsættet til punktet Q .



- 3.D2.6** I et koordinatsystem er givet to punkter

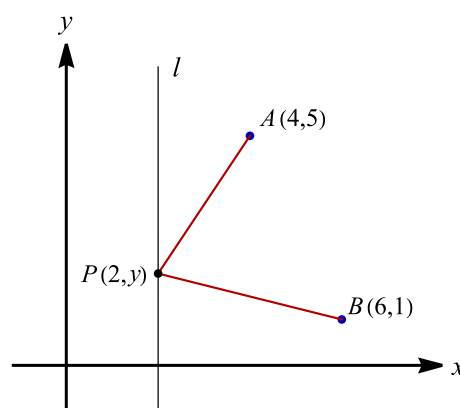
$$A(4,5) \text{ og } B(6,1)$$

samt en lodret linje l med ligningen

$$l: x = 2.$$

Et punkt $P(2, y)$ ligger på linjen l .

- a) Bestem y , så $|PA| = |PB|$.



- 3.D2.7** En linje l er givet ved ligningen

$$y = 2x - 8.$$

Punktet $P(x, 0)$ ligger på x -aksen.

- a) Bestem de to værdier af x , hvor afstanden mellem linjen l og punktet P er lig 3.

- 3.D2.8** På figuren ses en cirkel givet ved ligningen

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 36$$

og en linje l givet ved ligningen

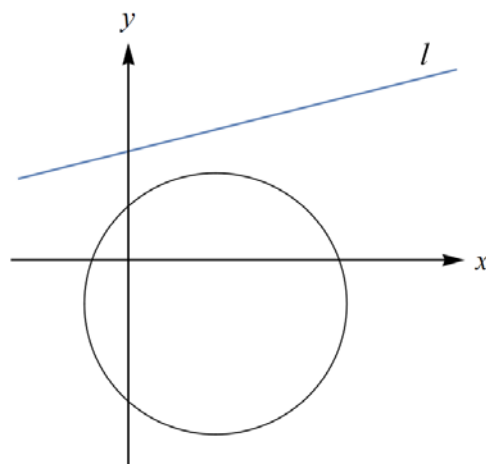
$$y = \frac{1}{4}x + 5.$$

- a) Bestem ved brug af en formel afstanden mellem cirklen og linjen l .

En anden linje m er givet ved ligningen

$$y = \frac{1}{4}x + b, \text{ hvor } b > 0.$$

- b) Bestem tallet b , så linjen m er tangent til cirklen.



4. Funktioner og infinitesimalregning

Delprøve 1

4.D1.1 Grafen for en lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b$$

går gennem punkterne $P(2,1)$ og $Q(4,5)$.

- a) Bestem tallene
- a
- og
- b
- .

4.D1.2 Grafen for en lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b$$

går gennem punkterne $P(2,-7)$ og $Q(-4,5)$.

- a) Bestem en forskrift for
- f
- .

4.D1.3 En lineær funktion

$$f(x) = a \cdot x + b$$

har en hældningskoefficient på 6.

Grafen for f går gennem punktet $P(8,50)$.

- a) Bestem en forskrift for
- f
- .

4.D1.4 Nedenfor ses en funktionstabel for en lineær funktion $f(x) = a \cdot x + b$.

x	3	5
$f(x)$	-2	6

- a) Bestem
- $f(9)$
- .

4.D1.5 Christian skal begynde at tage kørekort.

På køreskolen koster grundpakken 12000 kr., og hver ekstra køretime, Christian har brug for, koster 600 kr.

- a) Opstil en model, der beskriver den samlede pris (målt i kr.), som Christian skal betale til køreskolen, som funktion af antallet af ekstra køretimer.
-
- Forklar, hvad de variable i modellen står for.

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D1.6 I en model kan gennemsnitsprisen for en e-bog beskrives ved funktionen

$$f(x) = -12x + 249,$$

hvor $f(x)$ er gennemsnitsprisen (målt i kr.) på en e-bog x år efter 2018.

- a) Gør rede for, hvad tallene -12 og 249 fortæller om gennemsnitsprisen på en e-bog.

4.D1.7 To lineære funktioner f og g er givet ved

$$f(x) = 2x - 1$$

$$g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$$

- a) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem grafen for f og grafen for g .

4.D1.8 En lineær funktion f er givet ved

$$f(x) = 3x - 6.$$

- a) Undersøg, om punktet $P(5,9)$ ligger på grafen for f .
b) Bestem koordinatsættet til grafens skæringspunkt med x -aksen.

4.D1.9 Grafen for en eksponentiel udvikling

$$f(x) = b \cdot a^x$$

går gennem to punkter $P(4,2)$ og $Q(7,16)$.

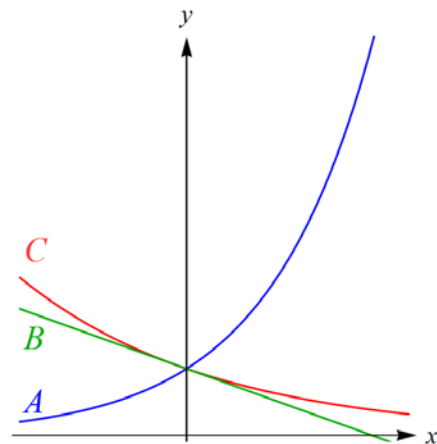
- a) Bestem tallene a og b .

4.D1.10 En eksponentiel funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 10 \cdot 0,75^x.$$

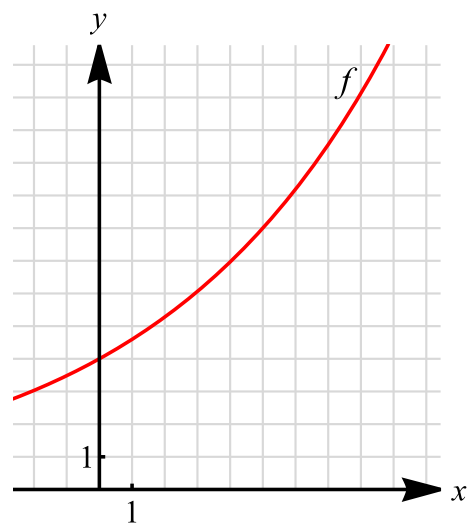
Figuren viser graferne A , B og C .
Én af graferne er graf for f .

- a) Gør rede for, hvilken af graferne der er graf for f , og hvorfor det ikke kan være de to andre.



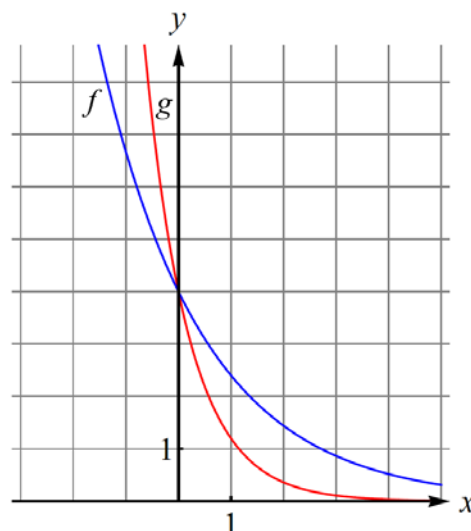
4.D1.11 Figuren viser grafen for en eksponentielt voksende funktion f .

- a) Bestem fordoblingskonstanten T_2 ved aflæsning på grafen. Brug bilaget.



4.D1.12 På figuren ses graferne for to eksponentielle funktioner f og g .

- a) Gør rede for, hvilken af funktionerne der har den største halveringskonstant. Brug bilaget.



4.D1.13 I 2020 kostede en aktie i et medicinalfirma 320 kr. I de efterfølgende år er aktien steget med 16 % pr. år.

- a) Indfør passende variable, og opstil en model, der kan bruges til at beregne værdien af aktien x år efter 2020.

4.D1.14 En vinterdag stilles en sodavand til afkøling udenfor. I en model kan sodavandens temperatur beskrives ved funktionen

$$f(x) = 22 \cdot 0,983^x,$$

hvor $f(x)$ er sodavandens temperatur (målt i $^{\circ}\text{C}$), og x er antal minutter, efter at sodavanden blev stillet til afkøling.

- a) Gør rede for, hvad tallene 22 og 0,983 fortæller om sodavandens temperatur.

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D1.15 To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

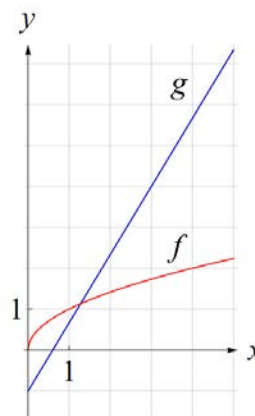
$$g(x) = \ln(x - 2)$$

a) Bestem $f(2)$ og $g(f(2))$.

4.D1.16 Figuren viser graferne for to funktioner f og g .

a) Bestem $g(3)$ og $f(g(3))$.

Brug bilaget.



4.D1.17 To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$g(x) = x + 1$$

a) Bestem $g(2)$ og $f(g(2))$.

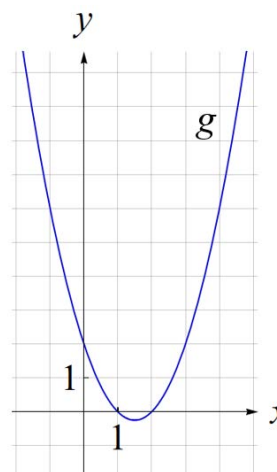
4.D1.18 En funktion f er givet ved

$$f(x) = -x + 4.$$

Figuren viser grafen for en anden funktion g .

a) Bestem $f(1)$ og $g(f(1))$.

Brug bilaget.

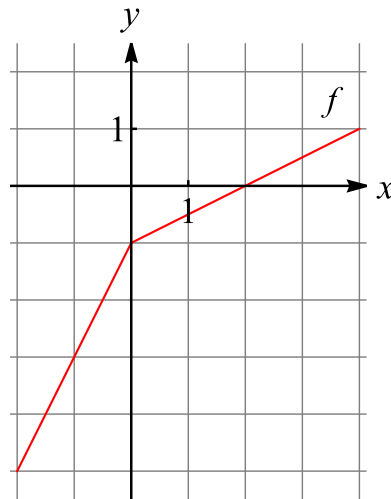


4. Funktioner og infinitesimalregning

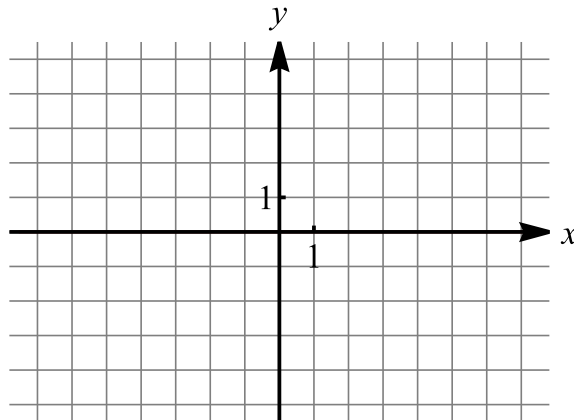
4.D1.19

På figuren ses grafen for en stykkevist defineret funktion f .

- a) Opstil en gaffelforskrift for funktionen f .



4.D1.20



En stykkevist defineret funktion f er givet ved gaffelforskriften

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x - 1, & -4 \leq x < 2 \\ 2x - 6, & 2 \leq x < 5 \end{cases}.$$

- a) Tegn grafen for f .
Brug bilaget.

4.D1.21

En parabel er graf for andengradspolynomiet f bestemt ved

$$f(x) = 2x^2 + 4 \cdot x - 1.$$

- a) Bestem x -koordinaten til parablens toppunkt.

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D1.22 En parabel er graf for andengradspolynomiet f med forskriften

$$f(x) = 2x^2 + 6x - 8.$$

- Bestem koordinatsættet til hvert af de punkter, hvor parablen skærer x -aksen.
- Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt.

4.D1.23 Et andengradspolynomium f er givet ved

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6.$$

- Gør rede for, at grafen for f skærer x -aksen to gange.

Et andengradspolynomium g er givet ved

$$g(x) = 2x^2 + 4x + c, \text{ hvor } c \text{ er et tal.}$$

- Bestem tallet c , så grafen for g har netop ét punkt fælles med x -aksen.

4.D1.24 Et andengradspolynomium f er bestemt ved

$$f(x) = 2x^2 + b \cdot x + c, \text{ hvor } b \text{ og } c \text{ er tal.}$$

Grafen for f har toppunkt i $T(-2,1)$.

- Bestem tallene b og c .

4.D1.25 Et andengradspolynomium f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^2 - 3x + 2.$$

- Vis, at punktet $P(4,7)$ ikke ligger på grafen for f .
- Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(4, f(4))$.

4.D1.26 Et andengradspolynomium f er givet ved

$$f(x) = x^2 - 2x + 7.$$

- Udfyld nedenstående tabel, og tegn en skitse af grafen for f på bilaget.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	15			6		10

- Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet med x -koordinat 3.

4.D1.27 Et andengradspolynomium f er givet ved

$$f(x) = x^2 - 6x + 5.$$

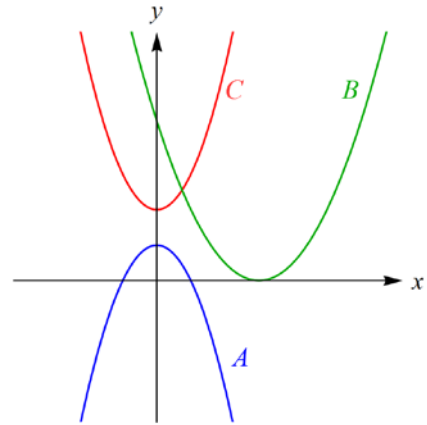
- Bestem nulpunkterne for f .
- Løs ligningen $f'(x) = 0$, og forklar, hvad løsningen fortæller om grafen for f .

4.D1.28 Figuren viser tre parabler A , B og C . Den ene af parablerne er graf for andengradspolynomiet f givet ved

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

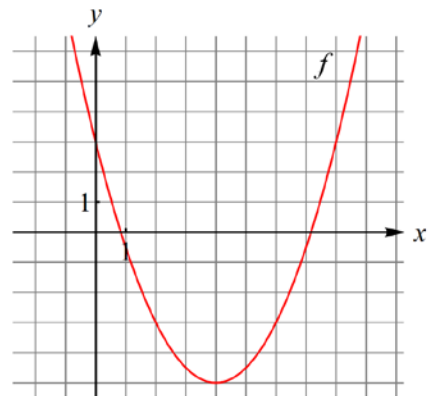
Det oplyses, at $a > 0$, og at $b = 0$.

- Gør rede for, hvilken af parablerne der er graf for f . Begrund svaret.



4.D1.29 Figuren viser grafen for et andengradspolynomium f .

- Afgør for hver af nedenstående påstande, om den er sand eller falsk. Begrund svaret. Brug bilaget.
 - $f(0) = 7$.
 - f har to rødder.
 - $f'(0)$ er et negativt tal.

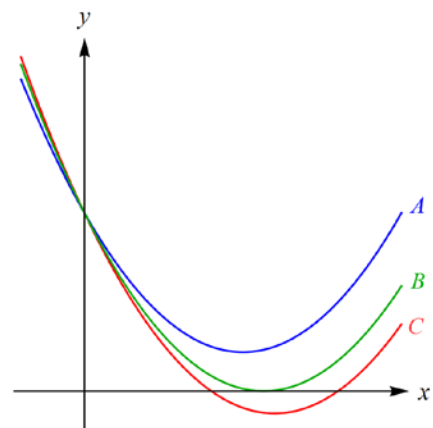


4.D1.30 Et andengradspolynomium f er bestemt ved

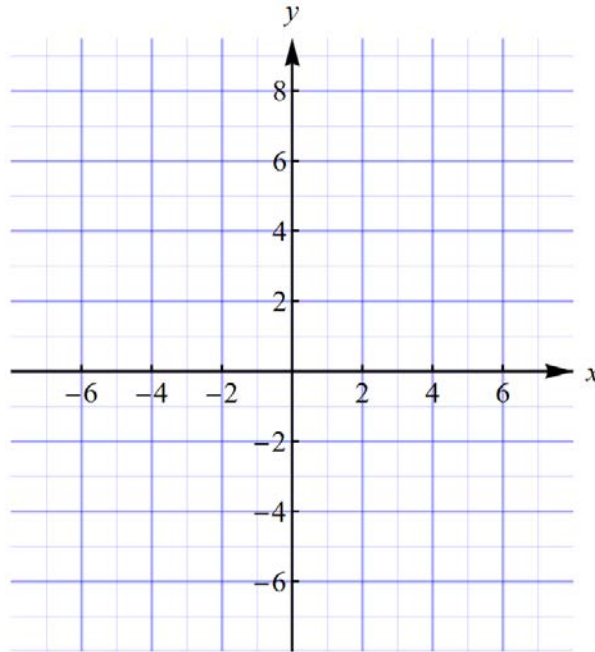
$$f(x) = x^2 - 6x + 8.$$

Figuren viser tre parabler A , B og C . Én af parablerne er graf for f .

- Gør rede for, hvilken af parablerne der er graf for f .



4.D1.31



Om andengradspolynomiet $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ oplyses følgende:

Grafen for f går gennem punktet $P(-2, 7)$,

tallet a er negativt,

tallet c er positivt.

- a) Tegn en skitse af grafen for f . Brug bilaget.
(Der er mange muligheder for, hvordan en sådan graf kan se ud.
Der ønskes kun tegnet én mulig graf).

4.D1.32

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^2 - 8x + 17,$$

og en linje l er givet ved ligningen $y = 2$.

- a) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem grafen for f og linjen l .

4.D1.33

To andengradspolynomier f og g er givet ved forskrifterne

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 11$$

$$g(x) = -x^2 + 4x + k, \text{ hvor } k \text{ er et tal.}$$

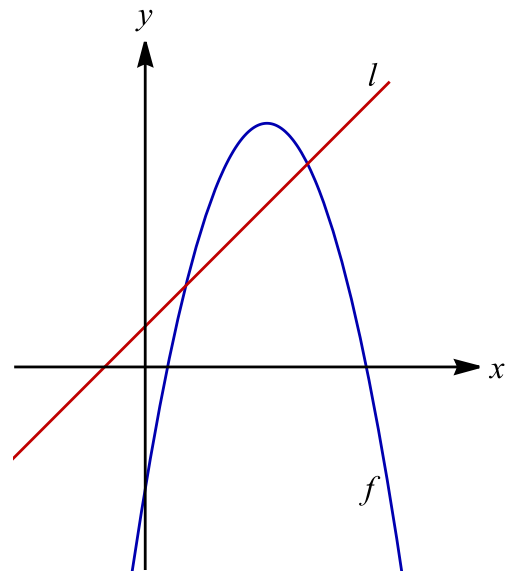
- a) Bestem tallet k , så grafen for f og grafen for g har toppunkt i samme punkt.

4.D1.34 Et andengradspolynomium f er givet ved

$$f(x) = -x^2 + 6x - 3.$$

På figuren ses grafen for f sammen med en linje l givet ved ligningen $y = x + 1$.

- a) Bestem x -koordinaten til hvert af de to skæringspunkter mellem grafen for f og linjen l .



4.D1.35 Et andengradspolynomium f er bestemt ved

$$f(x) = -x^2 + 4x + 1.$$

Linjen l er givet ved ligningen

$$y = 3x + 2.$$

- b) Gør rede for, at grafen for f og linjen l ikke har nogen punkter fælles.

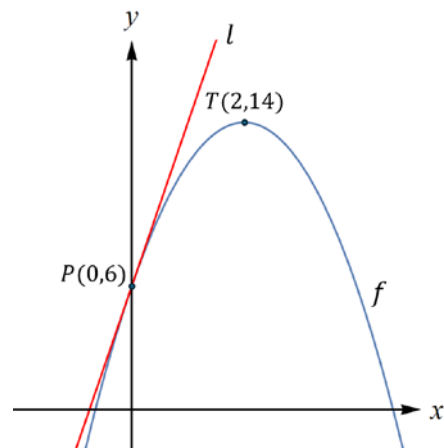
4.D1.36 En parabel er graf for andengradspolynomiet f givet ved

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

Parablens toppunkt er $T(2,14)$.

Parablens tangent l i punktet $P(0,6)$ har ligningen $y = 8x + 6$.

- a) Bestem tallene a , b og c .



4.D1.37 Et andengradspolynomium f har rødderne $x_1 = 2$ og $x_2 = 4$.

Desuden går grafen for f gennem punktet $P(0,16)$.

- a) Bestem en forskrift for f .

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D1.38 En parabel er graf for andengradspolynomiet f bestemt ved

$$f(x) = 2x^2 - 8x + c, \text{ hvor } c \text{ er et tal.}$$

- a) Bestem tallet c , så y -koordinaten til parablens toppunkt er lig 2.

4.D1.39 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = e^x + x^3.$$

- a) Bestem $f'(x)$.

4.D1.40 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 1.$$

- a) Bestem $f'(x)$.

4.D1.41 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 3x + \frac{1}{x}.$$

- a) Bestem $f'(x)$.

4.D1.42 En funktion f er givet ved forskriften

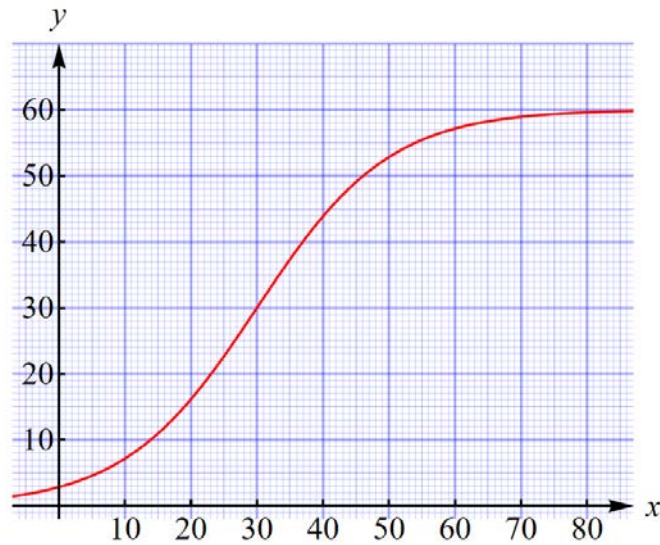
$$f(x) = x^2 - 3x + 1.$$

- a) Bestem $f'(2)$.

4.D1.43 Om en funktion f oplyses, at $f(2) = 5$ og $f'(2) = 3$.

- a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(2, f(2))$.

4.D1.44



Grafen viser udviklingen i antallet af individer y i en bestemt population af dyr.

- a) Bestem ved aflæsning væksthastigheden for antallet af individer i populationen til tidspunktet $x = 30$.

4.D1.45

En funktion f har forskriften

$$f(x) = 4 \cdot \ln(x) - 2x + 3.$$

- a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$.

4.D1.46

En funktion f er givet ved

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 5.$$

En linje l er bestemt ved ligningen $y = -4x + 13$.

- a) Undersøg, om l er tangent til grafen for f .

4.D1.47

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = x^3 \cdot \ln(x).$$

- a) Bestem $f'(x)$.

4.D1.48

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x \cdot e^x.$$

- a) Bestem $f'(0)$.

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D1.49 En funktion f er givet ved

$$f(x) = (2x + 4)^5.$$

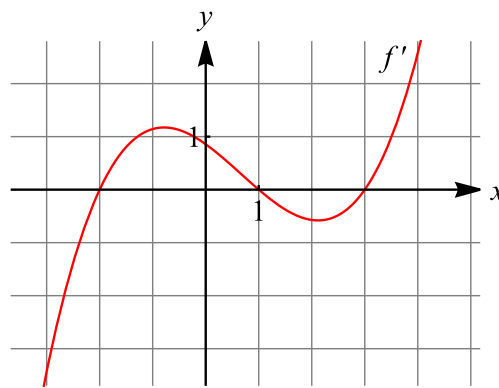
a) Bestem $f'(x)$.

4.D1.50 En funktion f har forskriften

$$f(x) = \ln(x^2 - 3).$$

a) Bestem $f'(2)$.

4.D1.51



Figuren viser i intervallet $[-3; 4]$ grafen for den afledede funktion f' for en funktion f .

a) Løs ligningen $f'(x) = 0$.

Bestem monotoniforholdene for f i intervallet $[-3; 4]$.

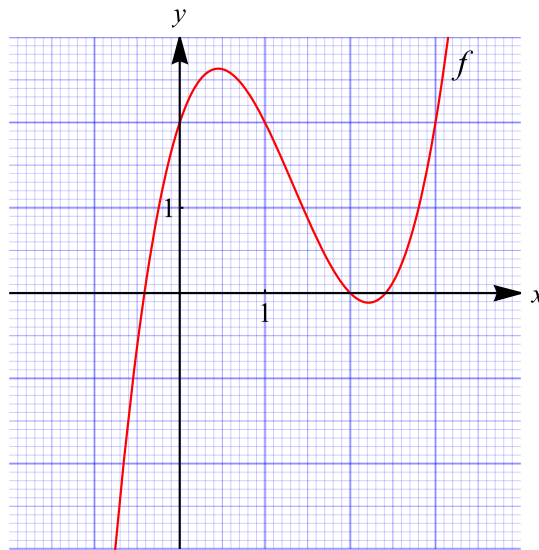
Brug bilaget.

4.D1.52 En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = e^x + x.$$

a) Gør rede for, at f er en voksende funktion.

4.D1.53



På figuren ses grafen for et tredjegradspolynomium f .

Nedenfor ses tre påstande:

Påstand 1: $f(1) = 1$.

Påstand 2: Ligningen $f(x) = 0$ har tre løsninger.

Påstand 3: $f'(1) > 0$.

- a) Argumentér for hver påstand, om den er korrekt eller forkert.
Brug bilaget.

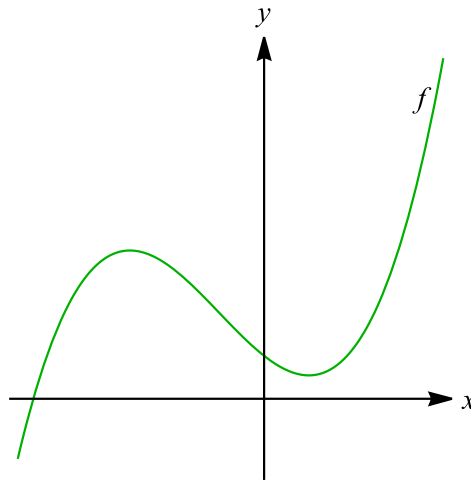
4.D1.54

En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 5.$$

- a) Bestem $f'(x)$.
- b) Bestem monotoniforholdene for f .

4.D1.55



På figuren ses grafen for en funktion f givet ved forskriften

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 11.$$

Grafen for f har to vandrette tangenter.

- a) Bestem x -koordinaten til hvert af røringpunkterne for de to vandrette tangenter.

4.D1.56

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4.$$

- a) Bestem $f'(x)$.
- b) Vis, at grafen for f har vandrette tangenter ved $x=1$ og $x=3$.

4.D1.57

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 8.$$

- a) Bestem $f'(x)$.

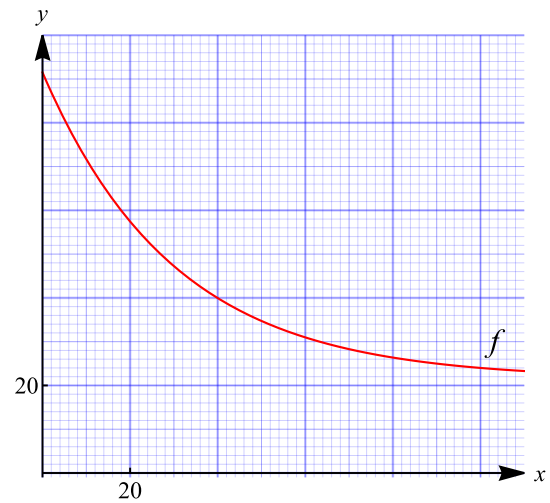
Det oplyses, at løsningerne til ligningen $f'(x) = 0$ er $x = -1$ og $x = 5$.

- b) Bestem monotoniforholdene for f .

4.D1.58



Billedkilde: pixabay

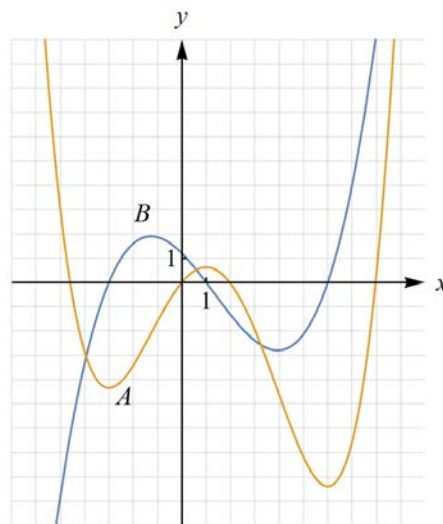


I en model for afkølingen af en kop kaffe betegner $f(x)$ kaffens temperatur (målt i $^{\circ}\text{C}$) til tidspunktet x (målt i minutter, efter at kaffen blev hældt op i koppen).

På figuren ses en del af grafen for f .

- Bestem ved aflæsning på bilaget, hvor lang tid der går, fra kaffen blev hældt op i koppen, til dens temperatur er 60°C .
- Bestem ved aflæsning på bilaget $f'(40)$, og gør rede for, hvad dette tal fortæller om udviklingen i kaffens temperatur.

4.D1.59



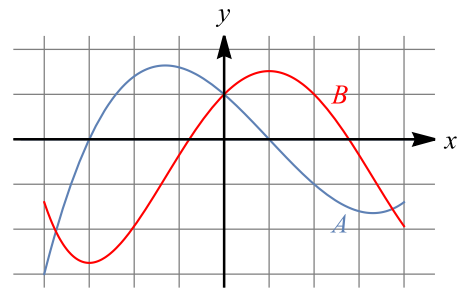
Figuren viser graferne for en funktion f og dens afledede funktion f' .

- Gør rede for, om det er graf A eller graf B, der er graf for f . Brug bilaget.

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D1.60 Figuren viser graferne for en funktion f og dens afledede funktion f' i intervallet $[-4; 4]$.

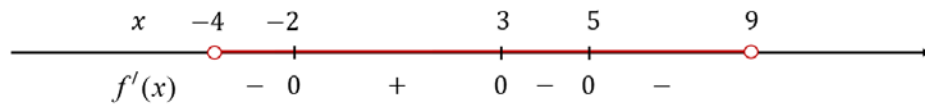
- a) Gør rede for, om det er graf A eller graf B, der er graf for f .
Brug bilaget.



4.D1.61 Om en differentiabel funktion f med definitionsmængde $] -4; 9[$ gælder der, at

$$f(-2) = 5, \quad f(3) = 7 \quad \text{og} \quad f(5) = 1.$$

Nulpunkter og fortegn for $f'(x)$ er angivet på fortegnslinjen herunder:



- a) Tegn en skitse af grafen for f . Brug bilaget.
(Der er mange muligheder for, hvordan en sådan graf kan se ud.
Der ønskes kun tegnet én mulig graf).

Delprøve 2

4.D2.1 To funktioner f og g er bestemt ved

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

$$g(x) = 3 \cdot 1,2^x$$

- a) Bestem ved beregning koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem grafen for f og grafen for g .

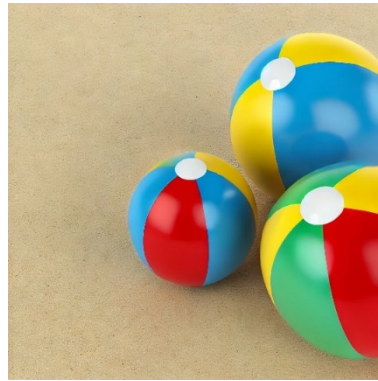
4.D2.2 En funktion er givet ved forskriften

$$f(x) = 2 \cdot \log(x) + x^2 - k \cdot x, \text{ hvor } k \text{ er et tal.}$$

Det oplyses, at $f(10) = 22$.

- a) Bestem tallet k .

4.D2.3



Billedkilde: ai

En bestemt type badebolde fås i forskellige størrelser. Rumfanget af en sådan badebold kan beskrives ved modellen

$$f(x) = \frac{\pi}{6} \cdot x^3, \quad x > 0,$$

hvor $f(x)$ er badeboldens rumfang (målt i cm^3), og x er dens diameter (målt i cm).

- a) Bestem rumfanget af en badebold med diameteren 40 cm.
 b) Bestem diameteren af en badebold med rumfanget 1000 cm^3 .

Peter har to badebolde i forskellig størrelse. Den store badebolds diameter er 20 % større end den lille badebolds diameter.

- c) Hvor mange procent er den store badebolds rumfang større end den lille badebolds rumfang?

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D2.4 En potensfunktion f er bestemt ved

$$f(x) = b \cdot x^a.$$

Grafen for f går gennem punkterne $P(2,7)$ og $Q(15,11)$.

- a) Bestem en forskrift for f .

4.D2.5 Nedenstående tabel viser udviklingen i indbyggertallet i Delhi i perioden 2016-2022.

Årstal	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Indbyggertal i mio.	26,7	27,6	28,5	29,4	30,3	31,2	32,1

I en model kan udviklingen beskrives ved

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor $f(x)$ angiver indbyggertallet (målt i mio.) i Delhi x år efter 2016.

- a) Bestem a og b ved regression på tabellens data.
b) Bestem, hvor meget befolkningstallet ifølge modellen stiger med på 10 år.
c) Hvornår vil befolkningstallet i Delhi nå op på 40 mio.?

Kilde: worldpopulationreview

4.D2.6 Nedenstående tabel viser udviklingen i indbyggertallet i Canada i perioden 1964-2024.

Antal år efter 1964	0	5	...	55	60
Indbyggertal i mio.	19	21	...	38	39

Hele tabellen med alle 13 datapunkter findes i bilaget "Befolkningstal i Canada.xlsx"

I en model kan udviklingen beskrives ved

$$f(x) = a \cdot x + b,$$

hvor $f(x)$ er indbyggertallet (målt i mio.) i Canada x år efter 1964.

- a) Bestem en forskrift for f ved brug af lineær regression.
b) Gør rede for, hvad tallet a fortæller om udviklingen i indbyggertallet i Canada.
c) Løs ligningen $f(x) = 45$, og forklar, hvad løsningen fortæller om indbyggertallet i Canada.

Kilde: worldometers

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D2.7 Nedenstående tabel viser udviklingen i indbyggertallet i Egypten i perioden 1960-2000.

Antal år efter 1960	0	5	10	15	20	25	30	35	40
Indbyggertal i mio.	26,9	30,6	34,6	38,9	44,0	50,7	58,4	65,7	73,1

I en model kan udviklingen beskrives ved

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

hvor $f(x)$ er indbyggertallet (målt i mio.) i Egypten x år efter 1960.

- Benyt tabellens oplysninger til at bestemme tallene a og b ved eksponentiel regression.
- Gør rede for, hvad tallet a fortæller om udviklingen i indbyggertallet i Egypten.

I 2024 var indbyggertallet i Egypten 117,0 mio.

- Bestem $f(64)$, og undersøg, om 117,0 mio. afviger mere end 10 % fra modellens befolkningstal i 2024.

Kilde: *worldpopulationreview*

4.D2.8 Nedenstående tabel viser udviklingen i antallet af medlemmer i danske basketballklubber i perioden 2018-2023.

Antal år efter 2018	0	1	...	4	5
Antal medlemmer	15030	16032	...	21638	22735

Hele tabellen med alle 6 datapunkter findes i bilaget "Antal medlemmer.xlsx"

I en model kan udviklingen beskrives ved

$$f(x) = b \cdot a^x,$$

hvor $f(x)$ er antallet af medlemmer i danske basketballklubber x år efter 2018.

- Bestem a og b ved regression på tabellens data.
- Bestem antallet af medlemmer i år 2030 ifølge modellen.
- Hvor mange procent stiger antallet af medlemmer med på 10 år?

Kilde: *dgi*

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D2.9 Nedenstående tabel viser sammenhørende værdier for et penduls snorlængde og svingningstid.

Snorlængde (m)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Svingningstid (sek)	0,6	0,9	1,1	1,3	1,4	1,5	1,7	1,8	1,9	2,0

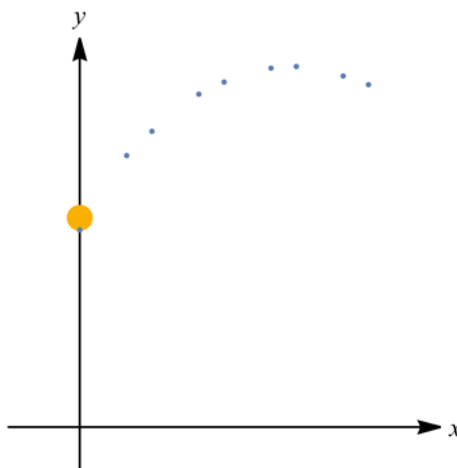
I en model kan sammenhængen beskrives ved

$$f(x) = b \cdot x^a,$$

hvor $f(x)$ er svingningstiden (målt i sekunder), og x er snorlængden (målt i meter).

- Bestem en forskrift for f ved brug af regression.
- Bestem svingningstiden for et pendul på 1,5 meter.
- Hvor mange procent stiger svingningstiden, hvis snorlængden øges med 30 %?

4.D2.10



En basketball kastes. Boldens højde over gulvet til forskellige tidspunkter registreres. Nedenstående tabel viser de målte værdier.

Tid (målt i sekunder)	0,00	0,13	0,20	0,33	0,40	0,53	0,60	0,73	0,80
Højde (målt i cm)	242	314	342	385	399	415	417	406	396

I en model kan sammenhængen beskrives ved

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c,$$

hvor $f(x)$ er højden (målt i cm) over gulvet, og x er tiden (målt i sekunder), efter at bolden slippes.

- Benyt tabellens oplysninger til at bestemme tallene a , b og c ved regression.
- Hvor lang tid, efter at bolden slippes, vil den ifølge modellen ramme jorden?

4.D2.11 Et andengradspolynomium f er givet ved

$$f(x) = -2x^2 + 8x - 3,$$

og en linje l er givet ved ligningen

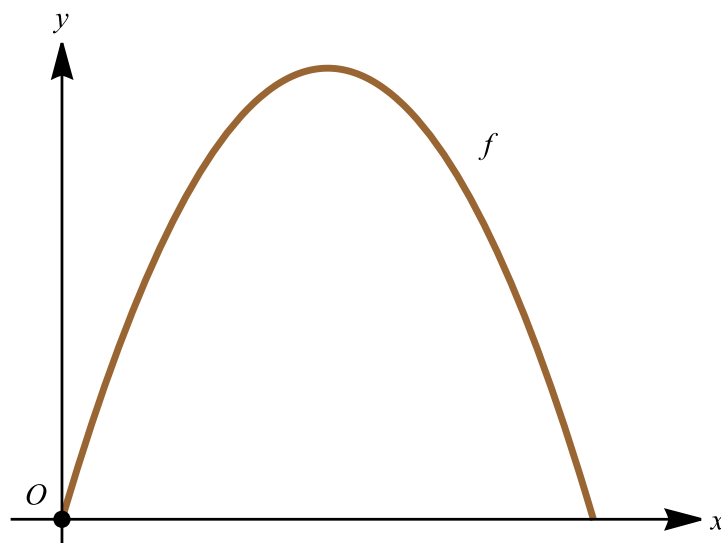
$$y = 2x - 4.$$

- a) Bestem koordinatsættet til hvert af skæringspunkterne mellem grafen for f og linjen l .

Punktet $P(1,3)$ ligger på grafen for f .

- b) Bestem afstanden fra punktet P til linjen l ved brug af en formel.

4.D2.12



I vinkælderen Celler Cooperatiu de Pinell de Brai fra 1918 er nogle af kælders hvælvinger parabelformede.

I en model kan en bestemt af kælders parabelformede hvælvinger beskrives som en del af grafen for funktionen

$$f(x) = -1,6x^2 + 3,4x,$$

hvor $f(x)$ er højden over gulvet af hvælvingen (målt i meter) i afstanden x (målt i meter) fra venstre hjørne O af hvælvingen. Se figuren.

- a) Bestem bredden af hvælvingen ved gulvhøjde.
b) Bestem ved beregning hvælvingens maksimale højde.

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D2.13 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 1,$$

og en linje l er givet ved ligningen

$$y = 9x - 5.$$

Grafen for f har en tangent t , der er parallel med linjen l .

- a) Bestem koordinatsættet til røringpunktet for tangenten t .

4.D2.14 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

Grafen for f går gennem punkterne $P(3,19)$, $Q(5,12)$ og $R(8,14)$.

- a) Bestem tallene a , b og c ved regression.

4.D2.15 I en model kan udviklingen i antallet af en bestemt type fisk i en sø beskrives ved funktionen

$$f(x) = 500 - \frac{220}{1 + 850 \cdot e^{-2x}}, \quad x \geq 0,$$

hvor $f(x)$ betegner antallet af fisk i søen, og x angiver antallet af år efter første optælling af fiskene i søen.

- a) Tegn grafen for f .
b) Bestem, hvornår antallet af fisk ifølge modellen kommer ned på 300.

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D2.16



Billedkilde: Marc Benedetti, Pixabay

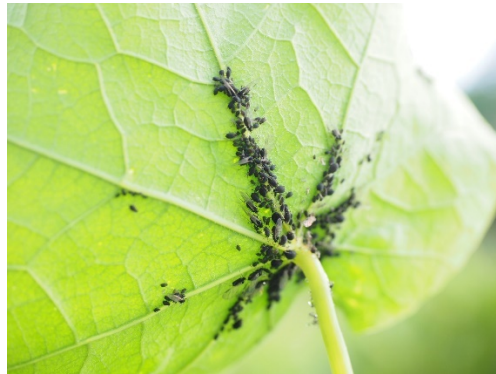
I en model kan vægten af en bestemt landskildpaddeart beskrives ved forskriften

$$f(x) = 4,81 \cdot x^{0,572}, \quad 0 \leq x \leq 25,$$

hvor $f(x)$ angiver skildpaddens vægt (målt i kg) x år efter fødslen.

- Bestem skildpaddens vægt, når den er et år gammel.
- Løs ligningen $f(x) = 20$, og forklar, hvad løsningen fortæller om skildpaddens vægt.

4.D2.17



Billedkilde: pixabay

I en model kan udviklingen i antallet af bladlus på en busk beskrives ved funktionen

$$f(x) = \frac{500}{1 + 10 \cdot 0,763^x}, \quad 0 \leq x \leq 25,$$

hvor $f(x)$ betegner antallet af bladlus på busken til tidspunktet x (målt i døgn).

- Tegn grafen for f .
- Benyt modellen til at bestemme det tidspunkt, hvor der var 200 bladlus på busken.
- Benyt modellen til at bestemme væksthastigheden i antallet af bladlus til tidspunktet $x = 14$.

4. Funktioner og infinitesimalregning

4.D2.18 En funktion f er givet ved

$$f(x) = (x - 3) \cdot e^{-x}.$$

- Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(5, f(5))$.
- Bestem monotoniforholdene for f ved hjælp af differentialregning.

4.D2.19 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \ln(x) - \frac{3}{x}, \quad x > 0.$$

- Tegn grafen for f .
- Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(1, f(1))$.
- Bestem monotoniforholdene for f ved hjælp af $f'(x)$.

4.D2.20 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = (x + 2) \cdot e^{-x}.$$

- Bestem funktionens nulpunkter.
- Bestem funktionens maksimum ved hjælp af differentialregning.

4.D2.21 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{12}x, \quad -2 \leq x \leq 5.$$

- Tegn grafen for f .
- Bestem monotoniforholdene for f ved hjælp af $f'(x)$.

4.D2.22 En funktion f er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{4}x \cdot \sqrt{64 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq 8.$$

- Tegn grafen for f .
- Bestem maksimum for f .

4.D2.23 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = -x^3 + 5x^2 - 4x.$$

- Bestem nulpunkterne for f .
- Bestem monotoniforholdene for f .

Linjen l med ligningen $y = -x + 9$ er tangent til grafen for f i punktet $P(3, f(3))$.

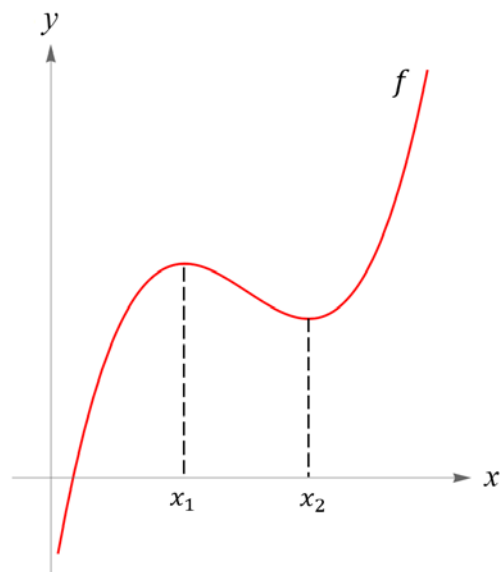
En anden linje m er parallel med linjen l og rører grafen for f i punktet Q .

- Bestem x -koordinaten til punktet Q .

4.D2.24 Figuren viser grafen for funktionen f givet ved

$$f(x) = \frac{1}{20}x^3 - x^2 + 6x - 4.$$

- Bestem $f'(x)$.
- Bestem ekstremumsstederne x_1 og x_2 for f .

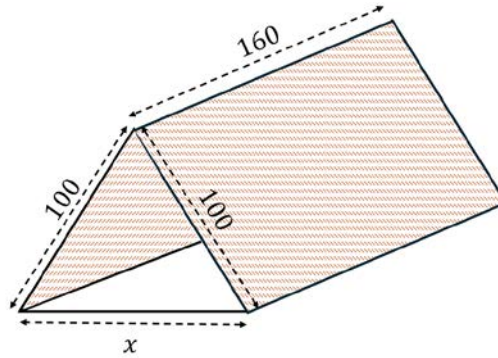


4.D2.25 En funktion f er givet ved

$$f(x) = e^x - 2x + 3.$$

- Bestem $f'(x)$.
- Gør ved hjælp af differentialregning rede for, at funktionen f har et minimum.

4.D2.26



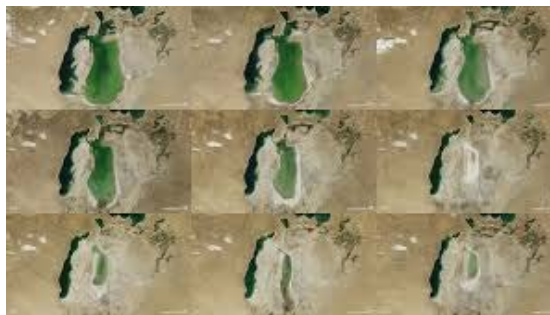
Figuren viser en model af et shelter. Modellen består af to ens, skråstillede rektangulære flader. Nogle af målene fremgår af figuren.

Rumfanget $V(x)$ af et sådant shelter kan beskrives ved

$$V(x) = 40 \cdot x \cdot \sqrt{40000 - x^2}, \quad 50 < x < 150.$$

- a) Brug differentialregning til at bestemme x , så rumfanget af shelteret bliver størst muligt.

4.D2.27



Billedkilde: NASA

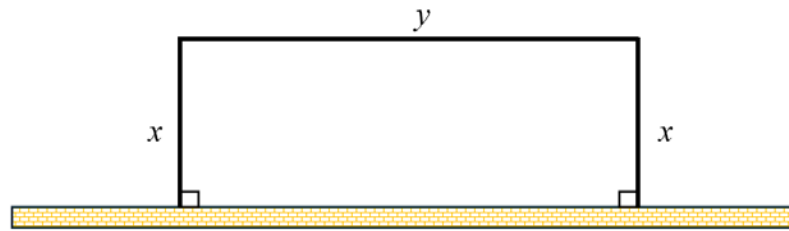
I en model for udtørringen af en bestemt sø kan den gennemsnitlige vanddybde i søen beskrives ved funktionen

$$f(x) = 0,083 \cdot (100 - x^2)^{1,5}, \quad 0 \leq x \leq 10,$$

hvor $f(x)$ betegner den gennemsnitlige vanddybde (målt i cm) til tiden x (målt i uger, efter at udtørringen begynder).

- a) Bestem den gennemsnitlige vanddybde i søen 5 uger, efter at udtørringen er begyndt.
- b) Bestem det tidspunkt, efter at udtørringen er begyndt, hvor den gennemsnitlige vanddybde aftager hurtigst.

4.D2.28



En rektangulær hestefold skal anlægges op ad en mur og indhegnes. Der skal ikke være noget hegn op ad muren.

På figuren ses en model af hestefolden, hvor sidelængderne er x og y .

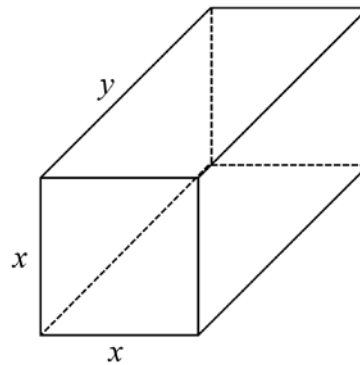
Den samlede længde af hegnet er 200 m.

- a) Vis, at arealet $A(x)$ af hestefolden er givet ved

$$A(x) = x \cdot (200 - 2x).$$

- b) Brug differentialregning til at bestemme x , så arealet af hestefolden bliver størst muligt.

4.D2.29



En kasseformet klods har kvadratiske endeflader med sidelængde x . Længden af klodsen er y , og klodsen har rumfanget 200 cm^3 .

- a) Vis, at overfladearealet $A(x)$ af klodsen kan bestemmes ved

$$A(x) = 2x^2 + \frac{800}{x}.$$

- b) Brug differentialregning til at bestemme x , så overfladearealet af klodsen bliver mindst muligt.

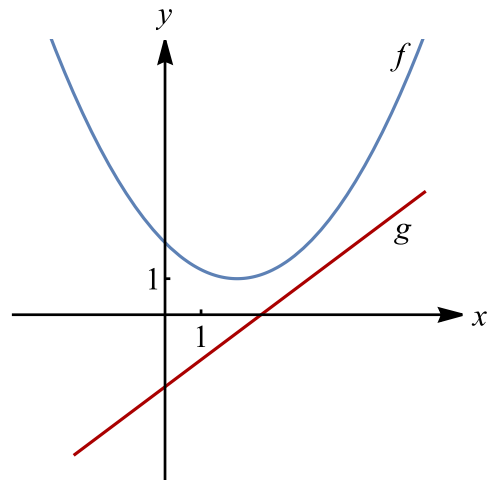
4.D2.30 Figuren viser graferne for to funktioner f og g , der er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 2$$

$$g(x) = \frac{3}{4}x - 2$$

Funktionen $L(x) = f(x) - g(x)$ angiver den lodrette afstand mellem grafen for f og grafen for g .

- a) Benyt $L(x)$ til at bestemme den mindste lodrette afstand mellem grafen for f og grafen for g .



4.D2.31 I en model kan det samlede antal dødsfald i en bestemt epidemi beskrives ved modellen

$$f(x) = \frac{683}{1 + 81,3 \cdot e^{-0,16x}},$$

hvor $f(x)$ angiver det samlede antal dødsfald x dage, efter epidemien blev opdaget.

- a) Bestem det samlede antal dødsfald 10 dage, efter epidemien blev opdaget.
 b) Hvor mange dage efter epidemien blev opdaget, voksede det samlede antal dødsfald hurtigst?

4.D2.32 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 7.$$

- a) Benyt $f'(x)$ til at bestemme monotoniforholdene for f .
 b) Bestem de værdier af tallet k , hvor grafen for f og linjen med ligningen $y = k$ har netop to punkter fælles.

4.D2.33 En funktion f er givet ved

$$f(x) = 5\sqrt{x} \cdot e^{-x}, \quad x \geq 0.$$

- a) Bestem monotoniforholdene for f ved hjælp af differentialregning.

En anden funktion g er givet ved

$$g(x) = 5\sqrt{x} \cdot e^{-ax}, \quad x \geq 0,$$

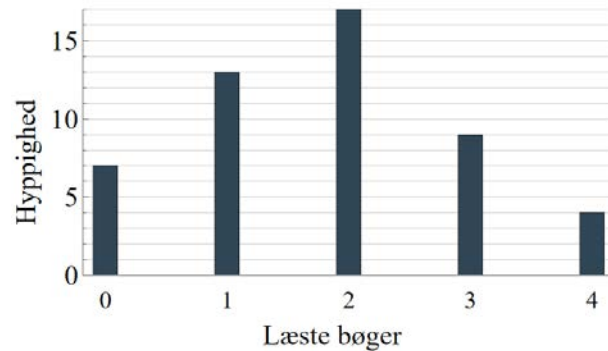
hvor $0 < a < 1$.

- b) Bestem tallet a , så g har maksimum, når $x = 3$.

5. Deskriptiv statistik

Delprøve 1

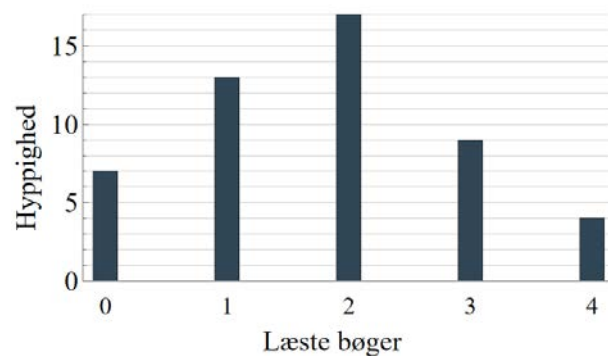
5.D1.1



I en undersøgelse har man spurgt 50 studerende, hvor mange bøger de hver har læst i løbet af den seneste måned. Figuren viser et søjlediagram over resultatet.

- a) Bestem middelværdien for antallet af læste bøger.
Bestem medianen for antallet af læste bøger.
Brug bilaget.

5.D1.2



I en undersøgelse har man spurgt 50 studerende, hvor mange bøger de hver har læst i løbet af den seneste måned. Figuren viser et søjlediagram over resultatet.

- a) Hvor mange procent af de studerende læste højst én bog i den seneste måned?
Brug bilaget.

5. Deskriptiv statistik

5.D1.3



Billedkilde: wikipedia

Et ishockeyhold har på en sæson spillet 10 kampe.
Herunder ses det antal udvisninger, holdet fik i hver af de 10 kampe

5, 3, 3, 6, 5, 9, 8, 4, 4, 2.

- a) Sortér antallet af udvisninger efter stigende størrelse, og bestem det udvidede kvartilsæt for antal udvisninger.

5.D1.4

Et ugrupperet datasæt består af observationerne

4, 11, 15, 21, 23, 25, 26, 27, 28, 30, 30, 31, 32, 32, 41, 42, 45.

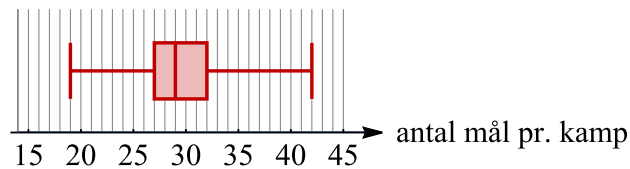
- a) Tegn et boksplot over datasættet.

5.D1.5



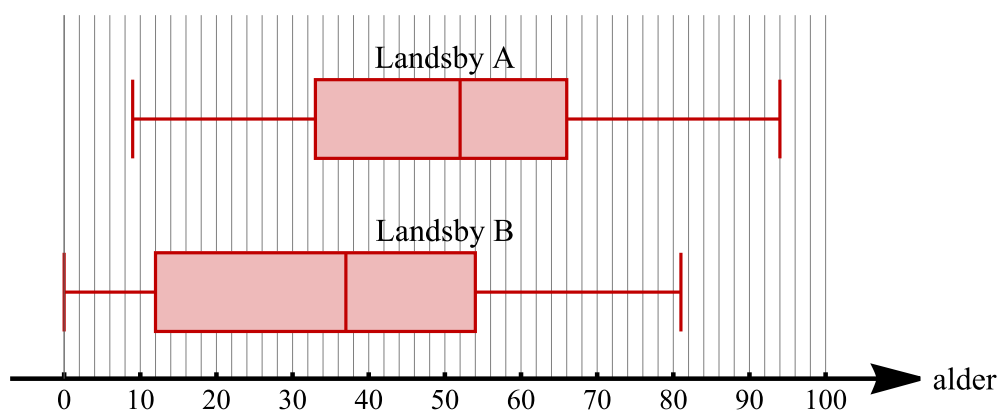
Billedkilde: wikipedia

Boksplottet herunder viser det antal mål, et bestemt håndboldhold har scoret pr. kamp i løbet af en sæson.



- a) Bestem det udvidede kvartilsæt og kvartilbredden.
Brug bilaget.

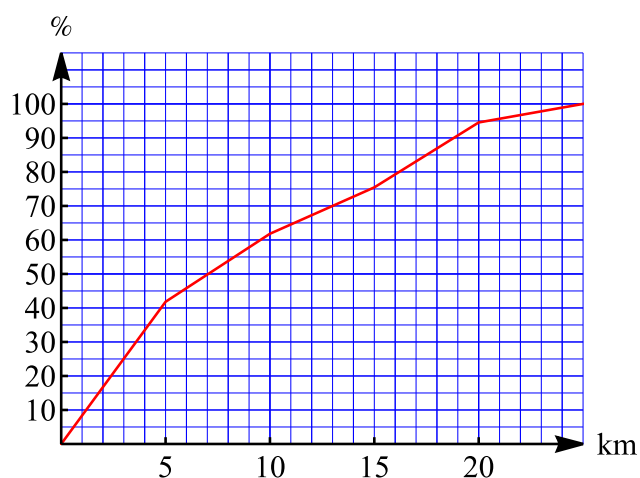
5.D1.6



De to boksplot på figuren viser aldersfordelingen for indbyggerne i landsby A og landsby B.

- a) Forklar for hver af følgende påstande, om den er korrekt. Brug bilaget.
- 1) Den yngste indbygger i landsby A er 12 år.
 - 2) En fjerdedel af indbyggerne i landsby B er mellem 54 år og 81 år.
 - 3) De 50 % yngste indbyggere i landsby A er alle yngre end de 50 % ældste i landsby B.

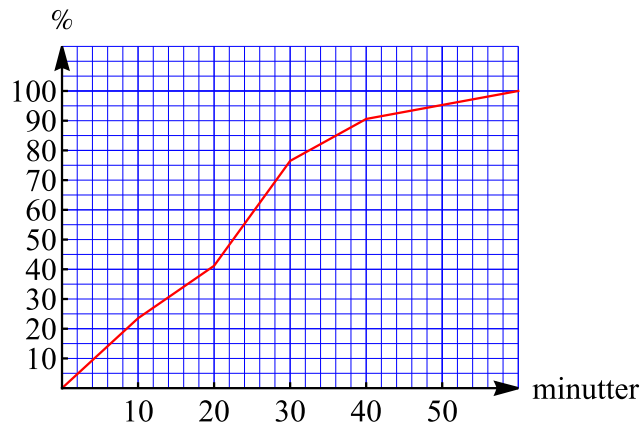
5.D1.7



På et gymnasium registrerer man, hvor langt hver enkelt elev har til skole. Figuren viser sumkurven for fordelingen af afstandene (målt i kilometer).

- a) Bestem den øvre kvartil, og gør rede for, hvad dette tal fortæller om elevernes afstand til skole. Brug bilaget.

5.D1.8



Figuren viser sumkurven for fordelingen af den tid (målt i minutter), en bestemt gruppe mennesker dagligt bruger på motion.

- a) Forklar for hver af følgende påstande, om den er korrekt. Brug bilaget.
- 1) De 20 % mest aktive brugte 35 minutter eller mere på daglig motion.
 - 2) Der er flere personer, der bruger 10-20 minutter på daglig motion, end der er personer, der bruger 20-30 minutter på daglig motion.

5.D1.9



Billedkilde: pixabay

Tabellen viser intervallhyppighederne for længden (målt i cm) af rejerne i et bestemt rejobassin.

Længde (cm)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10
Intervallhyppighed	2	6	10	4	3

- a) Bestem intervalfrekvensen for hvert interval i tabellen, og tegn et histogram over fordelingen af rejerne længde. Brug bilaget.

5.D1.10



Billedkilde: pixabay

Tabellen viser vægtfordelingen (målt i kg) af et parti vandmeloner.

Vægt (kg)	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
Intervalfrekvens	10 %	15 %	30 %	25 %	15 %	5 %

- a) Bestem de kumulerede frekvenser for vandmelonernes vægtfordeling, og tegn en sumkurve over denne fordeling.
Brug bilaget.

6. Kombinatorik og sandsynlighedsregning

Delprøve 1

6.D1.1



Billedkilde: ai

En forlystelsespark har en andedam-bod med gevinst hver gang. I dammen er der 80 ænder, og under hver and er der skjult en farve, der afgør, hvad man har vundet. Tabellen viser antallet af ænder med hver farve under sig i dammen.

Farve	Rød	Blå	Grøn	Hvid
Antal ænder	27	12	8	33

På tilfældig måde fiskes en and op af dammen.

- a) Bestem sandsynligheden for, at anden enten har en rød eller en hvid farve skjult under sig.

6.D1.2



Billedkilde: Wikipedia

En neglesalon tilbyder 3 forskellige typer manicure, 2 forskellige typer neglelak og 5 forskellige typer negledekorationer.

- a) På hvor mange måder kan man vælge først 1 type manicure, så 1 type neglelak og til sidst 1 type dekoration?

6. Kombinatorik og sandsynlighedsregning

6.D1.3 I en virksomhed er der 10 personer ansat.
Der skal dannes en arbejdsgruppe på 5 personer.

- a) På hvor mange måder kan arbejdsgruppen på 5 personer dannes ud af de 10 ansatte i virksomheden?

6.D1.4 Jesper skal på ferie.
Han har 9 forskellige trøjer.

- a) På hvor mange måder kan han vælge 4 trøjer at tage med på ferien?

6.D1.5 På billedet ses to 6-sidede terninger.
Den ene terning er rød, og den anden terning er hvid.
Hver terning kan vise udfaldene 1, 2, 3, 4, 5 eller 6.
Sandsynligheden er den samme for hvert udfald på de to terninger.
De to terninger kastes.



- a) Bestem sandsynligheden for, at den røde terning viser en sekser, og at den hvide terning viser et lige tal.

6.D1.6



Billedet viser to forskellige bunker med fem kort i hver.
Jesper trækker først et kort fra den venstre bunke og derefter et kort fra den højre.

- a) Hvad er sandsynligheden for, at det første kort er spar es, og at det andet kort er mindre end 7?

6.D1.7 På et gymnastikhold går der 4 drenge og 5 piger.
Der trækkes lod om, hvilke 3 børn der skal med til et stævne.

- a) Bestem sandsynligheden for, at alle 3 børn er drenge.

6.D1.8 Et museum har købt 10 kunstværker af forskellige kunstnere. 6 af kunstværkerne er malerier, og 4 er skulpturer.

Museet udvælger på en tilfældig måde 4 af kunstværkerne til en bestemt udstilling.

- a) Bestem sandsynligheden for, at alle 4 udvalgte kunstværker er malerier.

6.D1.9 Nedenfor ses sandsynlighedstabellen for en stokastisk variabel X .

x_i	-3	-1	0	3	4	10
$P(X = x_i)$	0,10	0,15	0,25	0,10	p	0,05

- a) Bestem p .
b) Bestem $P(X \leq 3)$.

6.D1.10 Tabellen viser sandsynlighedsfordelingen for en stokastisk variabel X .

x_i	1	2	3	4	5
$P(X = x_i)$	0,1	0,3	0,15	0,25	0,2

- a) Bestem middelværdien μ af den stokastiske variabel X .

6.D1.11 En stokastisk variabel X er binomialfordelt med sandsynlighedsparameter $p = 0,5$ og antalsparameter $n = 40$.

- a) Bestem middelværdien μ af X .
Bestem spredningen σ af X .

Delprøve 2

- 6.D2.1** I en virksomhed er der 11 personer ansat. 6 af dem er kvinder, og 5 af dem er mænd. Der skal dannes en arbejdsgruppe på 5 personer.
- a) Hvad er sandsynligheden for, at arbejdsgruppen kun består af kvinder?
- 6.D2.2** En stokastisk variabel X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 650$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,17$.
- a) Bestem middelværdien μ og spredning σ af X .
- 6.D2.3** En stokastisk variabel X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 80$ og sandsynlighedsparameter $p = \frac{1}{4}$.
- a) Bestem $P(15 \leq X \leq 20)$.
- 6.D2.4** En stokastisk variabel X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 600$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,32$.
- a) Bestem $P(X = 180)$.
- b) Bestem $P(X > 200)$.

6.D2.5



Billedkilde: ai

I et bestemt land har 0,4 % af alle kvinder fået foretaget plastikkirurgi.

I en model betegner den stokastiske variabel X det antal kvinder, der har fået foretaget plastikkirurgi blandt 1000 tilfældigt udvalgte kvindelige indbyggere.

Det antages, at X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 1000$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,004$.

- a) Bestem sandsynligheden $P(X = 10)$.

En gruppe forskere vil undersøge, om andelen af landets mandlige indbyggere, der har fået foretaget plastikkirurgi, også er 0,4 %. De opstiller derfor nulhypotesen

H_0 : Andelen af mandlige indbyggere, der har fået foretaget plastikkirurgi, er 0,4 %.

De beslutter at teste nulhypotesen ved hjælp af et binomialtest med et signifikansniveau på 5 %.

Forskerne foretager en stikprøve, og blandt 2044 tilfældigt udvalgte mandlige indbyggere viser det sig, at 7 af dem har fået foretaget plastikkirurgi.

- b) Bestem acceptområdet for testet, og afgør, om nulhypotesen kan forkastes.

6.D2.6



Billedkilde: pixabay

I et bestemt land viste en stor undersøgelse i 2005, at andelen af unge mellem 16 og 19 år, der røger dagligt, var 15 %.

I en model betegner den stokastiske variabel X antallet af daglige rygere, blandt 1700 tilfældigt udvalgte unge mellem 16 og 19 år.

Det antages, at X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 1700$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,15$.

- a) Bestem sandsynligheden $P(X \leq 250)$, og gør rede for, hvad dette tal fortæller.

I 2024 ønsker en gruppe forskere at undersøge, om andelen af unge mellem 16 og 19 år, der ryger dagligt, har ændret sig. De opstiller derfor nulhypotesen

H_0 : Andelen af unge mellem 16 og 19 år, der ryger dagligt, har ikke ændret sig

og beslutter at teste nulhypotesen ved hjælp af et binomialtest med et signifikansniveau på 5 %.

Forskerne fortager en stikprøve på i alt 1003 tilfældigt udvalgte unge mellem 16 og 19 år.

- b) Bestem det kritiske område for dette test.

6.D2.7



Billedkilde: pixabay

I Danmark holder 3 % af befolkningen fisk.

Der udvælges på tilfældig måde en stikprøve på 450 personer.

Den stokastiske variabel X betegner antallet af personer i denne stikprøve, der holder fisk.

Det antages, at X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 450$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,03$.

- Bestem sandsynligheden $P(X \geq 20)$, og forklar betydningen af dette tal.
- Hvad er det mest sandsynlige antal personer, der holder fisk, ud af de 450 i stikprøven?

6.D2.8

Et firma, der sælger blomsterløg, oplyser på deres hjemmeside, at 87 % af deres blomsterløg spirer. En kunde køber n blomsterløg.

Den stokastiske variabel X betegner antallet af blomsterløg, der spirer.

Det antages, at X er binomialfordelt med antalsparameter n og sandsynlighedsparameter $p = 0,87$.

- Bestem sandsynligheden $P(X \geq 45)$ for, at mindst 45 blomsterløg spirer, hvis $n = 50$.
- Hvor mange blomsterløg skal kunden mindst købe, hvis $P(X \geq 45)$ skal være større end 95 %?