

## Temaopgave Funktioner

En temaopgave er en afleveringsopgave, der foruden opgaver kan indeholde teori og beviser. I denne temaopgave er der fokus på forskellige typer af vækst. Funktionerne, hvis vækstegenskaber skal behandles er

- Lineære funktioner
- Eksponentielle funktioner
- Potensfunktioner

### Indhold

I denne afleveringsopgaver skal I beskrive teori og egenskaber i forbindelse med følgende funktioner og deres grafer:

#### 1. Lineære funktioner, $f(x) = ax + b$

Beskriv forskriften for en lineær funktion  $y = ax + b$ , herunder **betydningen af konstanterne  $a$  og  $b$**  for funktionens grafiske udseende. Redegør desuden for følgende formler når grafen for en ret linje går gennem to punkter  $P(x_1, y_1)$  og  $Q(x_2, y_2)$ :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{og} \quad b = y_1 - a \cdot x_1$$

Inddrag selvvalgte eksempler.

Hvilke vækstegenskab har lineære funktioner?

Hint: for lineære funktioner gælder der f.eks., at hvis  $x$  ændres med  $\Delta x$ , så ændres  $y$  med  $\Delta y = a \cdot \Delta x$ .

<https://plusstxb1.systime.dk/?id=1224#c9410>

#### 2. Eksponentielle funktioner, $f(x) = b \cdot a^x$

Beskriv forskriften for en eksponentialfunktion af typen  $y = b \cdot a^x$ , hvor  $a > 0$ ,  $b > 0$  og  $x \in ]-\infty, \infty[$ , herunder **betydningen af konstanterne  $a$  og  $b$**  for funktionens grafiske udseende. Redegør desuden for følgende formler når grafen går gennem to punkter  $P(x_1, y_1)$  og  $Q(x_2, y_2)$ :

$$a = \sqrt[x_2 - x_1]{\frac{y_2}{y_1}} \quad \text{og} \quad b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$

Inddrag selvvalgte eksempler.

For eksponentialfunktioner beskrives desuden halverings- og fordoblingskonstanten og formler for disse medtages. Eksempler inddrages.

Hvilke vækstegenskab har eksponentielle funktioner?

Hint: <https://plusstxb1.systime.dk/?id=1263#c10672>

### 3. Potensfunktioner, $f(x) = b \cdot x^a$

Beskriv forskriften for en potensfunktion af typen  $y = b \cdot x^a$ , hvor  $a \in ]-\infty, \infty[$ ,  $b > 0$  og  $x > 0$ . herunder **betydningen af konstanterne  $a$  og  $b$**  for funktionens grafiske udseende. Redegør desuden for følgende formler når grafen går gennem to punkter  $P(x_1, y_1)$  og  $Q(x_2, y_2)$ .

$$a = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)} \quad \text{og} \quad b = \frac{y_1}{x_1^a}$$

Inddrag selvvalgte eksempler.

Hvilke vækstegenskaber har potentielle funktioner?

Hint: <https://plusstxb1.systime.dk/?id=1248#c9897>

4. Forklar hvornår man bruger regression og hvad formålet med metoden er? (Husk at inddrage forklaringsgraden og residualplot)

### Fremgangsmåde

Temaopgaven skal indeholde en *indledning* til emnet *vækst*, et *teori afsnit* samt en besvarelse af nedenstående opgaver, hvori man illustrerer hvorledes teorien bliver brugt til at løse nogle konkrete problemstillinger (anvendelse af teori). Temaopgaven rundes af med en konklusion.

### Arbejdsgang

Gruppearbejde i modulerne 15. marts og 18. marts.

21. marts giver grupperne hinanden feedback i første halvdel af modulet, hvorefter man i anden halvdel kan arbejde videre med sin temaopgave. Der forventes at der bruges tid på at arbejde med opgaven hjemme.

### Aflevering af temaopgaven

Opgaven skal uploades den 22. marts under opgaver i Lectio i PDF-format.

| Gruppe 1  | Gruppe 2 | Gruppe 3  | Gruppe 4 | Gruppe 5 | Gruppe 6 | Gruppe 7 |
|-----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| Anna S    | Luna     | Julius    | Lea      | Anna R   | Alberte  | Andreas  |
| Clara     | Annabel  | Josephine | Celine   | Liva     | Amanda   | Carl     |
| Smilla    | Laura L  | Sofia     | Emilia   | Isabella | Asta     | Maria    |
| Mikkeline | Bertram  | Katalina  | Laura N  | Emma     | Lucas    | Anna M   |
|           |          | Jasmine   |          |          |          |          |

### Opgave 1

EU-landene aftale for nogle år siden et loft over priser på telefon, sms og data. De aftalte maksimalpriser frem til juli 2014 kan beskrives ved en lineære model  $f(x) = ax + b$

Hvor  $x$  er antal år efter juli 2011, og  $f(x)$  er maksimalprisen i kr pr. min. for mobilopkald i EU.

Det oplyses at  $f(0) = 3,26$  og  $f(3) = 1,77$

- a) Bestem tallene  $a$  og  $b$ . Hvad fortæller tallet  $a$  og  $b$  om prisaftalen?

**Opgave 2**

I en model for befolkningsvæksten i Indien antages det, at

$$N(t) = 1134 \cdot 1,014^t$$

Hvor  $N(t)$  betegner befolkningstallet (målt i millioner) til tidspunktet  $t$  (målt i antal år efter 2005)

- Hvad fortæller tallene 1134 og 1,014 om befolkningsvæksten i Indien?
- Bestem fordoblingskonstanten  $T_2$  og forklar betydningen af den.

**Opgave 3**

Sammenhængen mellem en bestemt diskokugles rumfang og diameter, er beskrevet ved

$$f(x) = 0,52 \cdot x^3$$

Hvor  $x$  er diskokuglens diameter (målt i cm), og  $f(x)$  er dens rumfang (målt i  $\text{cm}^3$ ).

- Bestem diameteren af en diskokugle med rumfanget  $6000 \text{ cm}^3$ .
- Hvor mange procent større bliver rumfanget af en diskokugle, hvis diameteren øges med 50%?

**Opgave 4**

Tabellen viser hastigheden for Saturn V-raket de første sekunder efter starten:

|                            |   |   |   |    |    |    |    |
|----------------------------|---|---|---|----|----|----|----|
| Tid efter start (sekunder) | 0 | 1 | 3 | 5  | 7  | 9  | 11 |
| Hastighed (m/s)            | 0 | 3 | 7 | 12 | 16 | 23 | 27 |

Hvor  $t$  er tiden efter start, målt i sekunder, og  $v(t)$  er raketens hastighed, målt i m/s.

- Bestem en forskrift for  $v$  ved hjælp af regression.  
(Husk der er flere typer af funktioner at vælge imellem)



Foto: NASA