# Arbejdsseddel: Areal, volumen og kurvelængde

*KBJ, september 2025* *3g MA A1*

**Opgave 1**

En funktion $f$ er bestemt ved

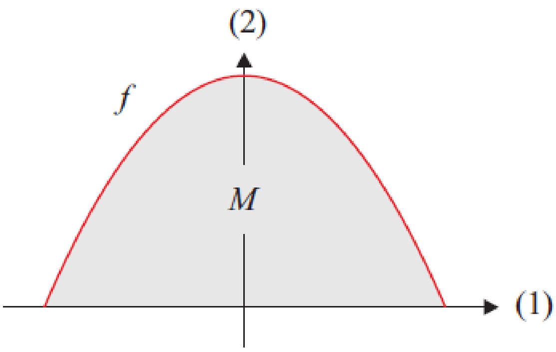
$$f(x) = x^2 - 10x + 30 .$$

Grafen for $f$, koordinatakserne og linjen med ligningen $x = 10$ afgrænser i første kvadrant en punktmængde $M$, der har et areal.

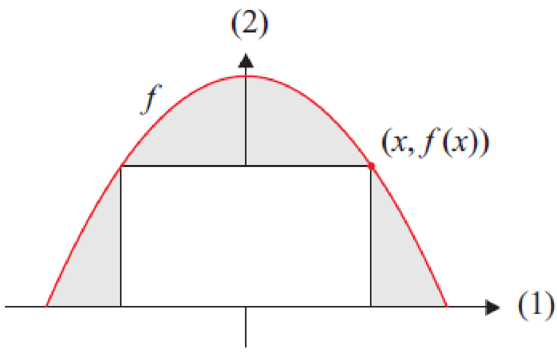
a) Bestem arealet af $M$.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når $M$ drejes $360°$ omkring førsteaksen.

**Opgave 2**




Figur 1




Figur 2

En funktion $f$ er givet ved

$$f(x) = 4 - \frac{x^2}{4}.$$

Grafen for $f$ og førsteaksen afgrænser i første og anden kvadrant en punktmængde $M$, der har et areal (se figur 1).

a) Bestem arealet af $M$.

Fra punktmængden $M$ er der udskåret et rektangel (se figur 2).

b) Bestem arealet af det skraverede område på figur 2 udtrykt ved $x$.

**Opgave 3**

En funktion $f$ er givet ved

$$f(x) = \frac{1}{x} + \sqrt{x}.$$

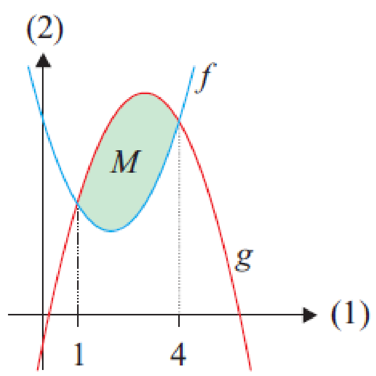
Grafen for $f$, førsteaksen og linjerne med ligningerne $x = 1$ og $x = 4$ afgrænser et område $M$, der har et areal. Når området $M$ drejes $360°$ om førsteaksen, fremkommer et omdrejningslegeme.

a) Bestem rumfanget af dette omdrejningslegeme.

**Opgave 4**

To funktioner $f$ og $g$ er givet ved

$$f(x) = x^2 - 4x + 7$$
$$g(x) = -x^2 + 6x - 1.$$




Graferne for $f$ og $g$ afgrænser i første kvadrant en punktmængde $M$, der har et areal.

a) Bestem arealet af $M$.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når $M$ drejes $360°$ om koordinatsystemets førsteakse.

**Opgave 5**

To funktioner $f$ og $g$ er givet ved

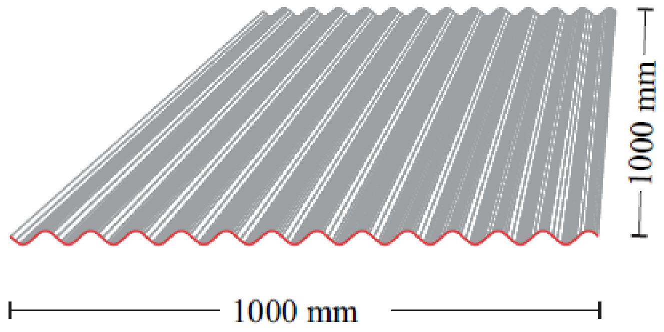
$$f(x) = 17 - x^2 \text{ og } g(x) = 8.$$

Graferne for de to funktioner afgrænser et område $M$, der har et areal.

a) Bestem arealet af $M$.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når $M$ drejes $360°$ omkring førsteaksen.

## Opgave 6




En funktion $f$ er givet ved

$$f(x) = -9,75 \cdot \sin(0,0817 \cdot x)\text{, hvor } 0 \leq x \leq 1000\ .$$

I en model har den ene kant på en tagplade samme form som grafen for $f$. Alle mål er i mm.

a) Bestem den vandrette afstand mellem to toppe samt den lodrette afstand mellem top og bund på kanten af tagpladen, når tagpladen ligger på et vandret gulv.

Det oplyses, at kurvelængden $L$ for grafen for $f$ i intervallet fra $a$ til $b$ kan bestemmes ved følgende formel:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx\ .$$

Det oplyses endvidere, at en bestemt tagplade er 1000 mm bred og 1000 mm lang.

b) Bestem overfladearealet af tagpladens overside.

## Opgave 7

To funktioner $f$ og $g$ er givet ved

$$f(x) = \sqrt{2x}\ , \quad x > 0\ ,$$
$$g(x) = -0,5x + 3\ .$$

Graferne for de to funktioner $f$ og $g$ afgrænser sammen med førsteaksen et område $M$, der har et areal.

a) Bestem skæringspunktet mellem graferne for $f$ og $g$, og bestem arealet af $M$.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når $M$ drejes $360°$ omkring førsteaksen.

## Opgave 8

To funktioner $f$ og $g$ er givet ved

$$f(x) = \sqrt{1,2^2 - x^2} + 3,2, \qquad -1,2 \le x \le 1,2$$
$$g(x) = -\sqrt{1,2^2 - x^2} + 3,2, \qquad -1,2 \le x \le 1,2 .$$

Graferne for $f$ og $g$ afgrænser i første og anden kvadrant et område $M$, der har et areal.

a) Tegn graferne for $f$ og $g$ i samme koordinatsystem, og bestem arealet af $M$.

I en model kan formen af en oppustelig badering beskrives ved det omdrejningslegeme, der fremkommer, når $M$ drejes 360° om $x$-aksen, idet enheden på koordinatsystemets akser er dm.

b) Benyt modellen til at bestemme rumfanget af luften i baderingen.

*Foto: www.colourbox.dk*

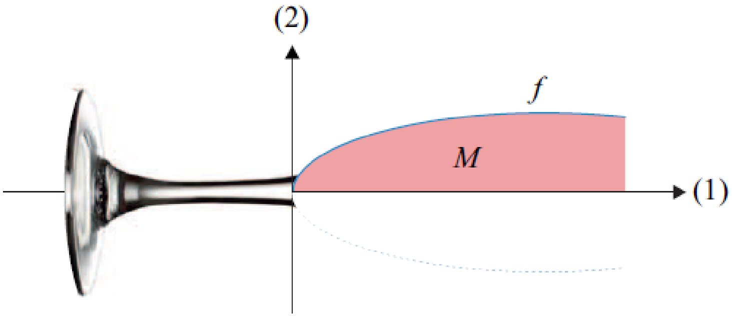
## Opgave 9

En funktion $f$ er bestemt ved

$$f(x) = a \cdot \sqrt{x \cdot (16 - x)}, \quad 0 \le x \le 10,$$

hvor $a$ er et positivt tal.

Grafen for $f$ afgrænser sammen med koordinatsystemets førsteakse og linjen med ligningen $x = 10$ et område $M$, der har et areal. Enheden på begge akser er cm.




Det indre af et glas har form som det omdrejningslegeme, der fremkommer, når $M$ drejes $360^\circ$ om førsteaksen.

a) Bestem $a$, så glassets volumen bliver 260 $cm^3$.

For et andet glas er $a = 0,3$. En markering på glasset skal vise, hvornår der er hældt 100 $cm^3$ i glasset, når glasset står lodret.

b) Bestem, hvor markeringen på glasset skal anbringes.