

MATPROJEKT

HHX B

Vejledende Løsning



Johanne Skotte Steen-Hansen

Campus Odsherred | Matematik B | 2.m

INDHOLDSFORTEGNELSE

INTRODUKTION	1
OPGAVE 1 - SANSYNLIGHEDSREGNING	2
DELOPGAVE A) - PRÆSENTATION AF DATA	2
DELOPGAVE B) - OPSTIL OG TEST EN HYPOTESE	3
DELOPGAVE C) - BESTEM ET ESTIMAT	4
DELOPGAVE D) - BESTEM SANDSYNLIGHED	5
DELOPGAVE E) - OPSTIL OG TEST EN HYPOTESE	6
DELOPGAVE F) - ANALYSE AF DATA	7
DELOPGAVE G) - SAMLET KONKLUSION	8
OPGAVE 2 - LINEÆR REGRESSION	9
DELOPGAVE A) - LINEÆRE REGRESSIONSMODELLER	9
DELOPGAVE B) - ANALYSE AF MODELLER	11
OPGAVE 3 - ANNUITETSLÅN	11
DELOPGAVE A) - FORVENTET FRIVÆRDI	11
DELOPGAVE B) - LÅNETILBUD	12
DELOPGAVE C) - FORDELE OG ULEMPER	14
OPGAVE 4 - DIFFERENTIALREGNING OG FUNKTIONSUNDERSØGELSE	15
DELOPGAVE A) - TEGN GRAFEN	16
DELOPGAVEN B) - BESTEM OMSÆTNING	16
DELOPGAVE C) -	17
DELOPGAVE D)	17
DELOPGAVE E)	17
DELOPGAVE F)	18
DELOPGAVE G)	19
KONKLUSION	19

Introduktion

Opgave 1 - Sansynlighedsregning

Center for Nyhedsforskning har i 2024 lavet en rapport om danskernes forbrug af nyhedsmedier.

I denne rapport er 2011 danskere udvalgt, på en repræsentativ måde fordelt på 6 forskellige aldersgrupper: 18-24-årige, 25-34-årige, 35-44-årige, 45-54 årige, 55-65-årige og 65+-årige, med xx forskellige svarmuligheder til spørgsmålet:

Hvilken kilde til nyheder er den vigtigste for dig?

Svarmulighederne er:

- Radio
- Sociale Medier
- TV
- TV-kanalers nyhedssites online
- Avisers nyhedssites online
- Trykte aviser

Baseret på disse svarmuligheder vil Center for nyhedsforskning gerne vurdere om der er forskel på hvilke nyhedsmedier de enkelte aldersgrupper betragter som det vigtigste.

Delopgave a) - Præsentation af data

For at lave en vurdering af hvilke aldersgrupper synes hvilke nyhedsmedier er den vigtigste for dem opstilles en tabel med aldersgrupperne som rækker og nyhedsmedierne som kolonner, hvor antallet af personer i en bestemt aldersgruppe kan ses baseret på den valgte svarmulighed.

Tabellen er opstillet ved at formatere dataen i Excel og lave en Pivot-tabel:

Nyhedsmedie/ Aldersgrupper	Radio	Sociale Medier	TV	TV- Kanalers nyhedssites online	Avisers nyhedssites online	Trykte Aviser	I alt
18-24	18	131	76	69	44	4	342
25-34	30	75	71	89	71	7	343
35-44	13	33	140	48	80	7	321
45-54	21	51	133	110	98	9	422
55-65	24	31	159	41	80	7	342
65+	22	10	134	22	31	22	241
I alt	128	331	713	379	404	56	2011

Table 1: Oversigt over antallet af personer i hver aldersgruppe der synes et bestemt nyhedsmedie er vigtigst.

Allerede baseret på bare denne tabel, kan der laves et par konklusioner. Det er tydeligt at det medie som bliver vurderet vigtigst er TV, da 713 ud af 2011 personer på tværs af aldersgrupper svarede at netop TV er det vigtigste medie for dem. Modsat kan man også se på dataen at trykte aviser ikke har en særlig stor betydning for nogle af aldersgrupperne. En sidste lille konklusion er at flere unge mellem 18-24 synes at sociale medier er det vigtigste nyhedsmedie end alle andre aldersgrupper.

Delopgave b) - Opstil og test en hypotese

For at vurdere om der er en forskel på hvilket nyhedsmedie de enkelte aldersgrupper betragter som det vigtigste, opstilles en nulhypotese, H_0 , der antager at der IKKE er nogen forskel på hvilke aldersgruppe vælger hvilket nyhedsmedie, altså at de er uafhængige.

H_0 : Der er ingen forskel på aldersgrupperne og hvilket nyhedsmedie de anser som vigtigst.

For at teste denne hypotese, bestemmes først antallet af frihedsgrader, derefter de forventede værdier, test – størrelsen for til sidst at bestemme p

– værdien og sammenligne den med et signifikansniveau på 5%.

Som sagt bestemmes antallet af frihedsgrader først. Formelen for frihedsgrader kan ses nedenfor

$$f = (\text{antal rækker} - 1) \cdot (\text{antal søjler} - 1)$$

Der er 6 forskellige aldersgrupper (Her: rækker) og 6 forskellige nyhedsmedier (Her: Kolonner). Begge disse værdier indsættes i formlen ovenfor og beregnes.

$$f = (6 - 1) \cdot (6 - 1) = 25$$

Udover frihedsgrader skal de forventede værdier også bestemmes. De observerede værdier fra den tabel vi lavede i delopgave a) og derfor kan de forventede værdier nemt beregnes ved nedenstående formel:

$$\text{forventet værdi} = \frac{\text{søjlesum} \cdot \text{rækkesum}}{\text{totalsum}}$$

Først beregnes den forventede værdi for at unge mellem 18 og 24 synes at radio er det vigtigste medie for dem. Der er 342 unge mellem 18 og 24 der har svaret på undersøgelsen og I alt 128 der har valgt radio som deres vigtigste nyhedsmedie på tværs af alle aldersgrupper. Samtidig er der 2011 der I alt har svaret på spørgeskemaet. Disse tre værdier indsættes i formlen ovenfor og den forventede værdi beregnes:

$$\frac{128 \cdot 342}{2011} = 22$$

Samme beregning laves for alle kombinationer af aldersgrupper og nyhedsmedier og der laves en lignende tabel for forventede værdier, som der blev lavet for de observerede værdier i delopgave a).

Nyhedsmedie/ Aldersgrupper	Radio	Sociale Medier	TV	TV- Kanalers nyhedssites online	Avisers nyhedssites online	Trykte Aviser	I alt
18-24	22	56	121	64	69	10	342
25-34	22	56	122	65	69	10	343
35-44	20	53	114	40	64	9	321
45-54	27	69	150	80	85	12	422
55-65	22	56	121	64	69	10	342
65+	15	40	85	45	48	7	241
I alt	128	331	713	379	404	56	2011

Tabel 2: Oversigt over de beregnede forventede værdier

Med de observerede og forventede værdier kan teststørrelsen nu bestemmes. χ^2 bestemmes ved nedenstående formel:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{observeret værdi} - \text{forventet værdi})^2}{\text{forventet værdi}}$$

Igen beregnes teststørrelsen for unge mellem 18 og 24 og nyhedsmediet radio, hvor den observerede værdi er 18 og den forventede værdi er 22.

$$\frac{(18 - 22)^2}{22} = 0,65$$

Samme beregning laves igen for alle kombinationer af aldersgrupper og nyhedsmedier og summeres sammen til nedenstående teststørrelse

$$\chi^2 = 354,79$$

P-værdien kan bestemmes ved hjælp af $\text{CHI2.FORD.RT}(\chi^2, f)$ I excel, hvor χ^2 er teststørrelsen og f er antallet af frihedsgrader. Baseret på den beregning fås en meget lille p-værdi på:

$$p = 5,16 \cdot 10^{-60}$$

Denne værdi ligger markant under 5% og derfor skal den originale hypotese, H_0 forkastes og vi må acceptere den alternative hypotese:

H_1 : Aldersgrupperne og hvilket nyhedsmedie de anser som vigtigst er ikke uafhængige.

Det kan altså konkluderes at der må være en forskel på hvilke aldersgrupper, der vælger hvilke nyhedsmedier.

Delopgave c) - Bestem et estimat

Der skal undersøges yderligere for at konkludere på undersøgelsen, så det besluttes at der skal bestemmes et estimat for den andel af unge danskere mellem 18 og 24, der mener at sociale medier er det vigtigste nyhedsmedie. Et estimat, samt et 95%-konfidensinterval for denne andel af unge mennesker.

For at bestemme estimatet af andellen af unge mellem 18 og 24, skal stikprøveandelen, \hat{p} , bestemmes. Andelen bestemmes ved at tage den observerede værdi fra unge mellem 18 og 24 og sociale medier fra delopgave a) og dividere med det samlede antal af unge mellem 18 og 24, der har besvaret undersøgelsen.

$$\hat{p} = \frac{131}{342} = 0,383 = 38,3\%$$

Der er altså en andel på 38% af de unge mellem 18 og 24 som svarer at deres vigtigste nyhedsmedie er sociale medier.

Ud fra denne andel kan der bestemmes et konfidensinterval for hvor vi med 95% sikkerhed kan sige andelen af unge mellem 18 og 24, der vælger sociale medier som deres vigtigste nyhedsmedie. Intervallet kan bestemmes ud fra nedenstående formel:

$$\left[\hat{p} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{n}; \hat{p} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{n} \right]$$

Hvor σ er spredningen $\sigma = \sqrt{n \cdot \hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}$, \hat{p} er andelen vi bestemte tidligere og n er hvor mange mellem 18 og 24 der har besvaret undersøgelsen.

Først bestemmes spredningen

$$\sigma = \sqrt{342 \cdot 0,383 \cdot (1 - 0,383)} = 8,99$$

Nu kan intervallet bestemmes

$$\left[38,3 - 1,96 \cdot \frac{8,99}{342} \cdot 100; 38,3 + 1,96 \cdot \frac{8,99}{342} \cdot 100 \right]$$

Først er $1,96 \cdot \frac{8,99}{342} \cdot 100$ beregnet

$$[38,3 - 5,152 ; 38,3 + 5,152]$$

Endnu en beregning

$$[33,148\% ; 43,452\%]$$

Vi kan altså med 95% sikkerhed at mellem 33,15 og 43,5% af unge mellem 18 og 24 vil vælge sociale medier som deres vigtigste nyhedsmedie.

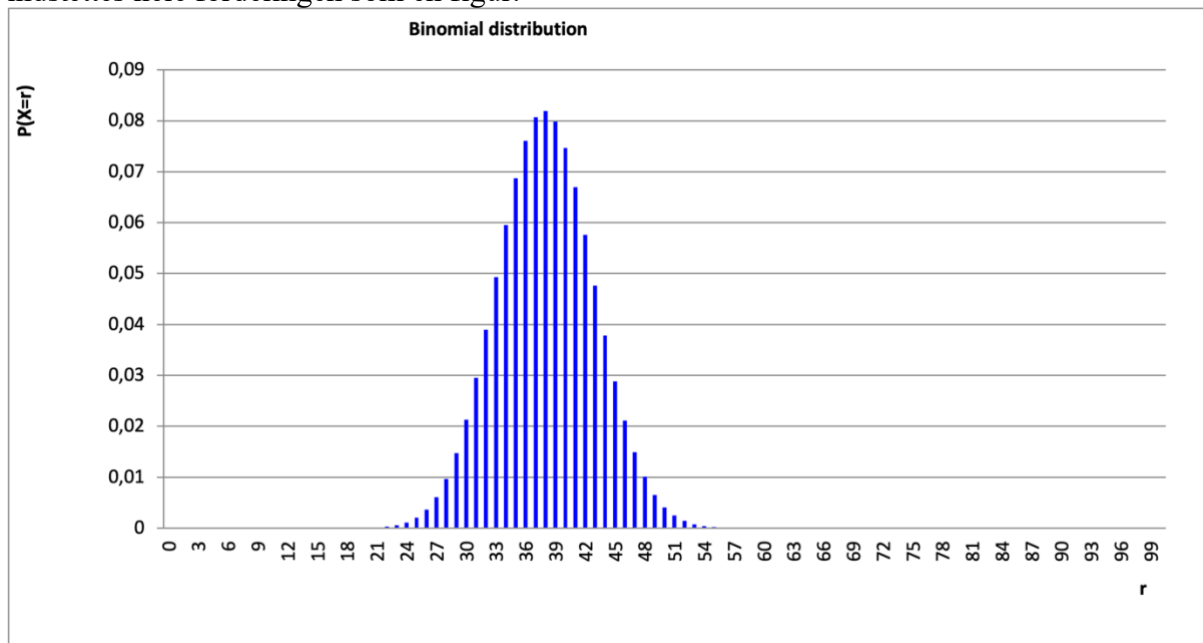
Delopgave d) - Bestem sandsynlighed

Opgaven fortæller at det kan antages at andelen af danskere i aldersgruppen 18-24 år, der betragter de sociale medier som den vigtigste nyhedskilde er 38% og at sandsynligheden for at der blandt 100 af danskere er mere end 50 der betragter sociale medier som den vigtigste kilde til nyheder.

Denne sandsynlighed kan bestemmes ved binomialfordeling, netop fordi at dette kan stilles op som et binomialeksperiment. Det er et binomialeksperiment, som består af

- 100 uafhængige gentagelser (de 100 danskere)
- To udfald, hvor succes er at sociale medier er det vigtigste nyhedsmedie og fiasko er at sociale medier ikke er det vigtigste medie. Sandsynligheden for succes er netop de 38% som er givet i opgaven.

Binomialfordelingen laves i det indbyggede excel-ark I wordmat for binomialfordeling. Først indsættes hele fordelingen som en figur.



Figur 1: Binomialfordeling med 100 gentagelser

I samme excel-ark kan sandsynligheden for 50 eller flere bestemmes. Dette ses nedenfor:

$$P(50 \leq X \leq 100) = 0,009606$$

Der ganges med 100 for at få værdien i procent.

$$0,009606 \cdot 100 = 0,9606$$

Sandsynligheden for at 50 danskere eller flere vælger sociale medier som deres vigtigste nyhedsmedie er 0,96%.

Delopgave e) - Opstil og test en hypotese

	Kvinder	Mænd	Total
Ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	493	415	908
Ikke-ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	189	240	429
Total	682	655	1337

Tabel 3: Antalstabel

Der er opstillet en tabel fra en anden rapport fra DDC (Digital Democracy Center) under SDU fra 2023, hvor man har undersøgt danskernes brug af sociale medier som nyhedsmedie. Vi bliver bedt om at opstille en relevant hypotese og teste den.

Der testes for uafhængighed og nedenstående nulhypotese bliver opstillet

$$H_0: \text{Der er ingen forskel på køn og om man er ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie}$$

Som standard vælges et signifikansniveau på 5%.

Til at starte med bestemmes frihedsgraderne for de to kategorier.

$$f = (\text{antal rækker} - 1) \cdot (\text{antal søjler} - 1)$$

Her er der to forskellige kategorier, med to forskellige udfald

$$f = (2 - 1) \cdot (2 - 1) = 1$$

Nu bestemmes de forventede værdier:

$$\text{forventet værdi} = \frac{\text{søjlesum} \cdot \text{rækkesum}}{\text{totalsum}}$$

	Kvinder	Mænd	Total
Ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	$\frac{908 \cdot 682}{1337} \approx 463$	$\frac{908 \cdot 655}{1337} \approx 445$	908
Ikke-ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	$\frac{429 \cdot 682}{1337} \approx 219$	$\frac{429 \cdot 655}{1337} \approx 210$	429
Total	682	655	1337

Tabel 4: Forventede værdier

Med de observerede og forventede værdier kan teststørrelsen nu bestemmes. χ^2 bestemmes ved nedenstående formel:

$$\chi^2 = \sum \frac{(\text{observeret værdi} - \text{forventet værdi})^2}{\text{forventet værdi}}$$

Tallene trækkes fra begge tabeller og beregnes nedenfor:

$$\chi^2 = \frac{(493 - 463)^2}{463} + \frac{(415 - 445)^2}{445} + \frac{(189 - 219)^2}{219} + \frac{(240 - 210)^2}{210} \approx 12,36162$$

P-værdien kan bestemmes ved hjælp af $\text{CHI2.FORD.RT}(\chi^2, f)$ I excel, hvor χ^2 er teststørrelsen og f er antallet af frihedsgrader. Baseret på den beregningen fås en meget lille p-værdi på:

$$p = 0,00043863 = 0,044\%$$

Denne værdi ligger markant under 5% og derfor skal den originale hypotese, H_0 forkastes og vi må acceptere den alternative hypotese:

H_1 : *Køn og om man bruger sociale medier som nyhedsmedie er ikke uafhængige.*

Det kan altså konkluderes at der må være en forskel på hvilket køn, der bruger sociale medier som nyhedsmedie.

Delopgave f) - Analyse af data

Der skal laves en analyse af dataen givet i opgaven vha. forskellige konfidensintervaller for den forskellige andele. Først laves en andelstabel for alle kombinationer og deres separate kategorier, for at kunne finde stikprøveandelen.

	Kvinder	Mænd	Total
Ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	$\frac{493}{1337} \approx 0,37$	$\frac{415}{1337} \approx 0,31$	$\frac{908}{1337} \approx 0,68$
Ikke-ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	$\frac{189}{1337} \approx 0,14$	$\frac{240}{1337} \approx 0,18$	$\frac{429}{1337} \approx 0,32$
Total	$\frac{682}{1337} \approx 0,51$	$\frac{655}{1337} \approx 0,49$	

Tabel 5: Andelstabel

Ud fra denne andel kan der bestemmes et konfidensinterval for hvor vi med 95% sikkerhed kan sige noget om den relevante kombination eller kategori. Intervallet kan bestemmes ud fra nedenstående formel:

$$\left[\hat{p} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{n}; \hat{p} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{n} \right]$$

Hvor σ er spredningen $\sigma = \sqrt{n \cdot \hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}$, \hat{p} er andelen vi bestemte tidligere og n antallet for den bestemte kategori.

Først beregnes kombinationen af kvinder der ugentligt bruger sociale medier som nyhedsmedie, hvor $\hat{p} = 0,37$, $n = 493$ og $\sigma = \sqrt{493 \cdot 0,37 \cdot (1 - 0,37)} \approx 10,72$

$$\left[0,37 - 1,96 \cdot \frac{10,72}{493}; 0,37 + 1,96 \cdot \frac{10,72}{493} \right] \approx [0,3273809; 0,4126191]$$

Altså har kombinationen af kvinder der ugentligt bruger sociale medier som nyhedsmedie et 95% konfidensinterval på [32,7% ; 41,2%].

Samtlige kombinationer og kategorier beregnes (se bilag) og opstilles i en tabel.

	Kvinder	Mænd	Total
Ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	[32,7% ; 41,2%]	[26,5% ; 35,4%]	[64,9% ; 71%]
Ikke-ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	[9% ; 18,9%]	[13,1% ; 22,8%]	[27,5% ; 36,4%]
Total	[47,2% ; 54,7%]	[45,1% ; 52,8%]	

Tabel 6: 95%-konfidensintervaller

Samme beregning laves for 99%-konfidensintervaller, som har nedenstående formel:

$$\left[\hat{p} - 2,58 \cdot \frac{\sigma}{n}; \hat{p} + 2,58 \cdot \frac{\sigma}{n} \right]$$

Igen beregnes først kombinationen af kvinder der ugentligt bruger sociale medier som nyhedsmedie, hvor $\hat{p} = 0,37$, $n = 493$ og $\sigma = \sqrt{493 \cdot 0,37 \cdot (1 - 0,37)} \approx 10,72$

$$\left[0,37 - 2,58 \cdot \frac{10,72}{493}; 0,37 + 2,58 \cdot \frac{10,72}{493} \right] \approx [0,3138994; 0,4261006]$$

Igen laves samtlige kombinationer og kategorier (se bilag) og opstilles i en lignende tabel, som ses nedenunder

	Kvinder	Mænd	Total
Ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	[31,3% ; 42,6%]	[25,1% ; 36,8%]	[64% ; 71,9%]
Ikke-ugentlig bruger af sociale medier som nyhedsmedie	[7,4% ; 20,5%]	[11,6% ; 24,3%]	[26,1% ; 37,8%]
Total	[46% ; 55,9%]	[43,9% ; 54%]	

Tabel 7: 99%-konfidensintervaller

Samlet set viser analysen, at en relativt stor andel af stikprøven ugentligt bruger sociale medier som nyhedsmedie, og at denne andel med høj sikkerhed ligger omkring to tredjedele af befolkningen. Konfidensintervallerne viser desuden, at kvinder i lidt højere grad end mænd benytter sociale medier ugentligt til nyheder, men at intervallerne overlapper, hvilket betyder, at forskellen ikke nødvendigvis er statistisk signifikant.

Samtidig ses det, at andelen af ikke-ugentlige brugere er væsentligt lavere, og også her overlapper intervallerne mellem kønnene. Når konfidensniveauet øges fra 95% til 99%, bliver intervallerne bredere, hvilket afspejler en større sikkerhed, men også større usikkerhed i estimerne.

Overordnet peger resultaterne på, at sociale medier spiller en central rolle som nyhedskilde, mens forskellene mellem køn er forholdsvis små og usikre.

Delopgave g) - Samlet konklusion

Samlet set viser undersøgelsen, at danskernes valg af nyhedsmedier i høj grad afhænger af både alder og køn. TV fremstår som det mest centrale nyhedsmedie på tværs af hele befolkningen, mens trykte aviser har en meget begrænset betydning i alle aldersgrupper.

Der ses samtidig en tydelig aldersmæssig forskel i medieforbruget. Yngre danskere, særligt i aldersgruppen 18–24 år, foretrækker i højere grad sociale medier som deres primære nyhedskilde, mens ældre aldersgrupper i langt højere grad benytter traditionelle medier som

TV. Denne forskel bekræftes af hypotesetesten, som viser, at der er en statistisk signifikant sammenhæng mellem alder og valg af nyhedsmedie.

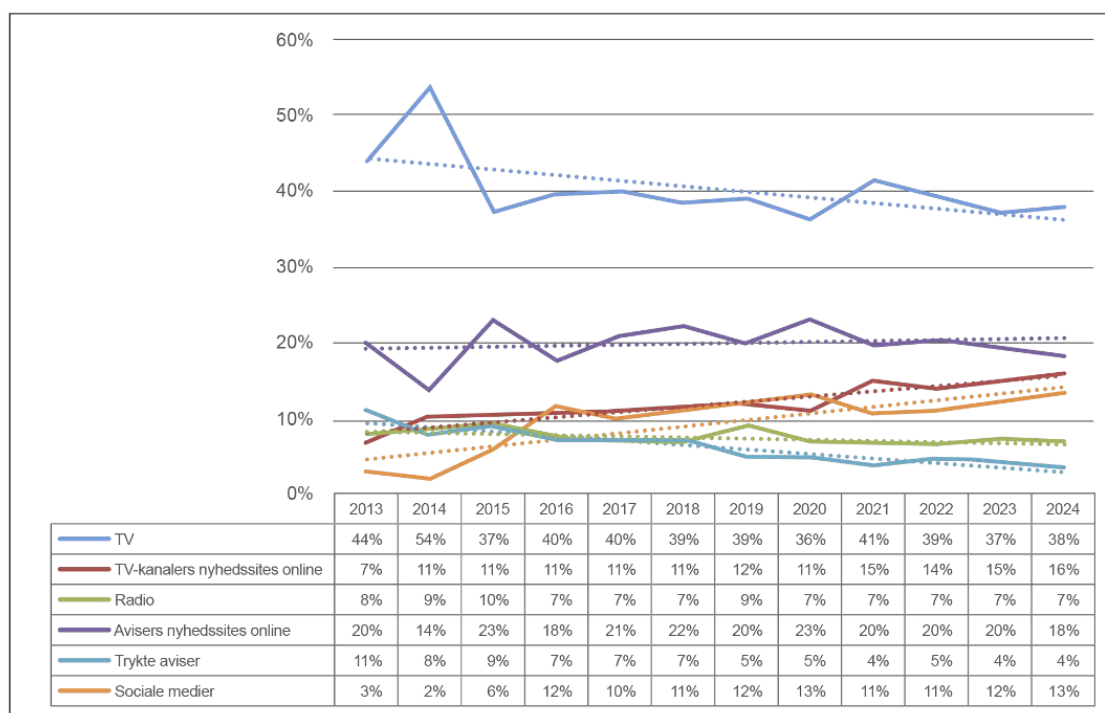
Derudover viser analysen, at der også er en statistisk signifikant forskel mellem køn i forhold til brugen af sociale medier som nyhedsmedie, hvor kvinder i lidt højere grad end mænd er ugentlige brugere. Dog viser konfidensintervallerne, at forskellen ikke er markant, da intervallerne overlapper.

Endelig peger resultaterne på, at sociale medier spiller en væsentlig rolle som nyhedskilde i Danmark, særligt blandt unge, men at de endnu ikke har overtaget traditionelle medier som TV, der fortsat er den dominerende platform. Samlet set afspejler danskernes nyhedsforbrug en udvikling, hvor digitale medier fylder mere, men hvor klassiske medier stadig står stærkt – især blandt de ældre generationer.

Opgave 2 - Lineær Regression

I samme rapport fra Center for Nyhedsforskning findes der også data over foretrukne nyhedsmedietyper de sidste 12 år.

Figur 20: Foretrukne nyhedsmedietyper, 2013-2024



Kilde: Center for Nyhedsforskning

Delopgave a) - Lineære Regressionsmodeller

Ud fra dataen givet i rapporten skal der laves lineære regressionsmodeller baseret på nogle af de forskellige nyhedsmedier. Ud fra figuren er der valgt 4 forskellige nyhedsmedier som der laves regressionsmodeller for, værende avisers nyhedssites online, TV-kanalers nyhedssites online, sociale medier og trykte aviser.

For alle fire modeller bliver der lavet lineær regression med CAS-værktøjet regression I wordmat. Forskriften for en lineær regression er $f(x) = ax + b$, hvor x for alle 4 modeller kommer til at være antallet af år efter 2013, da det er det første år der bliver givet I rapporten. $f(x)$ kommer derimod til at korrespondere til procentdelen baseret på det relevante nyhedsmedie.

Først omskrives årstallene til x -værdier ved at sætte 2013, som $x = 0$ og lade x vokse med 1 for hvert år der går.

Antal år efter 2013, x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
--------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

Tabel 8: Omskrivning fra årstal til x -værdier

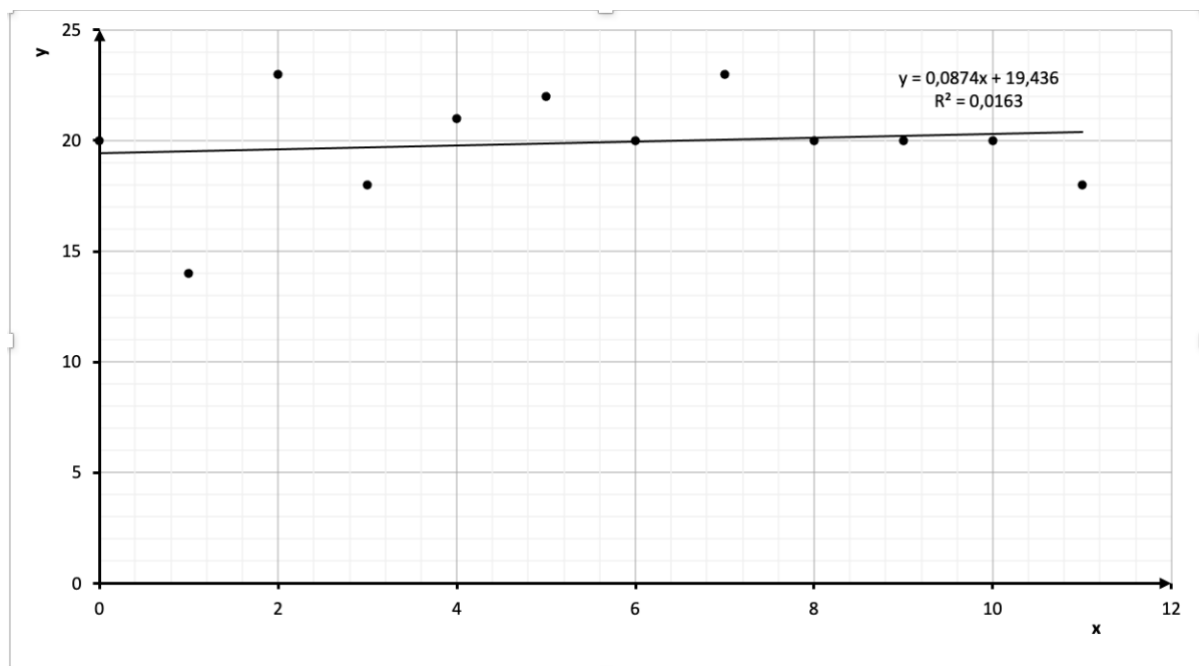
Kombinationen af den ovenstående tabel og dataen fra filen givet I opgaven, er der bestemt fire lineær regressionsmodeller.

Avisers Nyhedssites Online	$f(x) := 0,0874x + 19,436$
TV-kanalers Nyhedssite Online	$g(x) := 0,6189x + 8,6795$
Sociale Medier	$h(x) := 0,8392x + 5,0513$
Trykte Aviser	$l(x) := -0,5734x + 9,4872$

Tabel 9: Oversigt over de 4 lineære regressionsmodeller

Det ses på de 4 modeller at det kun er trykte aviser, der har en aftagende funktion, altså vil den som den eneste ramme 0% på et tidspunkt.

For at se hvor godt modellerne passer til det data er givet, er der lavet grafer for hver af regressionsmodellerne. Nedenstående model er den model der passer dårligst og derfor vil give de mest usikre værdier. Resten af graferne kan ses i bilaget.



Figur 2: Lineær regression for avisers nyhedssites online

Delopgave b) - Analyse af modeller

Ud fra de opstillede lineære regressionsmodeller kan der laves fremskrivninger af udviklingen i danskernes brug af de forskellige nyhedsmedier. Ved at indsætte større værdier af x , som svarer til år efter 2013, kan udviklingen estimeres for fremtidige år.

Først betragtes udviklingen frem mod 2025, som svarer til $x = 12$. Her fås følgende værdier:
 $f(12) = 0,0874 \cdot 12 + 19,436 \approx 20,5\%$, $g(12) = 0,6189 \cdot 12 + 8,6795 \approx 16,1\%$,
 $h(12) = 0,8392 \cdot 12 + 5,0513 \approx 15,1\%$ og $l(12) = -0,5734 \cdot 12 + 9,4872 \approx 2,6\%$.
 Det ses her, at trykte aviser kun udgør en meget lille andel, mens de digitale medier fortsat er stigende.

Derudover kan der laves en fremskrivning til 2030, som svarer til $x = 17$. Her fås:
 $f(17) = 0,0874 \cdot 17 + 19,436 \approx 20,9\%$, $g(17) = 0,6189 \cdot 17 + 8,6795 \approx 19,2\%$,
 $h(17) = 0,8392 \cdot 17 + 5,0513 \approx 19,3\%$ og $l(17) = -0,5734 \cdot 17 + 9,4872 \approx 0\%$.
 Det ses her, at trykte aviser ifølge modellen stort set vil forsvinde, mens de tre digitale nyhedsmedier nærmer sig hinanden og får nogenlunde samme betydning.

Yderligere kan det undersøges, hvornår sociale medier overhaler TV-kanalers nyhedssites. Dette findes ved at sætte $h(x) = g(x)$.

$$h(x) = g(x)$$



The equation is solved for x by WordMat.

$$x = 16,46936$$

Hvilket giver $x \approx 16,5$, svarende til omkring år 2029–2030. På samme tidspunkt rammer modellen for trykte aviser også 0%, hvilket understreger en markant ændring i nyhedsforbruget.

Samlet set viser fremskrivningerne, at danskernes nyhedsforbrug i stigende grad bevæger sig mod digitale platforme. Særligt sociale medier og TV-kanalers nyhedssites forventes at få større betydning, mens trykte aviser ser ud til at miste deres relevans næsten fuldstændig.

Opgave 3 - Annuitetslån

Delopgave a) - Forventet friværdi

Et mediehus overvejer at sælge sin bygning og ønsker i den forbindelse at bestemme den forventede friværdi ved et salg. Friværdien skal bruges til at finansiere en ny bygning og afhænger af både salgsprovenuet og restgælden på det eksisterende realkreditlån. Det antages, at bygningen bliver solgt efter 2 år, og derfor bestemmes restgælden på dette tidspunkt.

Restgælden efter 2 år bestemmes ved hjælp af formelen for restgæld i et annuitetslån:

$$R_m = A_0 \cdot (1 + r)^m - y \cdot \frac{(1 + r)^m - 1}{r}$$

Hvor $A_0 = 75 \cdot 10^6$, $r = 0,0022$, $m = 2 \cdot 12$ og $y = 509000$ som alle er taget direkte fra opgaven.

$$R_2 = (75 \cdot 10^6) \cdot (1 + 0,0022)^{24} - 509000 \cdot \frac{(1 + 0,0022)^{24} - 1}{0,0022} \approx 6,653171 \cdot 10^7$$

Restgælden efter 2 år er dermed ca. 66,5 mio. kr.

Friværdien bestemmes ved:

$$\text{friværdi} = \text{salgsprovenu} - \text{restgæld}$$

Salgsprovenuen er bestemt til 96,5 mio kr.

$$96,5 \cdot 10^6 - 6,653171 \cdot 10^7 \approx 2,996829 \cdot 10^7$$

Den forventede friværdi ved salg af bygningen efter 2 år er ca. 29.968.286 kr. Dette svarer til knap 30 mio. kr.,

Delopgave b) - Lånetilbud

Mediehuset ønsker at finansiere købet af en ny bygning til 88 mio. kr. En del af købesummen dækkes af friværdien fra den gamle bygning (ca. 29,97 mio. kr.), og resten skal finansieres gennem lån. Der opstilles derfor to forskellige lånetilbud, som analyseres og sammenlignes ved hjælp af beregninger af ydelser og lånefordeling.

Det beløb, der skal finansieres med lån er:

$$88 - 29,968286 \approx 58,03171$$

Altså skal der lånes omkring 58,03 mio. kr.

De undersøger to forskellige lånetilbud og de sammenlignes baseret på den samlede ydelse.

Tilbud 1:

45% af ejendomsværdien som et fastforrentet realkreditlån med en løbetid på 30 år og en månedlig rente på 0,18%, med faste månedlige ydelser.
 15% af ejendomsværdien som et fastforrentet realkreditlån med en løbetid på 30 år og en månedlig rente på 0,23%, med faste månedlige ydelser.
 Det resterende lånebeløb kan finansieres med et banklån der har en løbetid på 20 år og en månedlig rente på 0,35% med faste månedlige ydelser.

Lånet er delt op i tre dele:

- 45% af 88 mio er $88 \cdot 0,45 = 39,6$
 - o Realkredit med 0,18% månedlig rente, og en løbetid på 30 år, som giver $12 \cdot 30 = 360$ terminer
- 15% af 88 mio er $88 \cdot 0,15 = 13,2$
 - o Også realkredit med 0,23% månedlig rente og også 360 terminer
- Resten er et banklån: $58,03 - (39,6 + 13,2) \approx 5,23$
 - o 0,35% månedlig rente og løbetid på 20 år, som giver $12 \cdot 20 = 240$ terminer

Ydelsen beregnes ved nedenstående formel:

$$y = A_0 \cdot \frac{r}{1 - (1 + r)^{-n}}$$

Lånetilbud	Ydelse
Realkredit lån 1 (45% af ejendomsværdien)	$y_1 = (39,6 \cdot 10^6) \cdot \frac{0,0018}{1 - (1 + 0,0018)^{-360}}$ ≈ 149558
Realkredit lån 2 (15% af ejendomsværdien)	$y_2 = (13,2 \cdot 10^6) \cdot \frac{0,0023}{1 - (1 + 0,0023)^{-360}}$ $\approx 53957,78$
Banklån	$y_3 = (5,23 \cdot 10^6) \cdot \frac{0,0035}{1 - (1 + 0,0035)^{-240}}$ $\approx 32246,65$

Tabel 10: Ydelsestabel for lånetilbud 1

Den samlede ydelse for lånetilbud 1 ville være

$$y_{total} = 149558 + 53957,78 + 32246,65 \approx 235762,4$$

Den samlede ydelse ville blive 235762,4 kroner om måneden for mediehuset.

Tilbud nr. 2

50% af ejendomsværdien som et fastforrentet realkreditlån med en løbetid på 30 år og en månedlig rente på 0,25% med faste månedlige ydelser og 10 års afdragsfrihed – dvs. der betales ikke afdrag de første 10 år af løbetiden kun rente.
Det resterende lånebeløb kan finansieres med et banklån der har en løbetid på 30 år og en månedlig rente på 0,33% med faste månedlige ydelser.

- 50% af 88 mio er $88 \cdot 0,5 = 44$
 - o Realkredit med 0,25% rente og en løbetid på 30 år, dog er der 10 års afdragsfrihed
- Resten er banklån: $58,03 - 44 \approx 14,03$
 - o 0,33% månedlig rente og løbetid på 30 år, altså 360 terminer

Lånetilbud	Ydelse
Realkreditlån (første 10 år)	$y_1 = 44 \cdot 10^6 \cdot 0,0025 = 110000$

Realkreditlån (de sidste 20 år)	$y_2 = (44 \cdot 10^6) \cdot \frac{0,0025}{1 - (1 + 0,0025)^{-240}}$ $\approx 244022,9$
Banklån	$y_3 = (14,03 \cdot 10^6) \cdot \frac{0,0033}{1 - (1 + 0,0033)^{-360}}$ $\approx 66658,23$

Her fås to forskellige ydelser, ydelsen de første 10 år og ydelsen for de resterende 20 år.

$$y_{10} = 110000 + 66658,23 \approx 176658,2$$

De første 10 år er der altså en ydelse på 176658,2 kr om måneden.

$$y_{20} = 244022,9 + 66658,23 \approx 310681,1$$

Og de sidste 20 år ydelsen på 310681,1 kroner om måneden.

Tilbud 1 giver en samlet månedlig ydelse på ca. 235.000 kr. Lånet er fordelt på flere dele med relativt lave renter, hvilket giver en stabil og forudsigelig betaling over hele perioden. Tilbud 2 giver en lavere ydelse i de første 10 år (ca. 176.000 kr./md), hvilket kan være en fordel på kort sigt. Til gengæld vil ydelsen stige efter de 10 år, da afdragene starter. Samtidig betales der mere i renter over tid, fordi afdrag udskydes.

Valget mellem de to lån afhænger af mediehusets økonomiske situation. Hvis fokus er på lav ydelse på kort sigt, er tilbud 2 fordelagtigt. Hvis virksomheden derimod ønsker økonomisk stabilitet og lavere samlede omkostninger, er tilbud 1 det bedste valg.

Delopgave c) - Fordele og ulemper

Kære mediehus,

På baggrund af jeres ønske om at finansiere købet af den nye bygning på 88 mio. kr. har vi analyseret to forskellige lånetilbud. En del af købet dækkes af friværdien fra jeres eksisterende bygning, og det resterende beløb på ca. 58,03 mio. kr. skal finansieres gennem lån.

Nedenfor er en sammenligning af de to lånetilbud med fokus på månedlige ydelser samt fordele og ulemper.

Tilbud 1 – Fast ydelse og stabil økonomi

Dette tilbud består af to realkreditlån samt et banklån. Den samlede månedlige ydelse er beregnet til ca. 235.762 kr.

Fordele:

- Fast og forudsigelig ydelse gennem hele lånets løbetid.
- Ingen ændringer i ydelsen over tid, hvilket giver høj økonomisk stabilitet.
- Lavere renter på realkreditdelen reducerer de samlede renteomkostninger.
- Mindre risiko for store udsving i likviditeten.

Ulemper:

- Højere månedlig ydelse fra starten sammenlignet med det andet tilbud.
- Mindre fleksibilitet i forhold til økonomiske udsving på kort sigt.

Tilbud 2 – Lav ydelse i starten, men stigende over tid

Dette tilbud består af et realkreditlån med 10 års afdragsfrihed samt et banklån.

- Ydelse de første 10 år: ca. 176.658 kr. pr. måned
- Ydelse efter 10 år: ca. 310.681 kr. pr. måned

Fordele:

- Lavere månedlig ydelse i de første 10 år, hvilket kan give bedre likviditet på kort sigt.
- Mulighed for at investere eller disponere over ekstra likviditet i starten.
- Kan være fordelagtigt, hvis man forventer stigende indtjening over tid.

Ulemper:

- Markant højere ydelse efter de 10 år.
- Samlede renteomkostninger er højere, da der afdrages mindre i begyndelsen.
- Mindre økonomisk stabilitet på længere sigt.
- Risiko for, at fremtidige økonomiske forhold gør den højere ydelse vanskelig at håndtere.

Tilbud 1 giver den laveste samlede risiko og den største økonomiske stabilitet, men til en højere fast månedlig ydelse. Tilbud 2 giver en lavere ydelse i starten, men indebærer en betydelig stigning senere og højere samlede omkostninger.

Valget afhænger derfor af jeres økonomiske strategi:

- Ønskes stabilitet og lavere samlede omkostninger, anbefales tilbud 1.
- Ønskes høj likviditet på kort sigt og mulighed for senere tilpasning, kan tilbud 2 være fordelagtigt.

Opgave 4 - Differentialregning og Funktionsundersøgelse

En større dansk medievirksomhed, der har både trykte medier, radio/tv og internetbaseret nyhedsformidling, ønsker at optimere deres antal af ansatte.

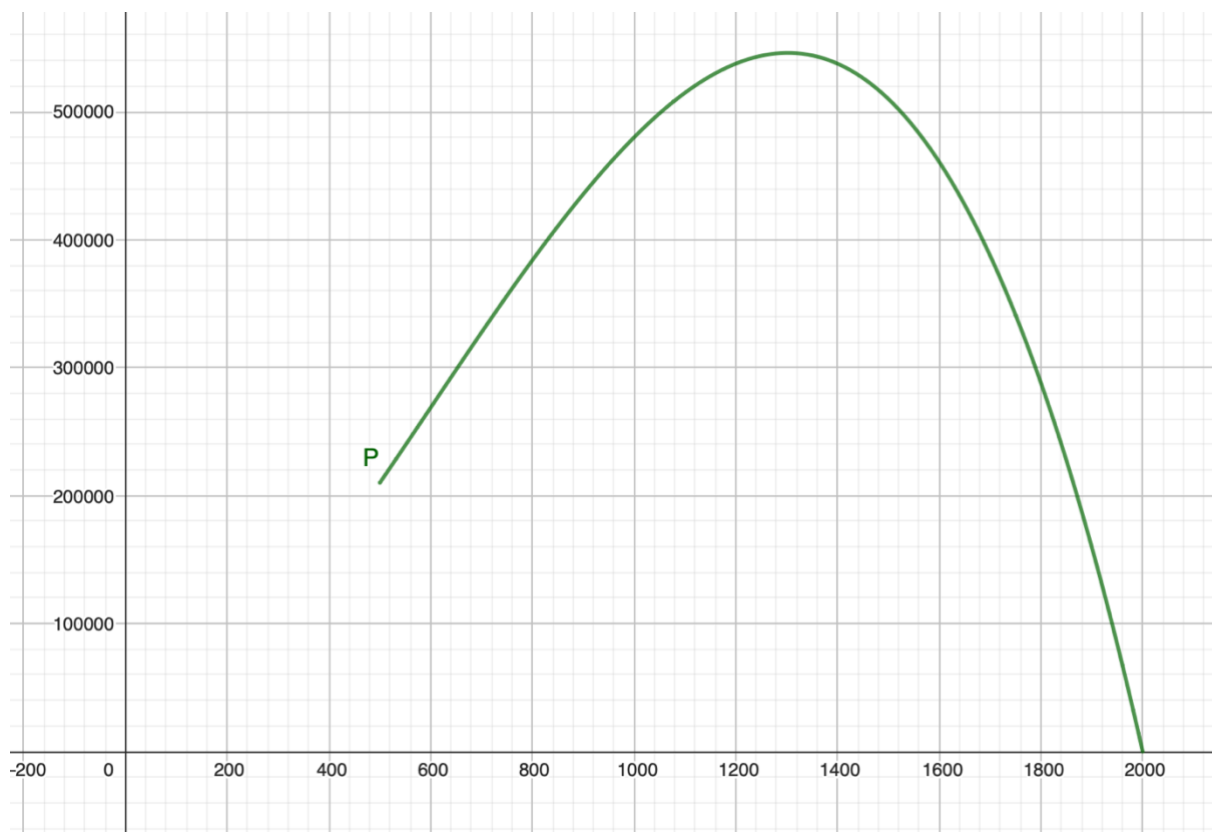
De har blandt andet estimeret en sammenhæng mellem deres omsætning og antallet af medarbejdere i en såkaldt produktionsfunktion P med nedenstående forskrift

$$P(x) := -0,0004x^3 + 0,72x^2 + 160x, 500 \leq x \leq 2000$$

Hvor $P(x)$ er omsætningen i 1000 kr. ved x ansatte medarbejdere

Delopgave a) - Tegn grafen

For at se udviklingen i antallet af medarbejdere som funktion af omsætningen tegnes grafen.



Figur 3: Grafen for $P(x)$

Delopgaven b) - Bestem omsætning

Først vil virksomheden se hvad omsætningen ville være hvis virksomheden har 750 medarbejdere ansat.

750 sættes ind på x 's plads i $P(x)$ og beregnes

$$P(750) = 356250$$

Omsætningen er i 1000 kr. så det ganges med 1000 for at få en pænere værdi.

$$356250 \cdot 1000 = 356,25 \cdot 10^6$$

Omsætningen for virksomheden hvis de har 750 ansatte er på omkring 356 mio. kr.

Delopgave c) - Marginalproduktet

Marginalproduktet angiver hvor meget ekstra omsætning en ekstra medarbejder giver virksomheden og bestemmes ved at differentiere produktionsfunktionen:

$$P'(x) \approx -0,0012 \cdot x^2 + 1,44 \cdot x + 160$$

Marginalproduktet betegnes som MP og defineres:

$$MP(x) := -0,0012x^2 + 1,44x + 160$$

Ved indsættelse af $x = 750$, altså når der er 750 medarbejderen, fås et marginalprodukt på

$$MP(750) \approx 565$$

Når virksomheden har 750 ansatte, vil én ekstra medarbejder øge omsætningen med ca. 565.000 kr.

Delopgave d)

Den gennemsnitlige omsætning pr. medarbejder bestemmes ved:

$$AP(x) = \frac{P(x)}{x} = -4 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 + 0,72 \cdot x + 160$$

Dette giver en forskrift, som defineres nedenfor:

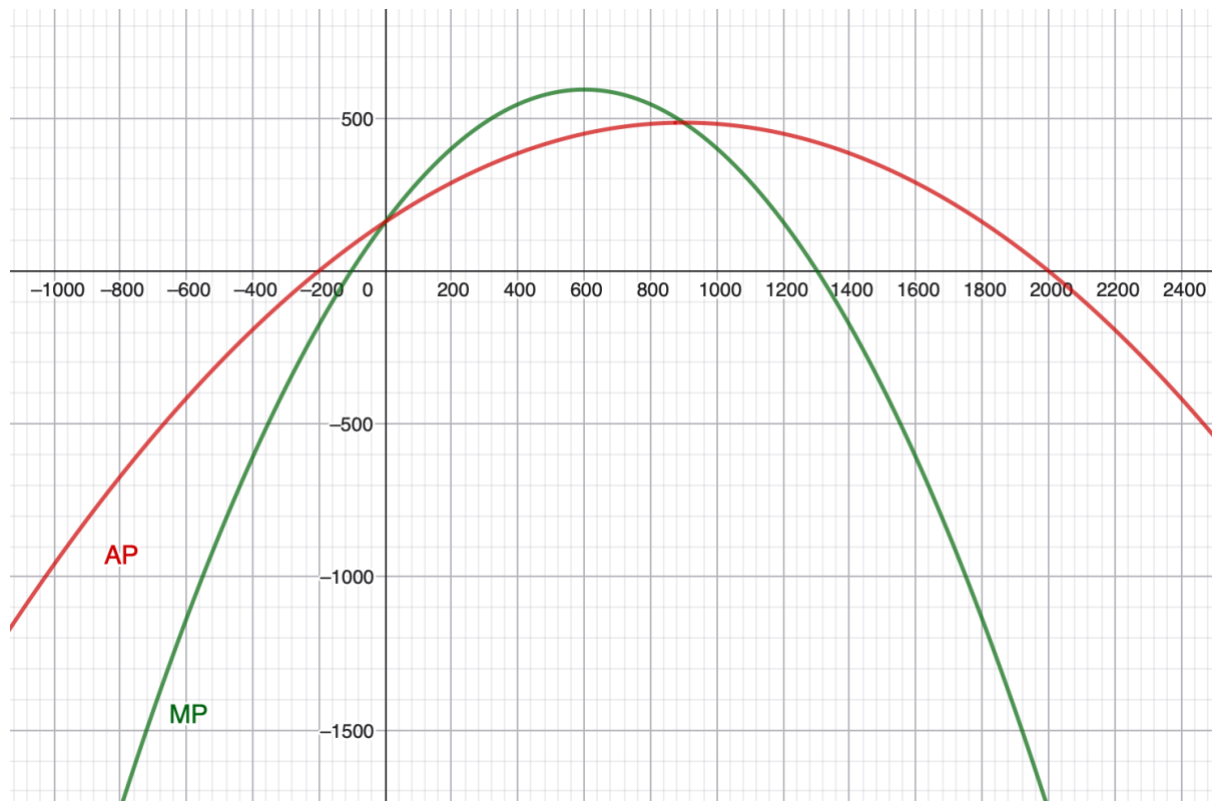
$$AP(x) := -4 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 + 0,72 \cdot x + 160$$

$$AP(750) = 475$$

Den gennemsnitlige omsætning pr. Medarbejder ved 750 ansatte er 475.000 kr.

Delopgave e)

Graferne for $MP(x)$ og $AP(x)$ tegnes i samme koordinatsystem ved hjælp af et CAS-værktøj, her Geogebra.



Figur 4: $MP(x)$ og $AP(x)$ i et koordinatsystem

Dette giver et visuelt overblik over sammenhængen mellem marginalproduktet og den gennemsnitlige omsætning.

Delopgave f)

For at undersøge sammenhængen mellem marginalproduktet $MP(x)$ og den gennemsnitlige omsætning $AP(x)$, bestemmes først toppunktet for $AP(x)$. Da $AP(x)$ er en andengradspolynomium, kan toppunktets x -værdi findes ved:

x -koordinatet for $AP(x)$'s toppunkt

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0,72}{2 \cdot (-4 \cdot 10^{-4})} \approx 900$$

Dette viser, at den gennemsnitlige omsætning pr. medarbejder er størst ved ca. 900 ansatte.

Dernæst undersøges, hvor $MP(x)$ og $AP(x)$ er lige store ved at løse ligningen:

$$P'(x) = AP(x)$$

The equation is solved numerically for x by WordMat.

$$x \approx 900$$

Resultatet viser, at marginalproduktet og den gennemsnitlige omsætning er lige store ved ca. 900 ansatte, hvilket samtidig er det punkt, hvor $AP(x)$ har sit maksimum. Dette stemmer med den økonomiske teori, som siger, at marginalproduktet skærer den gennemsnitlige produktkurve i dens maksimum. Det betyder, at ved 900 ansatte udnyttes medarbejderne mest effektivt i gennemsnit.

Delopgave g)

For at finde det optimale antal ansatte anvendes optimalitetsbetingelsen:

$$MP(x) = \text{løn}$$

Det betyder, at virksomheden maksimerer sin profit, når den ekstra omsætning fra én ekstra medarbejder netop svarer til lønudgiften til denne medarbejder. Den gennemsnitlige løn er givet til 544 (i 1000 kr.), og derfor opstilles ligningen:

$$P'(x) = 544$$



The equation is solved for x by WordMat.

$$x = 800$$

For yderligere at vurdere dette resultat kan man bemærke, at hvis virksomheden har færre end 800 ansatte, vil marginalproduktet være større end lønnen, og det vil derfor være fordelagtigt at ansætte flere medarbejdere. Omvendt vil marginalproduktet være mindre end lønnen ved flere end 800 ansatte, hvilket betyder, at det ikke længere er økonomisk fordelagtigt at ansætte flere.

Det optimale antal ansatte er 800 medarbejdere. Ved dette antal er balancen mellem indtjening og lønomkostninger opnået, hvilket sikrer, at virksomheden maksimerer sin profit. Hvis virksomheden afviger fra dette antal, vil den enten gå glip af potentiel indtjening eller have unødvendigt høje omkostninger.

Konklusion

I dette projekt er der arbejdet med forskellige matematiske metoder til at analysere danskernes nyhedsforbrug samt økonomiske og produktionsmæssige problemstillinger i en medievirksomhed.

I opgave 1 blev der anvendt sandsynlighedsregning og statistik til at undersøge sammenhængen mellem alder, køn og valg af nyhedsmedie. Ved hjælp af en χ^2 -test blev det påvist, at der er en statistisk signifikant sammenhæng mellem både alder og nyhedsvalg samt mellem køn og brug af sociale medier. Derudover blev der opstillet konfidensintervaller, som viste, at en stor andel af især unge benytter sociale medier som nyhedskilde, men også at der er en vis usikkerhed i estimaterne.

I opgave 2 blev lineær regression anvendt til at modellere udviklingen i brugen af forskellige nyhedsmedier over tid. Modellerne viste en tydelig tendens mod øget brug af digitale medier, mens trykte aviser er i tilbagegang. Fremskrivninger indikerer, at sociale medier og online nyhedssites vil få endnu større betydning i fremtiden.

I opgave 3 blev annuitetsregning brugt til at analysere finansieringen af en ny bygning. Her blev to lånetilbud sammenlignet, hvor det ene gav stabilitet med faste ydelser, mens det andet gav lavere ydelser på kort sigt, men højere omkostninger på længere sigt. Analysen viste, hvordan matematik kan anvendes til at træffe økonomiske beslutninger.

I opgave 4 blev differentialregning anvendt til at analysere en produktionsfunktion for en medievirksomhed. Her blev blandt andet marginalprodukt og gennemsnitlig produktivitet bestemt, og det optimale antal ansatte blev fundet til ca. 800 medarbejdere ved hjælp af optimalitetsbetingelsen.

Samlet set viser projektet, hvordan matematiske modeller og metoder kan bruges til at analysere både samfundsmæssige data og økonomiske problemstillinger, samt hvordan resultaterne kan danne grundlag for velbegrundede beslutninger.

Bilag

Opgave 1

Delopgave f)

95%-Konfidensintervaller

$$\left[\hat{p} - 1,96 \cdot \frac{\sigma}{n}; \hat{p} + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{n} \right]$$

Hvor σ er spredningen $\sigma = \sqrt{n \cdot \hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}$, \hat{p} er andelen vi bestemte tidligere og n antallet for den bestemte kategori.

Mænd der ugentligt bruger sociale medier

$$\hat{p} = 0,31, n = 415 \text{ og } \sigma = \sqrt{415 \cdot 0,31 \cdot (1 - 0,31)} \approx 9,42$$

$$\left[0,31 - 1,96 \cdot \frac{9,42}{415}; 0,31 + 1,96 \cdot \frac{9,42}{415} \right] \approx [0,2655104; 0,3544896]$$

Kvinder der ikke ugentligt bruger sociale medier

$$\hat{p} = 0,14, n = 189 \text{ og } \sigma = \sqrt{189 \cdot 0,14 \cdot (1 - 0,14)} \approx 4,77$$

$$\left[0,14 - 1,96 \cdot \frac{4,77}{189}; 0,14 + 1,96 \cdot \frac{4,77}{189} \right] \approx [0,09053333; 0,1894667]$$

Mænd der ikke ugentligt bruger sociale medier

$$\hat{p} = 0,18, n = 240 \text{ og } \sigma = \sqrt{240 \cdot 0,18 \cdot (1 - 0,18)} \approx 5,95$$

$$\left[0,18 - 1,96 \cdot \frac{5,95}{240}; 0,18 + 1,96 \cdot \frac{5,95}{240} \right] \approx [0,1314083; 0,2285917]$$

Kvinder

$$\hat{p} = 0,51, n = 682 \text{ og } \sigma = \sqrt{682 \cdot 0,51 \cdot (1 - 0,51)} \approx 13,05$$

$$\left[0,51 - 1,96 \cdot \frac{13,05}{682}; 0,51 + 1,96 \cdot \frac{13,05}{682} \right] \approx [0,4724956; 0,5475044]$$

Mænd

$$\hat{p} = 0,49, n = 655 \text{ og } \sigma = \sqrt{655 \cdot 0,49 \cdot (1 - 0,49)} \approx 12,79$$

$$\left[0,49 - 1,96 \cdot \frac{12,79}{655}; 0,49 + 1,96 \cdot \frac{12,79}{655} \right] \approx [0,4517276; 0,5282724]$$

Ugentlig brug af sociale medier

$$\hat{p} = 0,68, n = 908 \text{ og } \sigma = \sqrt{908 \cdot 0,68 \cdot (1 - 0,68)} \approx 14,05634$$

$$\left[0,68 - 1,96 \cdot \frac{14,05}{908}; 0,68 + 1,96 \cdot \frac{14,05}{908} \right] \approx [0,6496718; 0,7103282]$$

Ikke ugentligt brug af sociale medier

$$\hat{p} = 0,32, n = 429 \text{ og } \sigma = \sqrt{429 \cdot 0,32 \cdot (1 - 0,32)} \approx 9,66$$

$$\left[0,32 - 1,96 \cdot \frac{9,66}{429}; 0,32 + 1,96 \cdot \frac{9,66}{429} \right] \approx [0,2758657; 0,3641343]$$

99%-Konfidensintervaller

$$\left[\hat{p} - 2,58 \cdot \frac{\sigma}{n}; \hat{p} + 2,58 \cdot \frac{\sigma}{n} \right]$$

Hvor σ er spredningen $\sigma = \sqrt{n \cdot \hat{p} \cdot (1 - \hat{p})}$, \hat{p} er andelen vi bestemte tidligere og n antallet for den bestemte kategori.

Mænd der egentligt bruger sociale medier

$$\hat{p} = 0,31, n = 415 \text{ og } \sigma = \sqrt{415 \cdot 0,31 \cdot (1 - 0,31)} \approx 9,42$$

$$\left[0,31 - 2,58 \cdot \frac{9,42}{415}; 0,31 + 2,58 \cdot \frac{9,42}{415} \right] \approx [0,2514371; 0,3685629]$$

Kvinder der ikke egentligt bruger sociale medier

$$\hat{p} = 0,14, n = 189 \text{ og } \sigma = \sqrt{189 \cdot 0,14 \cdot (1 - 0,14)} \approx 4,77$$

$$\left[0,14 - 2,58 \cdot \frac{4,77}{189}; 0,14 + 2,58 \cdot \frac{4,77}{189} \right] \approx [0,07488571; 0,2051143]$$

Mænd der ikke egentligt bruger sociale medier

$$\hat{p} = 0,18, n = 240 \text{ og } \sigma = \sqrt{240 \cdot 0,18 \cdot (1 - 0,18)} \approx 5,95$$

$$\left[0,18 - 2,58 \cdot \frac{5,95}{240}; 0,18 + 2,58 \cdot \frac{5,95}{240} \right] \approx [0,1160375; 0,2439625]$$

Kvinder

$$\hat{p} = 0,51, n = 682 \text{ og } \sigma = \sqrt{682 \cdot 0,51 \cdot (1 - 0,51)} \approx 13,05$$

$$\left[0,51 - 2,58 \cdot \frac{13,05}{682}; 0,51 + 2,58 \cdot \frac{13,05}{682} \right] \approx [0,460632; 0,559368]$$

Mænd

$$\hat{p} = 0,49, n = 655 \text{ og } \sigma = \sqrt{655 \cdot 0,49 \cdot (1 - 0,49)} \approx 12,79$$

$$\left[0,49 - 2,58 \cdot \frac{12,79}{655}; 0,49 + 2,58 \cdot \frac{12,79}{655} \right] \approx [0,4396211; 0,5403789]$$

Ugentlig brug af sociale medier

$$\hat{p} = 0,68, n = 908 \text{ og } \sigma = \sqrt{908 \cdot 0,68 \cdot (1 - 0,68)} \approx 14,05634$$

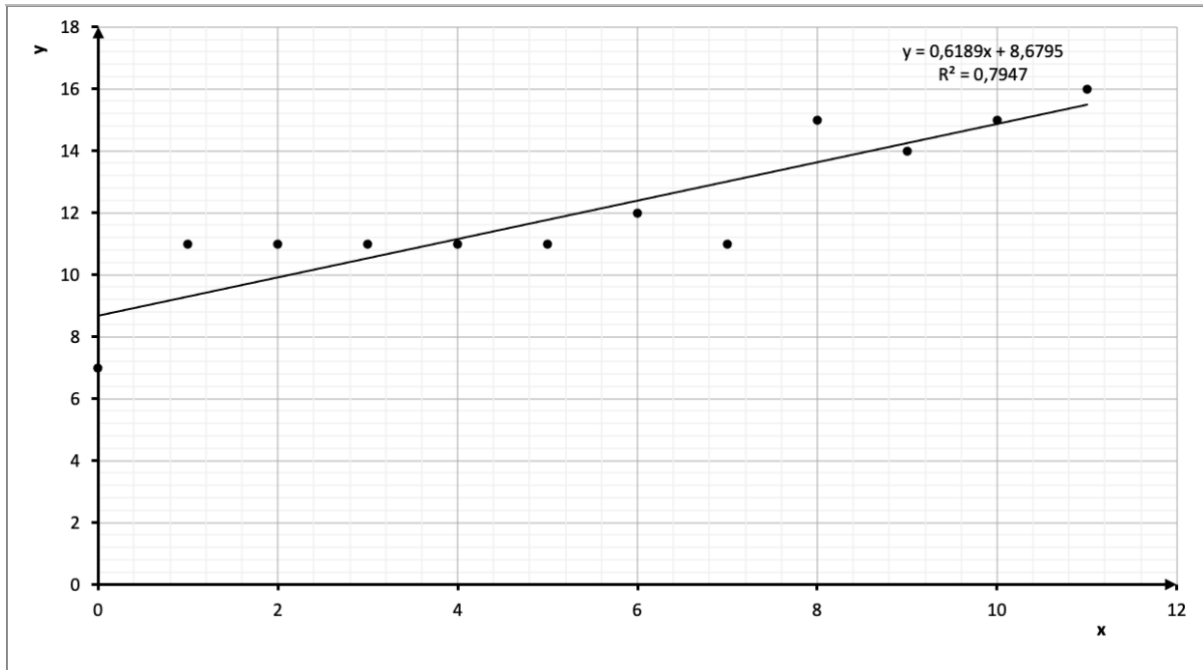
$$\left[0,68 - 2,58 \cdot \frac{14,05}{908}; 0,68 + 2,58 \cdot \frac{14,05}{908} \right] \approx [0,6400782; 0,7199218]$$

Ikke ugentligt brug af sociale medier

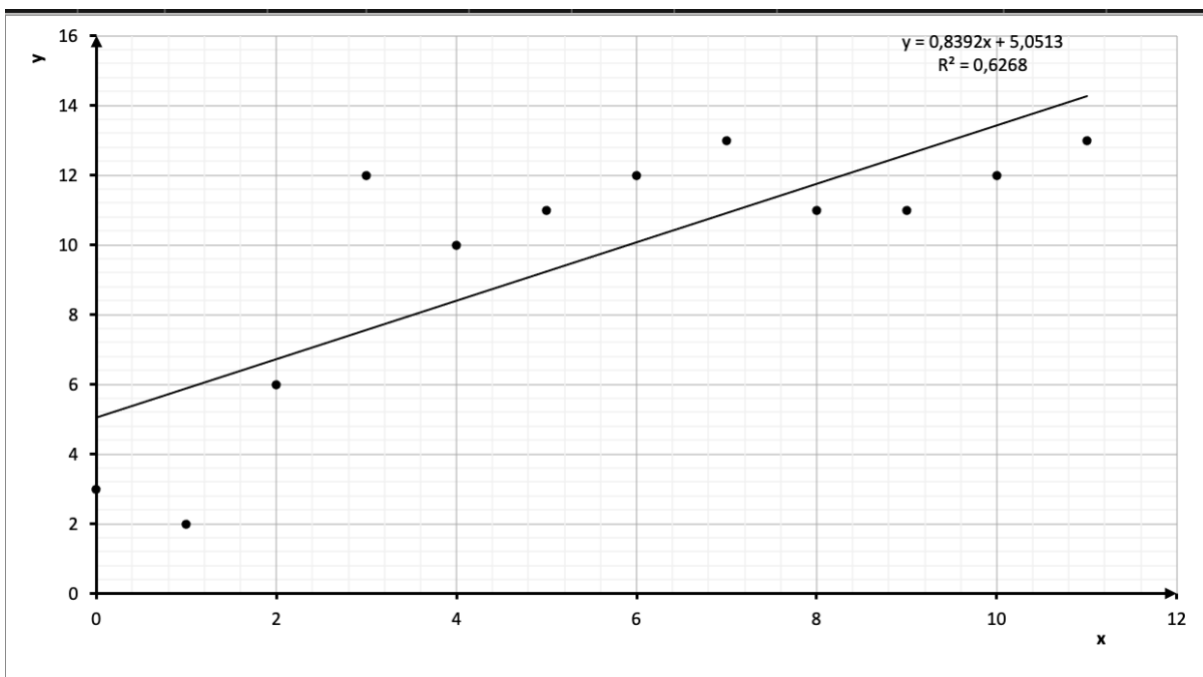
$$\hat{p} = 0,32, n = 429 \text{ og } \sigma = \sqrt{429 \cdot 0,32 \cdot (1 - 0,32)} \approx 9,66$$

$$\left[0,32 - 2,58 \cdot \frac{9,66}{429}; 0,32 + 2,58 \cdot \frac{9,66}{429} \right] \approx [0,2619049; 0,3780951]$$

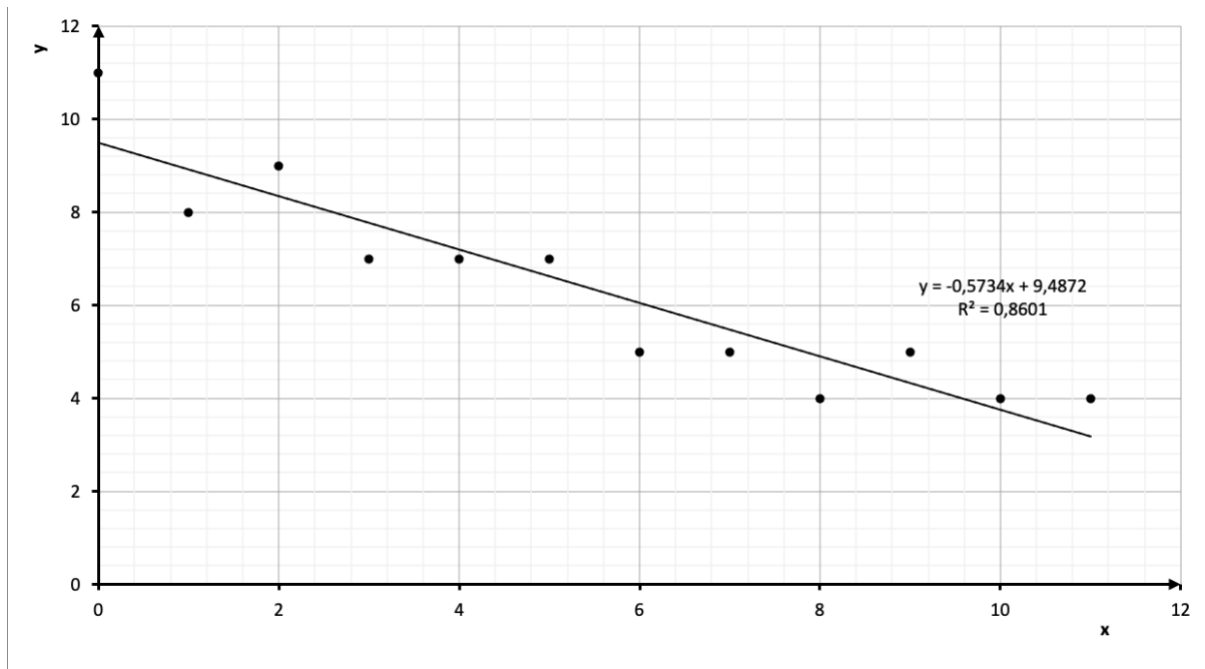
Opgave 2



Figur 6: Lineær regression for TV-kanalers nyhedssites online



Figur 7: Lineær regression for sociale medier



Figur 8: Lineær regression for trykte aviser