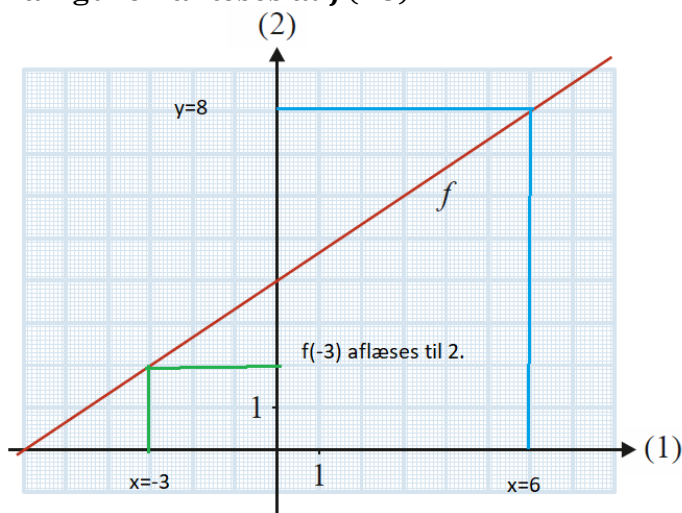


Opgave 1

- a) **Bestem ved aflæsning $f(-3)$:** Vi aflæser y -værdien svarende til at $x = -3$.
På figuren aflæses at $f(-3) = 2$.



- b) **Løs ved aflæsning ligningen $f(x) = 8$?** Vi skal aflæse x -værdien, når $y = 8$.
Vi får at $f(6) = 8$. dvs. $x = 6$.

Opgave 2

To lineære funktioner er givet ved:

$$f(x) = 3,2x + 4,1$$

$$g(x) = -2,7x + 5$$

x	-1	2
$f(x)$	0,9	10,5
$g(x)$	7,7	-0,4

- a) **Beregn værdien, der skal stå i det tomme felt i tabellen. Vis din udregning.**

Vi sætter $x = -1$ ind i vores funktion:

$$g(-1) = -2,7 \cdot (-1) + 5 = 7,7$$

Vi får at : $g(-1) = 7,7$.

Funktionen $h(x)$ er givet ved: $h(x) = f(x) + g(x)$

- b) **Bestem $h(2)$.** Vi kender allerede fra tabellen værdierne af $h(2)$ og $g(2)$ så vi kan lave beregningen:

$$h(2) = f(2) + g(2)$$

$$h(2) = 10,5 + (-0,4) = 10,1$$

Vi får : $h(2) = 10,1$.

Opgave 3:

En studerende får et beløb på 40000 kr. i 2019. De efterfølgende år bruger han hvert år 8000 kr. af beløbet.

- a) **Indfør passende variable og opstil en model:**

Vi kan lave en lineær model dvs. $y = a \cdot x + b$. Følgende variable indføres (beskrivelse af de variable)

x : Angiver tiden - målt i år regnet fra 2019 (så $x = 0$ svarer til 2019) (uafhængige)

y : Angiver beløbets størrelse (målt i kr.) det pågældende år (afhængige)

Af informationerne kan vi aflæse, at $b = 40000$, som er start beløbet i kr.

og $a = -8000$, som angiver hans forbrug pr. år i kr.

Vi kan opstille følgende model: $y = -8000x + 40000$

b) Hvor mange år går der i følge modellen, før pengene er brugt?

For at løse denne opgave skal vi bruge vores model: Alle pengene er brugt, når $y = 0$. Vi kan sætte $y = 0$ ind i modellen og beregne x .

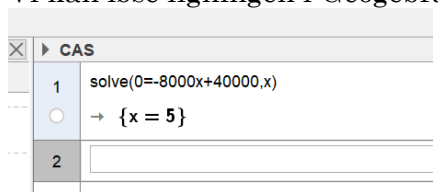
$$0 = -8000x + 40000 \Leftrightarrow$$

$$8000x = 40000 \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{40000}{8000} = 5$$

Dvs. efter 5 år er pengene brugt.

Vi kan bruge CAS-værktøj:

Vi kan løse ligningen i Geogebra:	Vi kan også løse ligningen med Wordmat:
	$0 = -8000x + 40000$ $\Downarrow$ Ligningen løses for <i>x vha. CAS-værktøjet WordMat.</i> $x = 5$

Opgave 4

Vi har funktioner f og g af to slags hakket svinekød:

Almindeligt kød $f(x)$ og penicillinfrit kød $g(x)$:

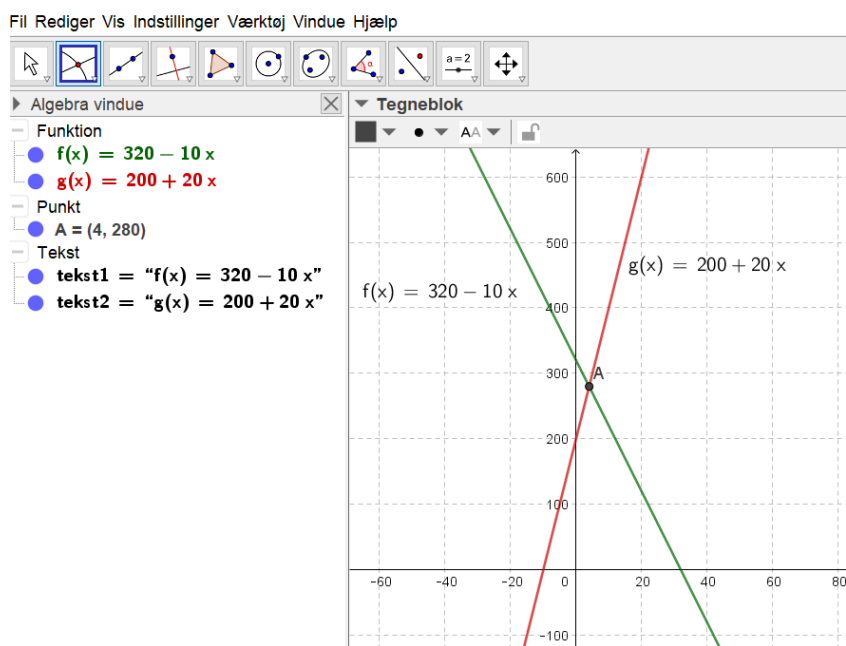
$$f(x) = 320 - 10x \quad \text{og} \quad g(x) = 200 + 20x$$

x : Angiver tidspunktet for salget (antal måneder) efter 1. januar 2019

$f(x)$ og $g(x)$: Betegner henholdsvis salget (målt i kg) af de to slags svinekød.

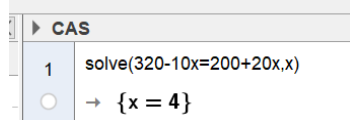
a) Tegn grafen for f og g i samme koordinatsystem:

Her er graferne tegnet i GeoGebra: Vi åbner GeoGebra og skriver forskriften i "inputfeltet" og trykker enter. Vi "trækker" forskriften fra algebravinduet ind på tegneblokken og justerer på akserne.



b) Løs ligningen $f(x) = g(x)$.

Vi kan bruge Geogebra og løse ved beregning - altså sætte de 2 ligninger lig med hinanden og løse ligningen mht. x med CAS-værktøjet:



Vi kan også løse opgaven grafisk og udnytte, at vi har tegnet begge grafer i GeoGebra via inputfeltet". Dernæst klikker vi på "punkt" og vælger "skæringsværktøj". Man klikker på skæringspunktet og der fremkommer et skæringspunkt **A(4,280)** som det ses af figuren.

Så de to grafer har samme y-værdi, når $x = 4$. (deres skæringspunkt).

Ligningen kan også løses ved beregning i wordmat, hvor de to ligninger sættes lig med hinanden og ligningen løses, hvis man foretrækker det frem for Geogebra:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ 320 - 10x &= 200 + 20x \\ \Downarrow & \quad \text{Ligningen løses for } x \text{ vha. CAS-værktøjet WordMat.} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

c) Tolkning af skæringspunkt.

Der hvor de to grafer skærer hinanden er det tidspunkt, hvor salget af de to slags svinekød er ens dvs. der bliver solgt samme antal kg. Til start er salget af almindeligt svinekød størst nemlig 320 kg og penicillinfri kød er 200 kg, men så aftager salget af almindeligt svinekød og efter 4 måneder er salget ens. Fra opgave b) kan vi aflæse at det drejer sig om **280 kg**. Kød. Efter 4 måneder overhaler salget af penicillinfrit kød det almindelige svinekød.

Opgave 5

Forarbejde: Når man får oplyst et datasæt, skal man bruge sit CAS-værktøj og tegne grafen og dernæst lave en regression. Her skal I lave en lineær regression. Det starter vi med.

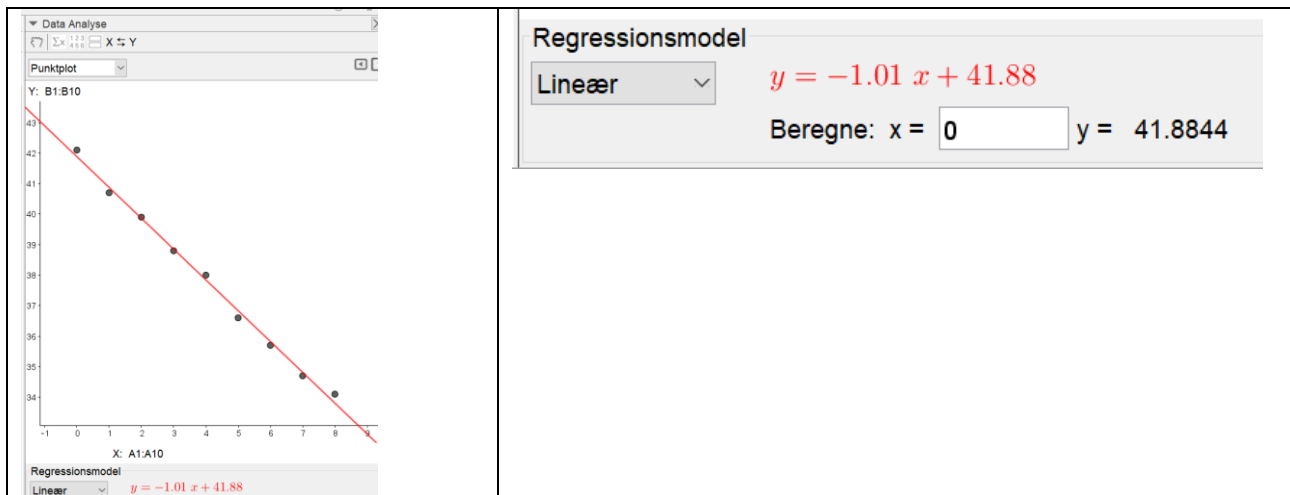
Først skal vi definere hvad der er x og y :

x-akse: Tiden t målt i antal år efter 2010.

y-akse: Antal landbrug $f(t)$ målt i tusinde landbrug.

Her vises det i Geogebra (I kan også lave graf og regression i Excel, men her gør vi det hele i Geogebra): Her følges den tidligere udleverede manual.

Datasættet med sammenhæng mellem antal landbrug $f(t)$ og tiden t indskrives "søjlerne! I Geogebra i "Regnearket" og der vælges "lineær" som regressionsmodel:



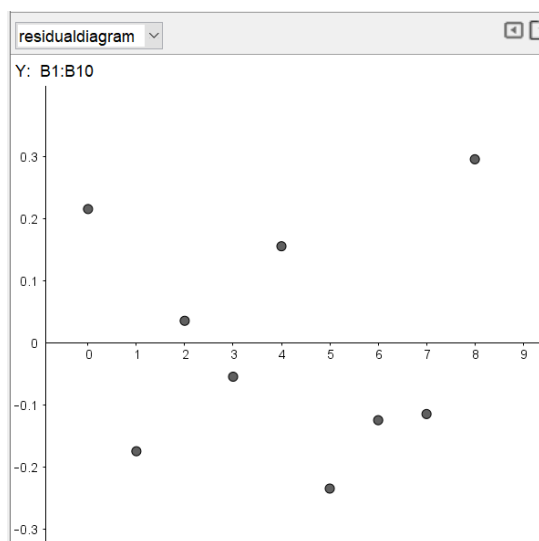
a) Benyt lineær regression på tabellens data og bestem a og b :

Ved at sammenholde forskriften: $f(t) = a \cdot t + b$ med modellen: $y = -1,01x + 41,88$, kan vi aflæse at: **$a = -1,01$ og $b = 41,884$.**

a angiver, hvor mange landbrug (målt i tusinde), der forsvinder pr. år dvs. **ca. 1000 bliver nedlagt pr. år.**

b angiver, hvor mange landbrug der var (målt i tusinde) i år 2010 ($x = 0$) **dvs. 41884 landbrug var der i 2010.**

b) Tegn det residualplot som hører til modellen: I Geogebra er residualplottet nemt tegnet ved at skifte fra "punktplot" til "residualdiagram" og lave en kopi.



c) Vi skal angive det datapunkt hvor modellen afviger mest:

Vi kan se det er $x = 8$. Men vi vil dokumentere det. Man kan beregne residualen dvs.

forskellen mellem observeret y -værdi og den tilsvarende y -værdi i modellen: $r_1 = y_1 - f(x_1)$. Hvis vi skal beregne residualen, kan vi bruge regressionsmodellen i Geogebra og sætte $x = 8$ ind så får vi at $y = 33,8044$ dvs. residualen beregnes som: $r_1 = 34,1 - 33,8044 \approx 0,2956 = 0,3$

Regressionsmodel	
Lineær	$y = -1.01 x + 41.8844$
Beregn: x = 8	y = 33.8044

Opgave 6:

- a)
- Beregn hældningskoefficienten a**

Vi har givet 2 punkter $A(-1,8)$ og $B(1,4)$ og skal beregne hældningskoefficienten af grafen f . (Formel (63)).

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 8}{1 - (-1)} = -2$$

Vi får at hældningskoefficienten er: $a = -2$

En anden lineær funktion g er parrallel med grafen f og går gennem punktet for P .

- b)
- Aflæs koordinatsæt for P og bestem en forskrift for g :**

P aflæses på grafen til: $P(4,6)$.

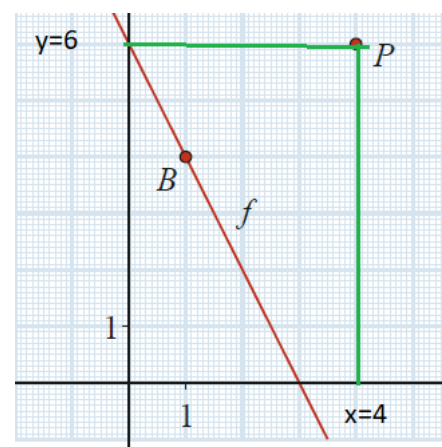
Vi kender et punkt og en hældning og kan bruge formlen (Formel (65)):

$$y = a \cdot (x - x_0) + y_0$$

$$y = -2(x - 4) + 6 = -2x + 8 + 6 = -2x + 14$$

Vi får følgende forskrift for $g(x)$:

$$g(x) = -2x + 14$$

**Opgave 7**

Givet forskriften for en lineære funktion, hvor k er et tal.

$$f(x) = k(2x + 4)$$

- a)
- For $k=3$ bestem koordinatsættet til grafens skæringspunkt med andenaksen (y-aksen)**

For at finde skæringen med y-aksen så skal $x = 0$. Dvs.

$$f(0) = 3(2 \cdot 0 + 4) = 12 \text{ dvs. koordinatsættet bliver:}$$

$$(x, y) = (0, 12)$$

- b)
- Forklar at for alle værdier af k ligger punktet $(-2,0)$ på grafen for f ?**

Hvis punktet skal være uafhængig af værdien for tallet k skal det gælde at tallet i parentesens skal give 0, da $k \cdot 0 = 0$ dvs. uafhængig af værdien af k :

$$(2x + 4) = 0$$

⇕

Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = -2$$

Vi ser det passer dvs. punktet $(-2,0)$ ligger på grafen for f .