

Opgave 1: Holdbarheden af rullepølse

Tabellen viser sammenhørende værdier af temperaturen t målt i °Celsius i en fryser og holdbarheden $H(t)$ målt i døgn, for en rullepølse, der opbevares i en fryser.

Temperatur t målt i °C	-25	-20	-15	-10
Holdbarhed $H(t)$ målt i antal døgn	280	154	91	49

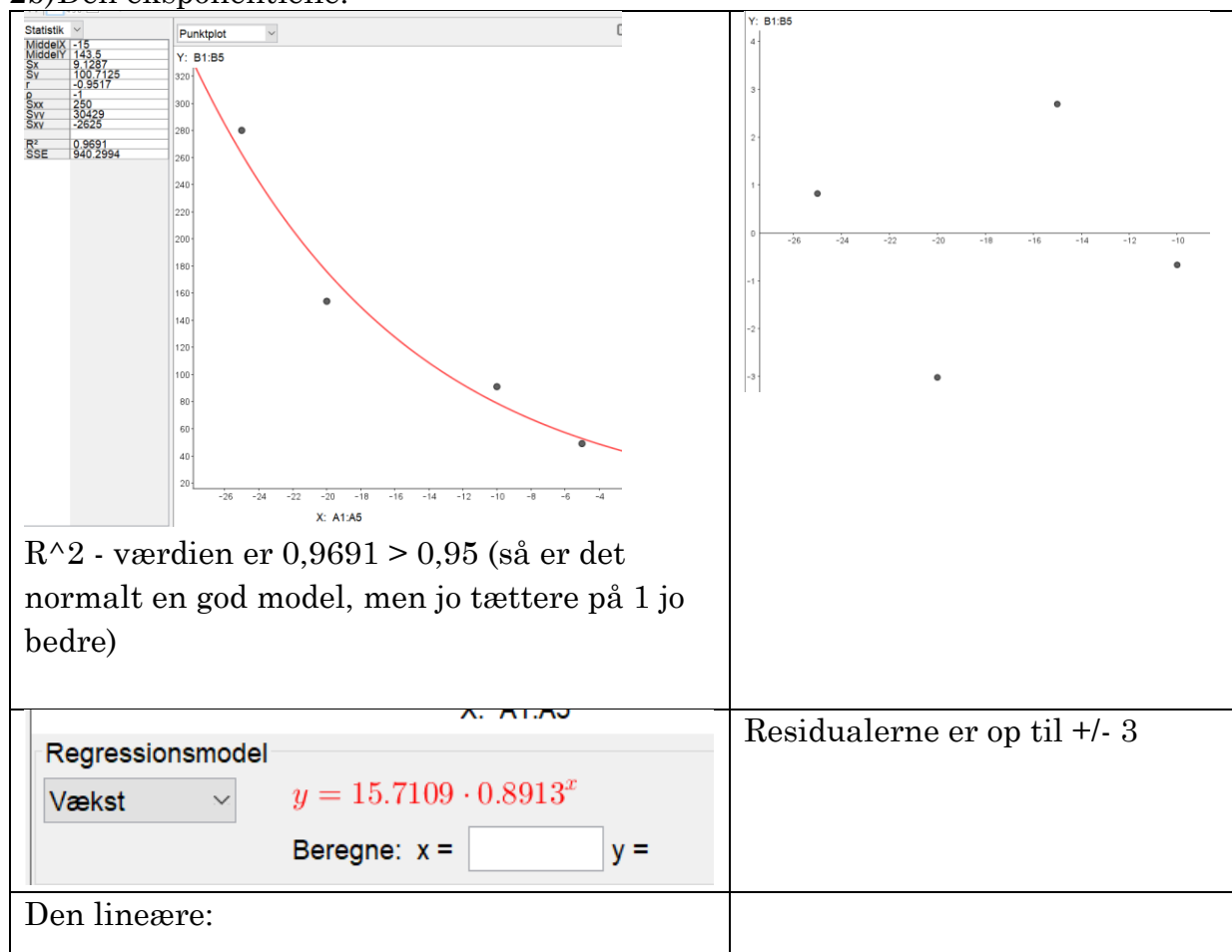
- 2a) [Undersøg vha. regression I Geogebra om det er den lineære- eller den eksponentielle model, der bedst beskriver rullepølsens holdbarhed, begrund jeres valg af model. Inddrag residualplot. Husk at angive betydningen af de variable.](#)

Betydningen af de variable:

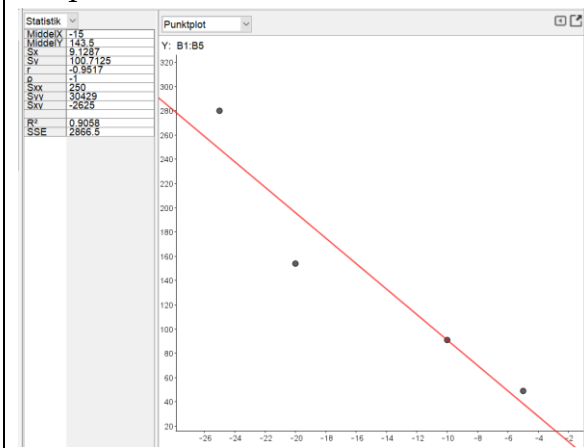
t : Angiver temperaturen i en fryser (målt i °Celsius)

$H(t)$: Angiver holdbarheden (målt i døgn)

- 2b) Den eksponentielle:



R^2 er 0,9058. Den lineære er dårligere.
Residualerne er større end for den eksponentielle.



2b) Angiv en forskrift for holdbarheden $H(t)$ målt i døgn, som funktion af temperaturen t (målt i °Celsius).

Vi har i spm. a) argumenteret for at den eksponentielle er den bedste model derfor:

$$h(t) = 15,71 \cdot 0,8913^t$$

2c) En varm sommerdag tages rullepølsen ud af fryseren og anbringes i et køkken, hvor temperaturen er 22 °C. Hvad er rullepølsens holdbarhed?

Vi kan bruge vores regression og direkte i Geogebra beregne y , når vi taster x ind.

Regressionsmodel

Vækst ▼ $y = 15.7109 \cdot 0.8913^x$

Beregn: $x =$ $y =$ 1.2488

Pølsens holdbarhed er 1,3 dage

Vi kan beregne i wordmat - for dem der foretrækker det (eller som kontrol):

$$h(22) = 15,71 \cdot 0,8913^{22} \approx 1,249402$$

2d) Hvis man skal have sikkerhed for at rullepølsen kan holde sig i 4 måneder, hvad skal temperaturen i fryseren så være?

4 måneder kan omregnes til ca. 120 dage og 120 sættes ind på $h(t)$'s plads i forskriften (=modellen).

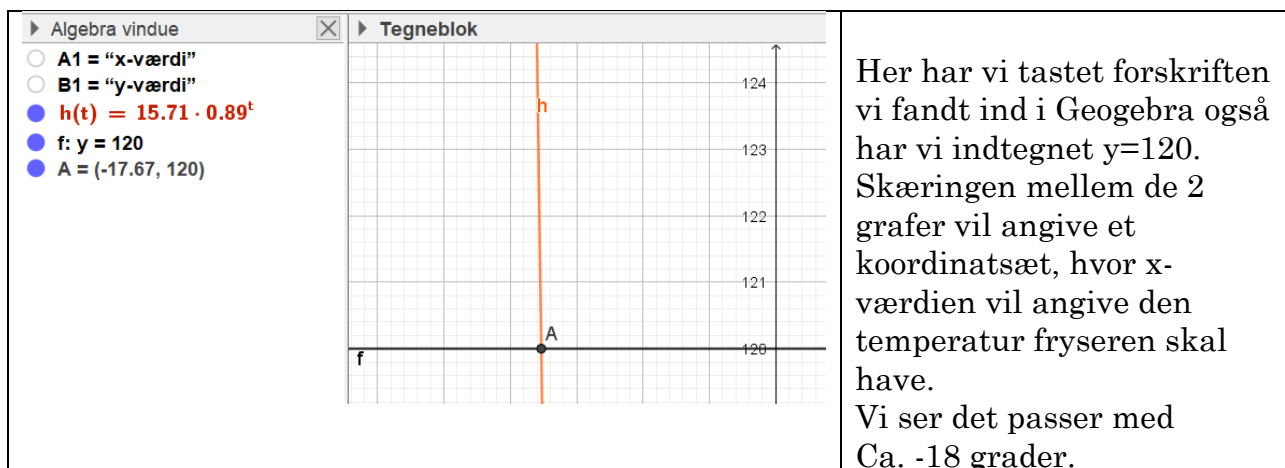
$$120 = 15,71 \cdot 0,8913^x$$



Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = -17,66855$$

Temperaturen skal være ca. -18 grader. Kan også løses i Geogebra vha. skæringsværktøjet:



Man kan også hvis man har tastet forskriften ind i Geogebra bruge CAS-værktøjet og lave ligningsløsning: Her får man det samme.

CAS

1 {120=h(t)}

☐ NBeregn: {t = -17.67}

2

Opgave 2: Leopardstilk

Leopardstilk er kendt for sine gulligrøn stamme med brune pletter. Når den en sjælden gang blomstrer så er det med en ildelugtende blomst.

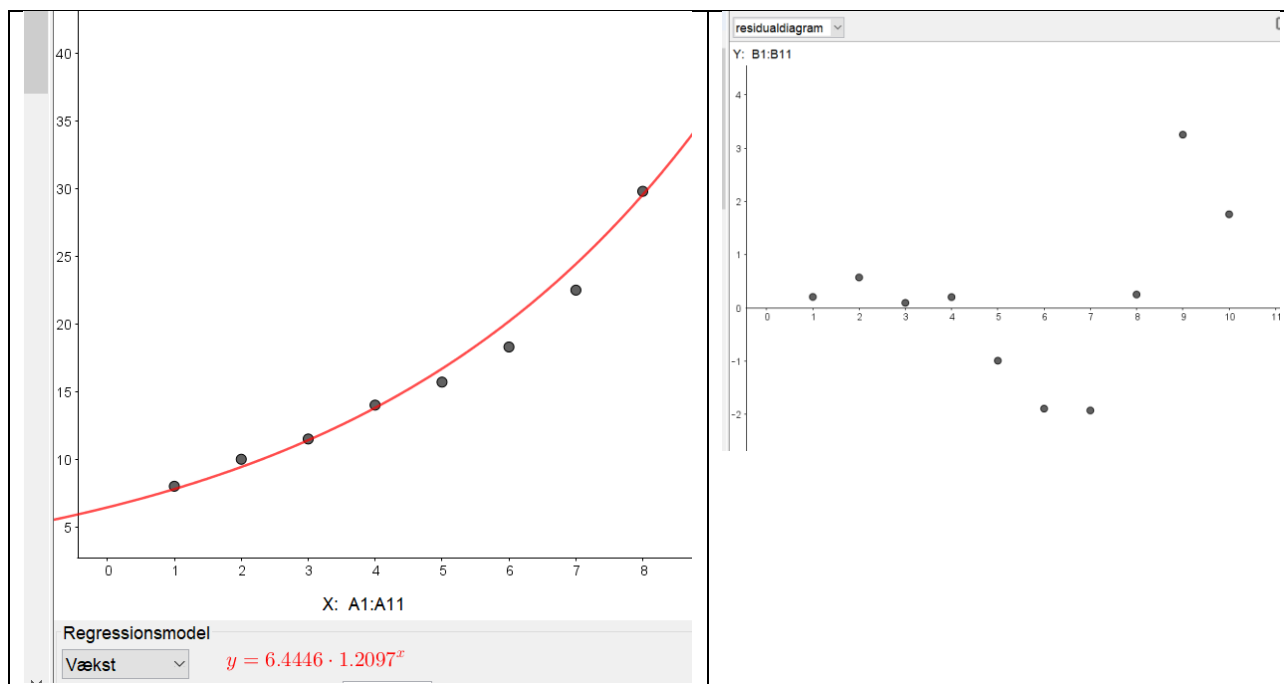
Planten er blevet målt hver dag i 10 dage:

Dag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Højde i cm	8	10	11,5	14	15,7	18,3	22,5	29,8	39	45

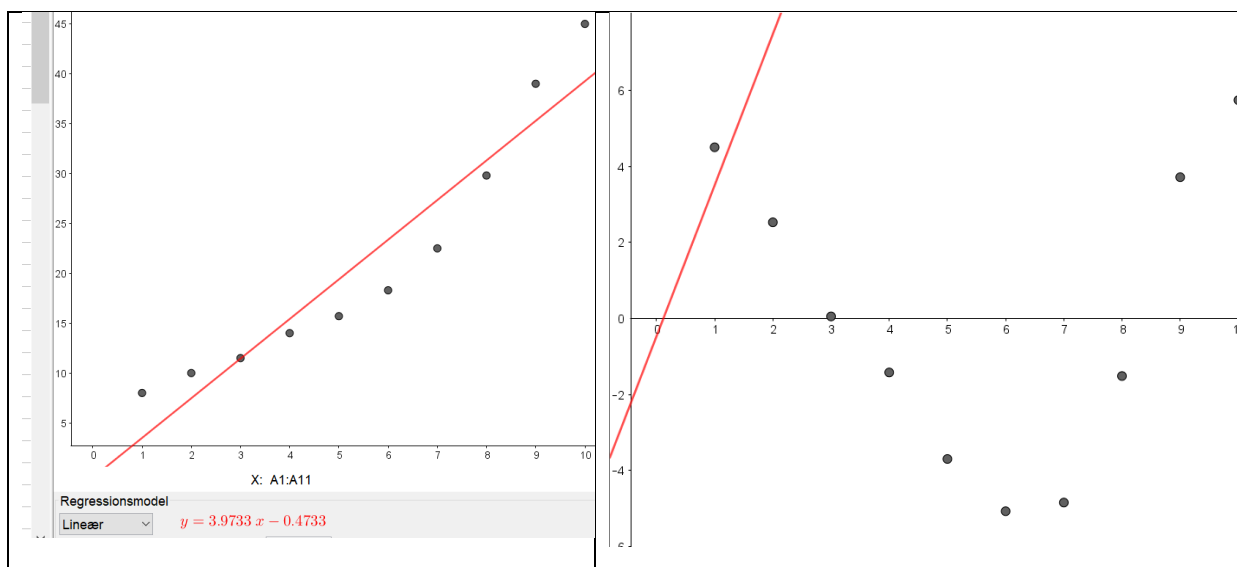
1a) Undersøg vha. regression i Geogebra om det er den lineære- eller den eksponentielle model, der bedst beskriver plantens vækst, begrund jeres valg af model ved at inddrage residualplot. Husk at angive betydningen af de variable.

Først prøves eksponentiel model (hedder vækst i Geogebra): Man kan faktisk aflæse at $R^2 = 0,9844$





Så kan vi afprøve den lineære tilpasning: $R^2 = 0,9027$. Så den lineære model forventes ringe - det kan vi se af residualplottet, hvor punkterne i den eksponentielle model fordeler sig jævnt over og under modellen, men det er ikke tilfældet med den lineære. Punkt 9 har dog en stor afvigelse begge steder.



1b) Opstil en forskrift for højden (i cm) som funktion af tiden (antal dage).

$$y = 6.4446 \cdot 1.2097^x$$

Vi vælger den eksponentielle model dvs.

$$h(x) = 6,4446 \cdot 1,2097^x$$

Betydningen af de variable:

$h(x)$: Angiver højden af blomsten i cm.

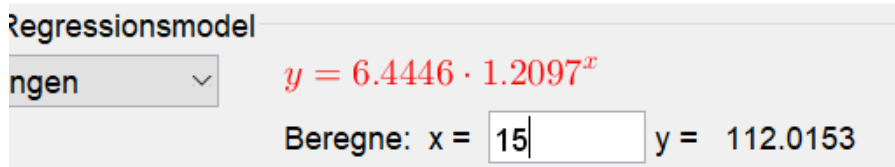
x : Angiver tiden - angivet i antal dage.

1c) Hvor høj er Leopardstilkens efter 15 dage ifølge modellen?

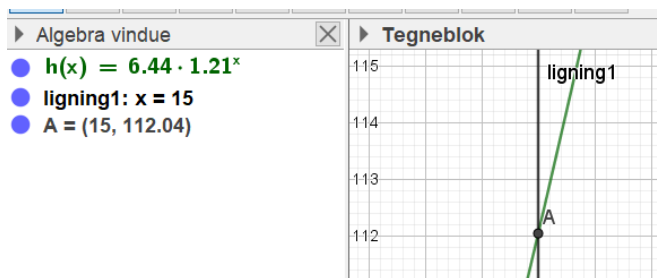
Vi skal beregne $h(15)$:

$$h(15) = 6,4446 \cdot 1,2097^{15} \approx 112,0369 = \mathbf{112 \text{ cm}}$$

eller beregne i Geogebra ved at indsætte $x = 15$ også beregnes $h(x) = y$:



Kan også løses grafisk i Geogebra ved at tegne grafen $h(x)$ og tegne grafen: $x = 15$ også bruge skæringsværktøjet:



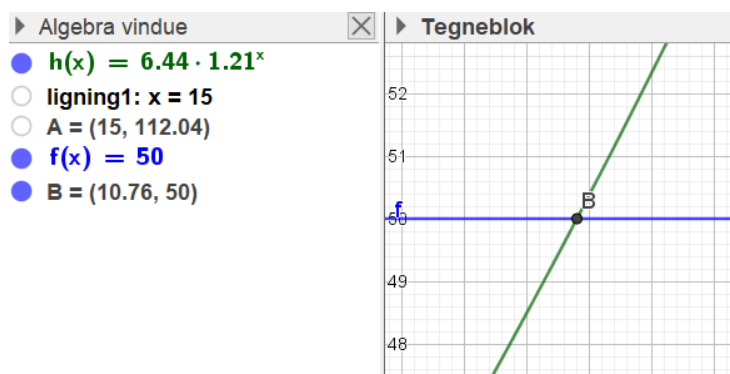
1d) Hvornår vil Leopardstilkens ifølge modellen være en halv meter høj? Overvej forskellige løsningsstrategier.

Man kan løse ligningen: $50 = 6,4446 \cdot 1,2097^x$



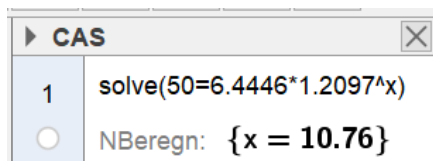
Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = 10,76196 \approx \mathbf{11 \text{ dage}}$$



Man kan gøre det grafisk i Geogebra og finde skæringspunktet mellem grafen $f(x) = 50$ og $h(x)$:

Eller i solve i Geogebra:



Del 1: Trafik over bro



I en årrække efter åbningen af en ny dansk bro (år 2018) er målt antallet af køretøjer der passerer broen. Udviklingen ses i følgende skema:

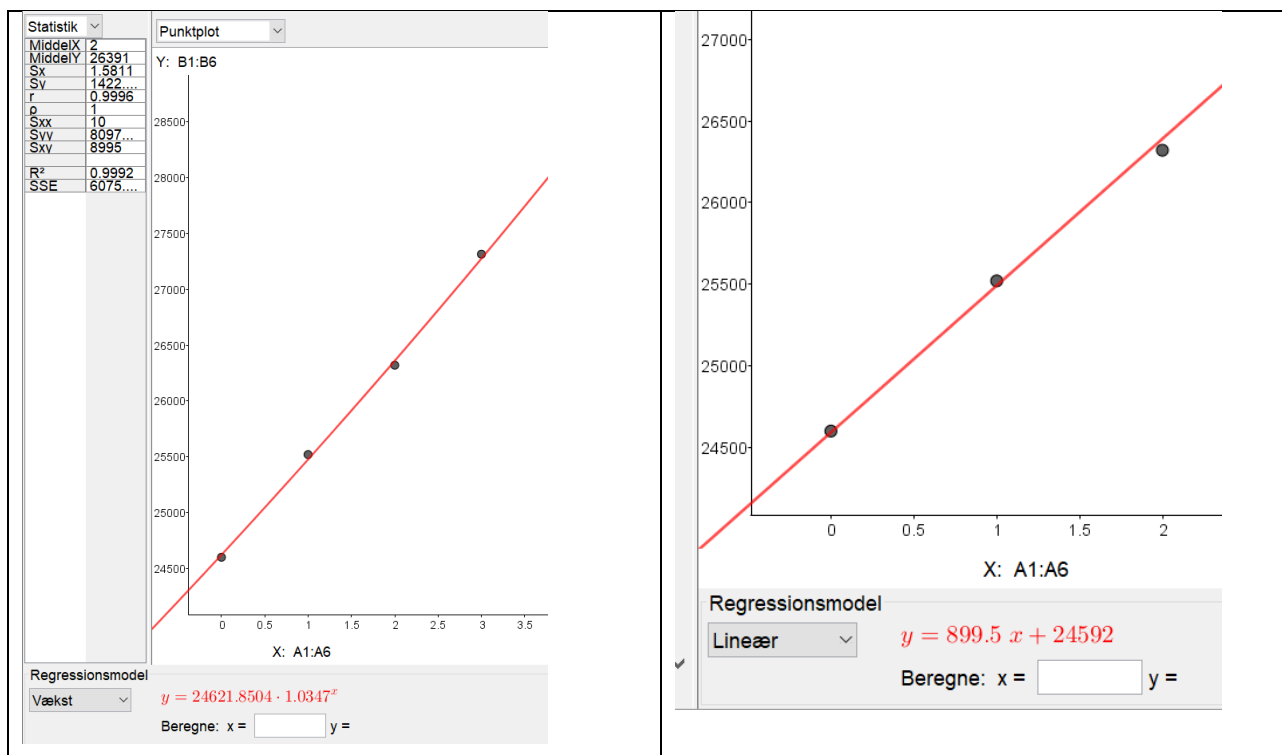
Årstal	2018	2019	2020	2021	2022
Antal år/x	0	1	2	3	4
Antal køretøjer/ $f(x)$	24600	25520	26320	27315	28200

1a) Undersøg vha. regression om det er den lineære- eller den eksponentielle model, der bedst beskriver antallet af køretøjer, der passerer broen, hvor x er antal år efter 2018 og $f(x)$ er antallet af køretøjer. Begrund jeres valg af model. Inddrag residualplot. Husk at angive betydningen af de variable.

Data plottes i Geogebra og vi har følgende variable:

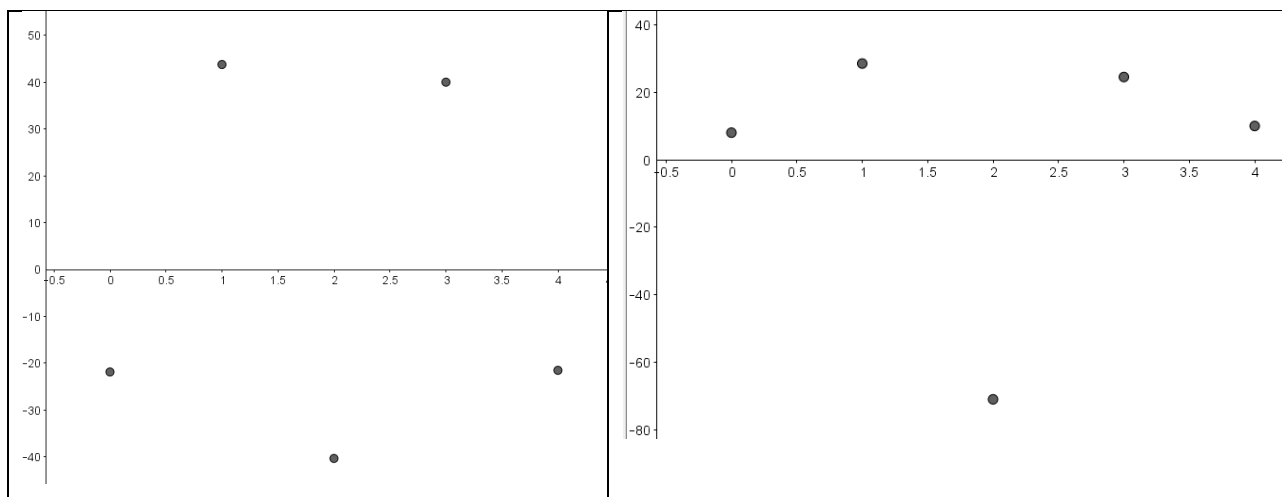
x : antal år efter 2018 (Bemærk: År 2018 svarer til $x = 0$ osv.)

$f(x)$: angiver antallet af køretøjer



Den eksponentielle:

Den lineære



Ud fra graferne kan vi konstatere, at den eksponentielle model er bedst, da residualerne er mindre her end med den lineære model. Man kan også se at $R^2 = 0,9992$ (eksponentielle) er tættest på 1.

- 1b) Angiv en forskrift for antal køretøjer $f(x)$, der passerer broen som funktion af tiden x (antal år efter 2018). Giv en fortolkning af konstanterne a og b i modellen.

$$f(x) = 24621 \cdot 1,0347^x$$

$b = 24621$ og angiver antallet køretøjer der passerer i år 0 (= 2018)

$a = 1,03 \Rightarrow r = 0,03 = 3\%$ så antallet af biler der passerer broen pr. år vokser med 3%.

- 1c) Bestem hvor mange køretøjer der, ifølge modellen, vil passere broen i 2025.

I 2025 er gået 7 år så $x = 7$ som sættes ind og $f(x)$ beregnes:

$$f(7) = 24621 \cdot 1,0347^7 \approx 31261,29 = \mathbf{31269 \text{ biler}}$$

I geogebra:

Regressionsmodel
 Vækst $y = 24621.8504 \cdot 1.0347^x$
 Beregne: $x = 7$ $y = 31262.569$

(Geogebra regner med flere cifre, men metode OK)

- 1d) I hvilket år vil der ifølge modellen passere 40000 biler? Overvej forskellige løsningsstrategier.

Først kan vi beregne x og løse ligningen:

$$40000 = 24621 \cdot 1,0347^x$$



Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = 14,22627 = 14 \text{ år}$$

Så i år 2032 vil der passere 40000 biler ifølge modellen.

Vi kan også løse ligningen med CAS i Geogebra: Først tastet forskriften ind i Algebra-vinduet og dernæst åbnes CAS og ligningen sættes op:

Algebra vindue ☐ ✕ Tegneblok ☐ ✕ CAS ☐ ✕

☐ A1 = "x-værdi"

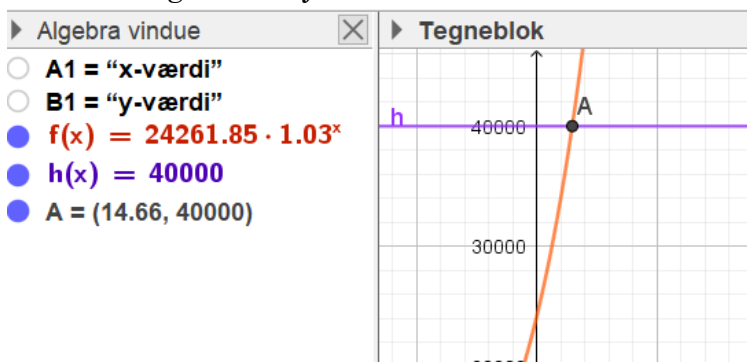
☐ B1 = "y-værdi"

☒ $f(x) = 24261.85 \cdot 1.03^x$

1 $\{f(x)=40000\}$

☐ NBeregn: $\{x = 14.66\}$

Eller man kan løse den helt grafisk i geogebra og tegne de 2 funktioner og bruge skæringsværktøjet.

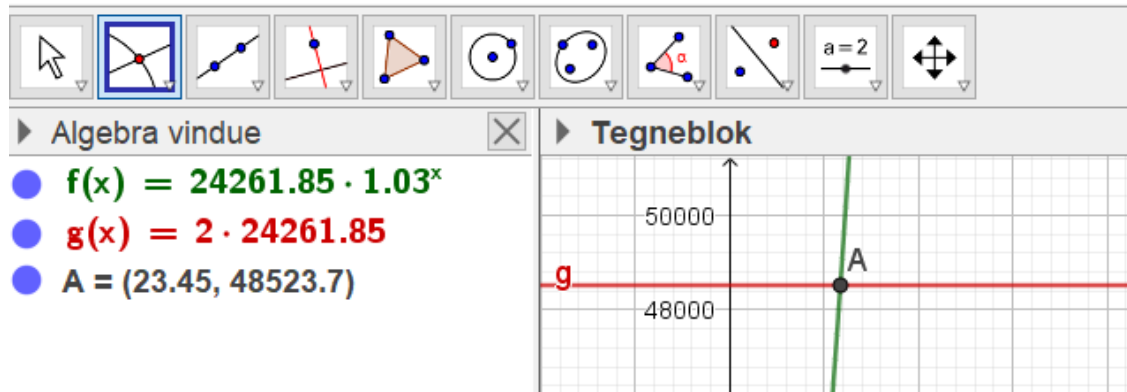


1e) Bestem årstallet regnet fra broens åbning, hvor antallet af køretøjet der passerer broen er blevet fordoblet? $(x_1, y_1) = (0, 24621)$ og $(x_2, y_2) = (x_2, 2 \cdot 24621)$

Vi kan aflæse via Geogebra eller beregne $x_2 = 23,45$

$$T_2 = x_2 - x_1 = 23,45 - 0 = 23,45 \text{ år}$$

Fil Rediger Vis Indstillinger Værktøj Vindue Hjælp



$$2 \cdot 24261 = 24261 \cdot 1,03^x$$



Ligningen løses for x vha. CAS-værktøjet WordMat.

$$x = 23,44977 = 23,45 \text{ år}$$

Så 23,45 år efter at broen er åbnet går der dvs. i 2041- 2042 ca.