

Uddrag fra: Sandsynlighedsregning og statistik med binomialfordelingen, Olav Lyndrup, 2019, UVM

Vi sammenfatter ovenstående i en definition:

Definition 1 Sandsynlighedsfelt

Et endeligt udfaldsrum U med tilhørende sandsynlighedstabel kaldes for et *endeligt sandsynlighedsfelt*.

De enkelte sandsynligheder ligger mellem 0 og 1: $0 \leq p_i \leq 1, \quad i = 1 \dots n$.

Summen af sandsynlighederne giver 1: $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$.

En delmængde H af udfaldsrummet kaldes en *hændelse*. Sandsynligheden for hændelsen H er summen af de sandsynligheder, der hører til de enkelte udfald i hændelsen.

Hvis alle udfald i U har samme sandsynlighed, så kaldes sandsynlighedsfeltet for et *symmetrisk sandsynlighedsfelt*.

Definition 2 Stokastisk variabel

I et endeligt sandsynlighedsfelt er en stokastisk variabel X en funktion, der til hvert udfald i U knytter et reelt tal.

Sandsynligheden for, at X antager værdien x_i , skrives som $P(X = x_i)$, og det beregnes som summen af sandsynlighederne for de udfald, der knyttes til x_i .

Stokastisk variabel $X = x_i$	x_1	x_2	$\dots$	$\dots$	x_n
Sandsynlighed $P(X = x_i)$	p_1	p_2	$\dots$	$\dots$	p_n

Definition 3 Middelværdi af en stokastisk variabel

Middelværdien af en stokastisk variabel X betegnes μ , og udregnes som det vægtede gennemsnit:

$$\mu = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \dots + p_n \cdot x_n.$$

Definition 4 Varians og spredning af en stokastisk variabel

Variansen, $\text{Var}(X)$, af en stokastisk variabel X med middelværdien μ repræsenterer det gennemsnitlige *afstandskvadrat* til middelværdien μ . Det udregnes som:

$$\text{Var}(X) = p_1 \cdot (x_1 - \mu)^2 + \dots + p_n \cdot (x_n - \mu)^2.$$

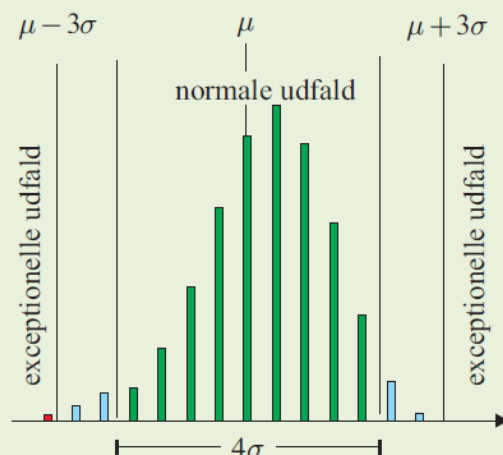
Spredningen, σ , udregnes som kvadratroden af variansen:

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}.$$

Definition 5 **Normale og exceptionelle værdier**

En værdi x for en stokastisk variabel X kaldes *normal*, hvis den ligger inden for to spredninger fra middelværdien μ , dvs.
 $\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma$.

En værdi x for en stokastisk variabel X kaldes *exceptionel*, hvis den ligger længere væk end tre spredninger fra middelværdien μ , dvs. $x < \mu - 3\sigma$ eller $x > \mu + 3\sigma$.

**Definition 6** **Fakultetstallene**

For et naturligt tal n forstås det n 'te fakultetstal $n!$ som produktet af de n første hele tal, dvs.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

Desuden gælder, at $0! = 1$.

Kombinationer og binomialkoefficienter

For hele tal n og r , hvor $0 \leq r \leq n$, defineres *binomialkoefficienten* $K(n, r)$ ved

$$K(n, r) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}.$$

Sætning 1 $K(n, r)$ angiver hvor mange delmængder med r elementer, der kan udtages af en mængde med n elementer.

Sætning 2 Hvis $X \sim b(n, p)$, så beregnes binomialsandsynligheder således:

$$P(X = r) = K(n, r) \cdot p^r \cdot (1-p)^{n-r},$$

hvor n er antalsparameteren, og p er sandsynlighedsparameteren.

Sætning 3 **Middelværdi om binomialfordelingen**

$$\mu = p \cdot n,$$

hvor n er antalsparameteren, og p er sandsynlighedsparameteren.

Sætning 4 **Varians og spredning for binomialfordelingen**

Hvis X er binomialfordelt med antalsparameter n og sandsynlighedsparameter p , så er varians og spredning for X givet ved:

$$V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}.$$